

AFDELING

FOR VIRKSOMHEDSLEDELSE



Måling af produktivitet og efficiens med data- indhylningsanalyse:

Et empirisk studie af den danske
pengeinstitutsektor

af Per Nikolaj Drachmann Bukh



DEPARTMENT OF MANAGEMENT
UNIVERSITY OF AARHUS 1995

Måling af produktivitet og efficiens med dataindhylningsanalyse: Et empirisk studie af den danske pengeinstitutsektor

Per Nikolaj D. Bukh
Institut for Økonomi
Afdeling for Virksomhedsledelse
Aarhus Universitet, Bygning 350
DK 8000 Århus C

26. maj 1995

Forord

Denne afhandling er resultatet af omkring 3 års Ph.D.-studier ved Afdeling for Virksomhedsledelse (AfV), Aarhus Universitet, hvor jeg fra august 1991 til februar 1992 var ansat som introduktionsstipendiat og herefter frem til april 1995 som kandidatstipendiat. Afhandlingen, som består af denne monografi samt med artiklen "Banking efficiency in the Nordic Countries: A four-country Malmquist index analysis" (medforfattere: Sigbjørn Atle Berg, Norges Bank og Finn R. Førsund, Universitetet i Oslo) indleveres til bedømmelse for Ph.D.-graden i driftsøkonomi ved Institut for Økonomi.

Afhandlingen falder i to dele. I den *første del* beskrives projektets baggrund, og randmetoderne introduceres. Dernæst diskuteres anvendelsen og betydningen af randmetoder i relation til den neoklassiske teori, og der beskrives forskellige anvendelser af produktivitets- og efficiensmåling. Endeligt introduceres en aksiomatisk produktionsmodel sammen med de anvendte målemetoder også i den første del. Den *anden del* af afhandlingen udgøres af en empirisk analyse af den danske pengeinstitutsektor. Analysen illustrerer i tre særskilte studier forskellige aspekter af anvendelsen af den model, der blev introduceret i første halvdel.

De første skridt til den empiriske del af afhandlingen har i foråret 1992 været præsenteret på det Operationsanalytiske Kollokvium, Matematisk Institut, Aarhus Universitet samt på et institutseminar på AfV. Senere har en foreløbig udgave af kapitel 7 været præsenteret på *The Nordic Workshop in Productivity, Growth and Development, Göteborg*, den 25.-27. november 1992 (Bukh 1993a). Et foreløbigt udkast til indholdet i kapitel 9 blev præsenteret på *Workshop on Efficiency and Productivity, Department of Management, Odense University*, den 4.-5. august 1993 og siden videreudviklet i et arbejdspapir (Bukh og Christensen 1995a). Dele af analysen i kapitel 8 har været præsenteret på *UNIC's Symposium i Anvendt statistik, Ålborg*, den 24.-26. januar 1994 (Bukh 1994a) samt på *The Second Nordic Workshop in Productivity, Growth and Development, Göteborg*,

26.-28. januar 1994 (Bukh 1994b). Nogle af synspunkterne i kapitel 1 er tidligere bragt i et notat, der illustrerede, hvorledes randmetoder kan anvendes til at analysere sportsresultater (Bukh 1993a). Endeligt har indholdet af afhandlingens første del været præsenteret ved seminarer på Statens Jordbrugsøkonomiske Institut, København, august 1994, og ved AfV oktober 1994. Jeg har haft stort udbytte af de kommentarer jeg har fået fra tilhørerne ved de forskellige arrangementer, hvor dele af projektet har været præsenteret.

Jeg er meget taknemmelig for den finansielle støtte, jeg har modtaget fra Aarhus Universitets Forskningsfond til projektet, samt fra Nordisk Forskerutdanningsakademi til mit ophold ved Sosialøkonomisk Institutt, Universitetet i Oslo, fra december 1992 til december 1993. Dette besøg var formidlet af Professor Finn R. Førsund, og Sosialøkonomisk Institutt stillede venligst kontor- og edb-faciliteter til min rådighed.

Hovedparten af de data, som afhandlingens empiriske del er baseret på, har jeg modtaget fra Finanstilsynet, hvor edb-chef Per Madsen, souschef Jørgen Jørgensen og fuldmægtig Claus Bo Nielsen har været meget behjælpelige. De resterende statistiske oplysninger har jeg modtaget med bistand fra Charlotte Hansen (Finansrådet), Beate Brandstrup (Pengeinstitutternes BetalingsSystemer A/S), Ove Høilund Mortensen (Nordiska Bankmannaunionen) samt fra Peter Meerwald (Finansforbundet).

I projektets første fase blev jeg ved databehandlingen assisteret af stud. oec. Peter Rasmussen og stud. oec. Carsten Just, mens jeg i de sidste par år er blevet assisteret af stud. oec. Boel Christensen. Jeg vil ved denne lejlighed sige tak til dem alle for deres ihærdige indsats. Boel har udover deltagelsen i databehandlingen bistået med tegning af figurer samt fremskaffet litteratur og data. Desuden har hendes bistand ved gennemlæsningen af hele manuskriptet været en uvurderlig hjælp. Jeg skylder også personalet på AfV's sekretariat, Birgit Bjørg, Bibiana Paluszewska og Jette Tromborg, tak fordi de har gennemlæst dels manuskriptet og dels de arbejdsoplysninger, som jeg har udarbejdet i forbindelse med projektet. Deres rettelser og kommentarer har i høj grad forbedret den sproglig fremstilling.

Jeg vil også benytte denne lejlighed til at sige tak til David B. Humphrey, Florida State University, Finn R. Førsund, Oslo Universitet, Dag Morten Dalen, Oslo Universitet og Viggo Høst, Aarhus Universitet som alle har gennemlæst udkast til dele af denne afhandling eller nogle af de arbejdsoplysninger, som har ligget til grund for afhandlingen. Mine kolleger ved AfV, Lars Ehlers, Peter

Løchte Jørgensen, Martin Lippert-Rasmussen og Niels Peter Mols har også enten læst dele af afhandlingen eller nogle af de arbejdsoplysninger, som den er baseret på; og mine diskussioner med dem har bidraget til en bredere forståelse af begreberne efficiens og produktivitet. Da jeg havde skrevet det første udkast til den grundlæggende analyse, læste Johannes Raaballe, AfV, det igennem og hans kommentarer og engagement var til stor hjælp. Jeg skylder desuden Mogens Dilling-Hansen, AfV, en særlig tak for hans vejledning samt råd og kommentarer til mit arbejde. Uden Mogens' opbakning var jeg nok aldrig begyndt på projektet.

Min bror, stud. med. Jens Otto D. Bukh og mine forældre, Anne og Gunner Bukh, som har været tvungne til at interessere sig for banksektorens efficiens, da de utallige gange har læst mine arbejdsoplysninger eller dele af manuskriptet, skal også have en speciel tak. Men den største tak skal gå til min kone, cand. jur. Marianne Holdgaard Bukh, som under hele forløbet har været en meget stor støtte for mig. Hun har selvfølgelig også læst manuskriptet flere gange og givet mange nyttige kommentarer og rettelser samt skubbet på, så afhandlingen blev færdig. Hun har også været tvunget til dagligt at omgås mig og høre på mig, når jeg var bekymret over projektets (manglende) fremskridt. Og sidst men ikke mindst skal mine sønner Christopher og Esben have tak, fordi de har givet mig mulighed for at finde andre værdier og interesser end produktionsøkonomi.

Århus, 26. maj 1995

Per Nikolaj Drachmann Bukh

*Dog holdt jeg min Mund mellem Matematikere.
Og Indsigt i Finansvæsen var mig nægtet.
For Talstørrelser som for Ejendom havde jeg
ingen Instinkter*

—JOHANNES V. JENSEN

Introduktion

Denne afhandling ligger inden for områderne præstationsevaluering og produktionsøkonomi. Mere specifikt handler afhandlingen, som titlen angiver, om måling af produktivitet og efficiens ved anvendelse af dataindhyldningsanalyse ("Data Envelopment Analysis", DEA). Denne metode har i de senere år vundet stor udbredelse, og som det vil fremgå af afhandlingens, er det en meget fleksibel analysemetode, som kan anvendes på en række områder. Aktuelt illustreres det i afhandlingens anden del, hvorledes der kan bidrages til billedet af den danske pengeinstitutsektors struktur ved anvendelse af DEA.

Motivation og baggrund

Der har historisk set altid været interesse for at vurdere organisationers præstationer. Athanassopoulos (1994) fører interessen tilbage til Leonardo da Vincis studier af arbejdsindsats ved skovling - men peger samtidig på, at præstationsbegrebet i moderne tid vandt frem takket være Friderich W. Taylors *scientific management* filosofi (Taylor 1903, 1911). Taylor satte fokus på produktivitetsforøgelse, og siden har scientific management haft stor indflydelse¹ på den driftsøkonomiske interesse for præstationer ("performance") og produktivitet ("productivity"). Det driftsøkonomiske præstationsbegreb er i årenes løb blevet mere nuanceret, men det har stadig en fremtrædende rolle. Det gælder for eksempel inden for det interne regnskab (Kaplan 1990), i teoridannelser som Structure-Conduct-Performance paradigmet (Bain 1951; Porter 1980) og transaktionsomkostningsteori (Williamson 1975, 1985) samt i konsulentbranchen i tilknytning til begreber som benchmarking (f.eks. Karlöf og Östblom 1993; Scheffczyk 1993) og lignende.

¹F.eks. fremhæver Peter Drucker (1954, side 7) at "the essence of business enterprise, the vital principle that determines its nature, is economic performance". Se også Drucker (1954, side 294n).

Det driftsøkonomiske præstationsbegreb er rummeligt og beskriver, afhængig af den konkrete situation, indsatsen på så forskellige områder som leveringstid, personalevelfærd, produktkvalitet, kundetilfredshed, profitabilitet, samfundsnytte osv. Imidlertid vil alle disse aspekter, inden for passende analyserammer, kunne beskrives som forskellige dimensioner af vurderingen af den process, der frembringer præstationen.

Den aktivitet, der frembringer præstationerne, vil i denne afhandling blive opfattet som en *produktionsproces*, resultaterne af processen vil blive betegnet *output* eller *produkter*, og en vurdering af præstationerne vil ske ved en *produktivtetsanalyse*. Hermed åbnes der mulighed for anvendelse af den mikroøkonomiske produktionsteori som et redskab til præstationsvurderingen. Produktionsteorien relaterer en aksiomatisk definition af produktionsprocessen til en efterfølgende analyse af, om den teoretiske model understøttes af virkelighedens observationer. Resultatet af sammenligninger af økonomiske enheders faktiske præstationer med teoretisk definerede maksimale præstationer er en beregnet efficiens, som afhængig af den konkrete situation f.eks. kan opfattes som en vurdering af ledelsens præstationer.

I afhandlingen vil præstationsmåling inden for den produktionsøkonomisk ramme blive givet to hovedfortolkninger, hvortil der knytter sig to forskellige synsvinkler eller anvendelsesområder:

- For det første er præstationsmålingens resultat et udsagn om de enkelte enheders præstationer inden for de givne valgmuligheder. Udsagnet kan for eksempel danne direkte grundlag for ressourcefordeling, belønning og lignende. Det kan danne grundlag for rationaliseringsbestrebelse, eller det kan indgå i en mere omfattende teoretisk ramme, for eksempel til beskrivelse af virksomheders adfærd og konsekvenserne heraf.
- For det andet er fordelingen af præstationsmålet over det analyserede datasæt af interesse i sig selv. Fortolkningen af fordelingen afhænger af det konkrete datamateriale, men ofte vil man foretage sektorstudier, hvorved præstationsfordelingen giver et billede af sektorens struktur. Analyser inden for en produktionsøkonomisk ramme giver direkte adgang til detaljeret information om den anvendte produktionsteknologi og om analysenhedernes anvendelse heraf. Det drejer sig for eksempel om stordriftsaspekter, synergieffekter, substitutionsforhold, skyggepriser etc.

I den empiriske del af afhandlingen foretages et sektorstudie af den danske pengeinstitutsektor. Det betyder, at interessen vil samle sig om præstationsmålenes fordeling samt om den summariske beskrivelse af enhedernes præstationer. Men da den teoretiske ramme for målingen er fælles for de to synsvinkler, vil der i afhandlingens første del ikke blive skelnet eksplicit imellem dem.

Afhandlingen hviler på det grundsyn, at der skal skelnes mellem på den ene side metoder, der eksplicit anvender information fra, eller ligefrem fokuserer på, de afvigende observationer og på den anden side metoder, der søger at beskrive gennemsnitlige eller mest sandsynlige sammenhænge. De metoder, der beskriver de gennemsnitlige sammenhænge, skal anvendes til analyser af fænomener, der vedrører gennemsnitlige sammenhænge. Tilsvarende skal de metoder, der identificerer, beskriver og analyserer observationer i datamaterialets udkant, anvendes til analyse af fænomener, der knytter sig til randobservationer og de resterende observationers placering i forhold hertil.

Den traditionelle teoretiske produktionsøkonomi har i alt for ringe grad håndteret denne skelnen hensigtsmæssigt, idet produktionsaktiviteten har været opfattet som en optimering. I forlængelse heraf har den empiriske produktionsøkonomi oftest fokuseret på bestemmelse af de mest sandsynlige eller gennemsnitlige sammenhænge ved anvendelse af statistiske metoder. I den sidste halve snes år har man dog kunnet opleve en fremvækst af såkaldte *randmetoder*. Dvs. metoder, der inddrager information fra de observationerne i udkanten af datamaterialet, fordi de adskiller sig fra den øvrige del af populationen. Begrebet randmetoder oversætter det engelske ord *frontier* med *rand*, men randmetoder anvendes her i en bred betydning. I afhandlingen præsenteres og anvendes DEA, som i en produktionsøkonomisk ramme (jf. Shephard 1953, 1970) kombinerer en aktivtetsanalysemodel (jf. Koopmans 1951, 1957) med randbaserede (jf. Farrell 1957; Debreu 1951) efficiensmål.

Oversigt over afhandlingens første del

I kapitel 1 diskuteres de grundliggende begreber produktion og produktivitet. Produktivitet er ikke klart defineret i den økonomiske faglitteratur, og der foretages i kapitlet en afgrænsning fra de relaterede synsvinkler, der repræsenteres af effektivitet og cost-benefit analyser. Kapitel 1 præsenterer desuden en model til forklaring af produktivitetsforskelle. Forskelle kan henføres til forskelle i den teknologi, som virksomhederne anvender, forskelle som følge af årgangsef-

fekter i faste anlæg, forskelle i efficiens eller fordi eksogene faktorer varierer. Det centrale begreb er her efficiens, og der argumenteres for, at isolering af efficienskomponenten forudsætter anvendelse af randmetoder.

Kapitel 2 tager udgangspunkt i den traditionelle neoklassiske teori og det dertil knyttede optimeringspostulat. Den neoklassiske teori har tit stået for skud. Det har især være optimeringen, som ofte har optrådt i form af en profitmaksimerings-antagelse, der har været kritiseret. I kapitlet nævnes kort forskellige alternative teoridannelser, og den neoklassiske teori diskuteres i lyset af en driftsøkonomisk tradition. De første skridt til udviklingen af en moderne produktionsøkonomi blev taget i 1950'erne, hvor Ronald W. Shephard udviklede en karakteristik af teknologien ved anvendelse af distancefunktioner. Nogenlunde samtidig definerede Tjalling C. Koopmans den teknisk efficiente produktion, og Michael Farrell konstruerede en dekomponering af den samlede efficiens i en allokativ og en teknisk komponent. Disse skridt førte i slutningen af 1970'erne til udviklingen af DEA. Der argumenteres i kapitlet for, at det afgørende skridt var introduktionen af inefficiens, der rettede fokus mod de afvigende observationer og dermed brød med megen traditionel forskning. De mest udbredte teknikker til præstations- eller produktivitetsevaluering har traditionelt været beregning af nøgletal samt forskellige former for kausale analyser, for eksempel regression. I kapitel 2 beskrives og diskuteres fordele og ulemper ved disse metoder kortfattet i lyset af randmetodernes potentiale.

Den empiriske del af afhandlingen anvender en generel aksiomatisk produktionsmodel, som præsenteres i kapitel 3. Kapitlet giver en oversigt over modellen og dens komponenter med henblik på at illustrere de modelleringsmuligheder, som den giver. De formelle krav til teknologien beskrives, men der gøres ikke i detaljer med teoretiske resultater, ligesom der ikke gives beviser for egenskaber og karakteristika. Oftest stifter vi bekendtskab med teknologien i form af en produktionsfunktion, men afstandsfunktionerne, som også defineres i kapitlet, har vist sig at være et mere fleksibelt udgangspunkt. Dernæst diskuteres principperne bag den økonomiske dualitetsteori, og der nævnes en række anvendelsemuligheder heraf ved effiensevaluering. Virksomhedens produktionmuligheder beskrives i kapitlet abstrakt ved en produktionsteknologi, som i afhandlingen modelleres inden for rammerne af en klassisk aktivitetsanalysemodel. Det vises til slut i kapitlet, hvorledes denne model indgår i den generelle aksiomatiske model, samt hvorledes teknologiske karakteristika som blandt andet skalaforhold modelleres i aktivitetsanalysemodellen.

I kapitel 4 fokuseres der på måling af efficiens, og det vises, hvorledes efficiens kan måles inden for rammerne af den produktionsmodel, der blev skitseret i det foregående kapitel. Først diskuteres det, hvorledes produktionsranden skal fastlægges, og det demonstreres herefter, hvordan det kan gøres inden for aktivitetsanalysemodellen. Efficiensmålingen forudsætter en antagelse vedrørende de evaluerede enheders målkriterier, og forskellige muligheder herfor diskuteres. Efficiensmålene, som anvendes i afhandlingen, er som udgangspunkt radiære og defineres i kapitlet, ligesom alternative radiære og ikke-radiære mål kort omtales. DEA omfatter en række forskellige men relaterede metoder, der baseres på aktivitetsanalysemodellen. I sin grundform er DEA nært knyttet til den variant af modellen, der blev udviklet ved University of Texas i slutningen af 1970'erne og begyndelsen af 1980'erne med Abraham Charnes og W. W. Cooper som anerkendte. Kapitlet refererer til slut dele af den kritik, der har været rettet mod DEA modellen og dens antagelser samt den diskussion, der har været mellem forskere, som har udviklet alternative metoder baseret på den samme aktivitetsanalysemodel og grundlæggende set på de samme efficiensmål.

Den empiriske anvendelse af DEA kræver anvendelse af lineær programmering. Beregningernes effektivitet og pålidelighed er yderst afhængige af, hvorledes optimeringen afvikles, og kapitel 5 beskriver derfor en række aspekter i tilknytning hertil. Beregningernes omfang diskuteres i kapitlet, og det illustreres, hvorfor man med fordel kan løse det LP-duale problem. Beregningerne udføres i denne afhandling ved anvendelse af modelsproget GAMS, og kapitlet indeholder derfor en generel diskussion af anvendelsen af modelsprog. DEA-modellens specialstruktur kan blandt andet gøre det fordelagtigt at operere med initialt brugbare løsninger og at skalere variabler; desuden må man håndtere store niveauforskelle mellem variabler, degenererede optimale løsninger mv. Disse aspekter diskuteres i kapitlet, og der nævnes en række specialprogrammer, der kan anvendes til løsning af DEA-modeller.

Oversigt over afhandlingens anden del

I afhandlingens anden del præsenteres en analyse af den danske pengeinstituts sektors produktivitet ved anvendelse af DEA. Mere korrekt drejer det sig om et indledende kapitel samt tre kapitler, der indeholder særskilte analyser af det samme datamateriale, som alle anvender DEA, og som sammen bidrager til et billede af sektorens struktur. De tre kapitler, der indeholder den empiriske analyse

af den danske pengeinstitutsektor, bygger på tidligere udarbejdede arbejdsrapporter (Bukh 1993a, 1994b; Bukh og Christensen 1995a).

De senere års fusioner blandt finansielle virksomheder – og specielt i banksektoren – har rejst en række vigtige spørgsmål omkring konsekvenserne for den øvrige del af samfundet og omkring årsagerne til de eventuelle fusionsgevinster. Generelt har de danske pengeinstitutters driftsresultater i slutningen af 1980'erne og begyndelsen af 1990'erne været utilfredsstillende, men inden for sektoren har de enkelte virksomheder opereret med forskellige grader af succes, og der vil derfor være en betragtelig interesse for at vurdere og karakterisere præstationsforskelle inden for branchen.

Afhandlingens anden del udgør ikke en færdig model til karakteristik af pengeinstitutsektorens struktur, men skal mere opfattes som en række skridt mod udviklingen af en randbaseret model for finansielle virksomheders produktion. Inden for rammerne af denne model vil man for eksempel kunne analysere enkeltvirksomheders præstationer, sektorens udvikling, sammenligne delsektorer, analysere teknologiske karakteristika – herunder størrelsesøkonomi, udpege potentielle problembanker, vurdere betydningen af forskelle i ledelse osv. Nøgleordet i de empiriske analyser er *inefficiens*, der som begreb betyder, at virksomheden ikke opererer ved et optimalt forhold mellem omkostninger og omsætning. Inefficiens er som udgangspunkt et rent teknisk begreb, som ikke nødvendigvis skal opfattes negativt, idet inefficiens også kan opfattes som en uudnyttet kapacitetsreserve, der giver ledelsen en vis handlefrihed til enten at udvide aktiviteten eller til at frigøre ressourcer til andre formål.

De empiriske analyser i afhandlingen er sektorstudier, og det vil derfor ikke være rimeligt at basere ledelsesmæssig handling på resultater for de enkelte pengeinstitutter. Derfor er de enkelte virksomheder i branchen også kun i begrænset udstrækning identificeret ved navn. Problemstillingen er behandlet ud fra branchens synsvinkel. Men driftsøkonomisk er der principielt ikke nogen forskel på, om analyser af denne type gennemføres for branchen som helhed eller for enkelte virksomheder. Den anvendte metode, DEA, kunne også have været anvendt på et mere detaljeret niveau, således at analyseenheden var de enkelte filialer, men så ville det ikke være et sektorstudie.

Det første kapitel i den empiriske del, kapitel 6, tjener som en introduktion til analyserne i de efterfølgende kapitler. Baggrunden for at interessere sig for pengeinstitutsektorens struktur og produktivitet beskrives, og resultater fra tidligere studier resumeres. Dernæst diskuteres specifikationen af input og output i den

finansielle sektor og endeligt beskrives den anvendte metode, modellen samt efficiensmålene.

Den første del af de empiriske analyser præsenteres i kapitel 7, hvor effiensen for danske pengeinstitutter med en arbejdende kapital over 100 millioner kroner (dvs. grupperne 1, 2 og 3 i henhold til Finanstilsynets opdeling) analyseres på baggrund af regnskabsresultater fra 1990. Der beregnes både input- og outputorienterede efficiensmål under alternative antagelser om skalaafkast, og der beregnes aggregerede efficiensmål. I kapitlet anvendes to forskellige måder at inkludere tab i modellen, og resultater herfra sammenlignes. Modellernes output udgøres af to kategorier af indlån og to kategorier af udlån, og det vurderes, hvilken betydning en yderligere aggregering vil have for resultaterne.

I kapitel 8 videreføres analysen ved anvendelse af den aggregerede outputvektor og uden inddragelse af tab. De anvendte data er i dette kapitel et år nyere, idet der er anvendt regnskabsdata fra 1991. Der introduceres i kapitlet en tredje skalaantagelse på baggrund af en såkaldt Koopmans teknologi, og der defineres tilsvarende et nyt efficiensmål. Hovedvægten i kapitlet lægges på beregningen af sektorens besparelspotentiale under de alternative skalaantagelser, og der introduceres derfor en to-fase model, der også beregner slack i DEA-modellerne. Endelig indføres i kapitlet et nyt mål for optimal skalastørrelse. I kapitlet beregnes aggregerede efficiensmål under de alternative skalaantagelser, og den mest produktive skalastørrelse beregnes. Sektorens efficiensstab beregnes også under alternative skalaantagelser.

I kapitel 9 gives et eksempel på, hvorledes årsager til produktivitsforskelle kan bestemmes inden for rammerne af DEA. Vi betragter muligheden for, at forskelle i produktivitet kan skyldes, at de analyserede enheder anvender forskellige subteknologier, dvs. opererer inden for produktionsmulighedsområder, der ikke er identiske. Datagrundlaget er regnskabsresultater fra 1990, og analysen udvides i forhold til de to foregående kapitler, idet den også omfatter sparekasserne i gruppe 4 (dvs. med en arbejdende kapital under 100 millioner kroner). Desuden udvides modellen, således at antallet af filialer specificeres som et output, der indikerer pengeinstituttets serviceniveau og garantier. Det er hensigten, at denne specifikation skal tage hensyn til forskelle i store og små pengeinstitutters produktion. Banker og sparekasser repræsenterer historisk set to forskellige ejerskabsformer, og det vurderes i kapitlet, om de to grupper af pengeinstitutter er forskellige på en eller flere dimensioner, hvor karakteristika ikke observeres

direkte men påvirker både efficiens og teknologiske karakteristika som stordriftsfordele.

Det sidste kapitel i afhandlingen, kapitel 10, indeholder et sammendrag af den anvendte metode og af afhandlingens resultater. Desuden fremhæves en række områder, hvor DEA potentielt kan være anvendelig.

Endeligt indeholder afhandlingen et engelsk og et dansk resume af afhandlingen. Endelig er der til sidst placeret et kortfattet matematisk appendiks, der definerer den specialterminologi, der er anvendt for at karakterisere produktionsteknologien i kapitlerne 3 og 4.

Foruden afhandlingen indleveres artiklen "Banking efficiency in the Nordic Countries: A four-country Malmquist index analysis" (medforfattere: Sigbjørn Atle Berg, Norges Bank og Finn R. Førsund, Universitetet i Oslo) til bedømmelse for Ph.D.-graden i driftsøkonomi. I denne artikel udvides datasættet fra kapitel 9, idet der til de danske data tilføjes tilsvarende data fra Norge, Finland og Sverige. De nationale pengeinstitutsektorer analyseres i forhold til en fællesnordisk teknologi, og der beregnes herunder strukturelle efficiensmål. De største nationale pengeinstitutter samt de nationale gennemsnitsbanker sammenlignes ved Malmquist produktivitetsindices i henhold til en metodologi tidligere udviklet af Berg, Hjalmarsson, Førsund, Souminen (1993). I kapitlet defineres retningspecifikke, slackjusterede input-efficiensmål, som vi beregner for de nordiske pengeinstitutter i forhold til det fælles datasæt. Endelig foretager vi en rangordning af pengeinstitutterne efter deres betydning som referenceenheder. Denne rangordning anvendes i en analyse af resultaternes følsomhed for fejl i datamaterialet.

... the production function can be stated simply as the relationship describing the maximum flow of output per unit of time achievable for any given rate of flow of input services per unit of time

—JOHNSTON (1960)

Indhold

Forord	i
Introduktion	v
1 Indledning og baggrund	1
1.1 Produktionsbegrebet	2
1.2 Produktivitet, effektivitet og cost-benefit analyser	3
1.3 Produktivitetsanalyser	6
1.4 Produktivitetsforskelle	7
1.5 Evaluering af efficiens	10
2 Neoklassisk teori, randmetoder og andre metoder	13
2.1 Den neoklassiske teori	14
2.1.1 X-efficiency hypotesen	15
2.1.2 Profitmaksimeringshypotesen	16
2.1.3 Driftsøkonomen og den neoklassiske teori	17
2.2 Introduktion af inefficiens i den moderne produktionsteori	18
2.3 Fokus på de afvigende observationer	19
2.4 De traditionelle metoder	20
2.4.1 Nøgletal	21
2.4.2 Kausale analyser	21
3 Produktionsmodellen	23
3.1 Analyseenheden	24
3.1.1 Analyseniveauet	25
3.2 Teknologien	27
3.3 Krav til teknologien	30
3.4 Produktionsfunktionen	34

3.5	Afstandsfunktioner	35
3.6	Isokvanter og efficiente delmængder	39
3.7	Prisafhængige beskrivelser af teknologien	42
3.8	Dualitet	45
3.9	Aktivitetsanalysemodellen	47
4	Præstationsevaluering	55
4.1	Produktionsranden	56
4.2	Den empiriske implementering	58
4.3	Efficiensmålene	61
4.3.1	Teknisk efficiens	61
4.4	Dataindhyldningsanalyse	63
4.4.1	Beregning af efficiensmålene	64
4.4.2	Skalaefficiens	66
4.4.3	Stordriftsfordele	68
4.5	Allokativ efficiens	71
4.6	Ikke-radiære efficiensmål	73
4.7	Grafmål	76
4.8	Subvektorefficiens og eksogene faktorer	80
4.8.1	Subvektormodellen: faste faktorer	81
4.8.2	Eksogene forklarende faktorer: tofasmodellen	82
4.9	Subteknologimål	83
4.10	Aktivitetsanalysemodellen og DEA	83
5	Beregning af efficiens	87
5.1	Beregningernes omfang	88
5.2	Anvendelse af modelsprog	89
5.3	Problemets specialstruktur	91
5.3.1	Initialt brugbare løsninger	93
5.3.2	Skalering: Niveauforskelle mellem variabler	93
5.3.3	Skalering: Niveauforskelle indenfor variabler	94
5.3.4	Klassifikationer	96
5.3.5	Degenerering	96
5.3.6	Skærpelse af efficiensevalueringen	98
5.4	Specialprogrammer	98
5.5	Anvendelse af GAMS	100

6	Introduktion til den empiriske del	101
6.1	Baggrund for analysen	102
6.2	Empiriske erfaringer	103
6.3	Input og output i den finansielle sektor	107
7	Teknisk efficiens i pengeinstitutsektoren	113
7.1	Model og metode	113
7.1.1	Modellering af tab	114
7.2	Data	115
7.3	Empiriske resultater	117
7.3.1	Fordelingen af inefficiens	117
7.3.2	Strukturel efficiens	119
7.3.3	Stordrift og optimal bankstørrelse	122
7.3.4	Sammenligning af model I og model II	123
7.3.5	Følsomhed for modelspecifikation	124
7.3.6	Vurdering af referencemængden	129
7.3.7	Betydning af nuller i datasættet	130
7.4	Diskussion og konklusion	132
8	Stordriftsfordele, skalaantagelser og efficienstab	139
8.1	Koopmans-teknologien	140
8.2	Beregning af sektorens reduktionspotentiale	143
8.3	Den mest produktive bankstørrelse	148
8.4	Data	150
8.5	Empirisk analyse	151
8.5.1	Strukturel efficiens	153
8.5.2	Stordrift og optimal bankstørrelse	153
8.5.3	Evalueringen af de store pengeinstitutter	155
8.5.4	Sektorens efficienstab	157
8.6	Diskussion og afsluttende bemærkninger	162
9	Subteknologier og intersamplemål	163
9.1	Subteknologier	163
9.2	Data	168
9.3	Empiriske resultater	170
9.3.1	Fælles teknologi	170
9.3.2	Homogenitet	173

9.3.3 Teknologiske forskelle	176
9.4 Diskussion og konklusion	180
10 Afslutning	191
10.1 Sammenfatning af afhandlingens analyseramme	192
10.2 Kort sammenfatning af den empiriske dels resultater	194
10.3 Anvendelse af randmetoder	198
Referencer	205
Summary in English	239
Resume	243
Matematisk appendiks	247

Kapitel 1

Indledning og baggrund

*The problem of measuring the productive efficiency
of an industry is important to both the economic
theorist and the economic policy maker.*

—M. J. FARRELL (1957)

Et centralt underliggende økonomisk tema både i den offentlige debat og den økonomiske faglitteratur er skabelsen af nytte via forædling af naturressourcer til færdigvarer eller forbrugsgoder. I et moderne industrialiseret samfund er denne *transformering* dog sjældent observerbar som en velafgrænset proces. For eksempel omdannes naturressourcer i vid udstrækning til komponenter og mellemprodukter, hvis fremkomst tidsmæssigt og geografisk er adskilt fra eller kun vagt relateret til det endelige mål: forbruget.

Der foretages tillige aktiviteter for at udfylde andre formål end det umiddelbare forbrug. For eksempel vedligeholdes det eksisterende kapitalapparatet ved reparationer, og der gennemføres investeringer i anlæg som fornyelser eller udvidelser; og virksomhedernes markedsorienterede aktiviteter kan heller ikke siges direkte at orientere sig mod et forbrugsformål. Men generelt udføres alle aktiviteterne med henblik på skabelse af nytte i en mere abstrakt økonomisk forstand, og transformationen kan, uanset dens umiddelbare formål, med fordel beskrives og analyseres inden for den fælles teoridannelse *produktionsteorien*.

Hovedparten af den økonomiske teori er udviklet under implicit antagelse af efficient produktion, og en stor del af det alment accepterede analyseapparat bygger mere eller mindre direkte på denne antagelse. I det mindste vil det ofte være en del af det teoretiske grundlag, at hovedparten af de observerede virksomheder på et givet tidspunkt vil have udviklet optimal adfærd, og at

overlevende industrier vil operere efficient (jf. Lewin 1992). Det er imidlertid et empirisk faktum, at der er forskelle i virksomhedernes efficiens, og der er da også i de senere år vokset en stadig stigende mængde litteratur frem, der ikke blot accepterer eksistensen af inefficiens men også analyserer dens komponenter og årsager.

Dette kapitel indledes med en diskussion af produktionsbegrebet i afsnit 1.1, hvor der også gives en uformel definition og karakteristik af, hvad produktion er. Afsnit 1.2 indeholder en diskussion af, hvorledes produktivitsanalyser karakteriseres, og hvad der adskiller dem fra effektivitets- og cost-benefit analyser. I afsnit 1.3 fokuseres der på produktivitsanalyser og i afsnit 1.4 på identifikationen af forskelle i produktivitet. Det centrale begreb er efficiens, hvorfor der i afsnit 1.5 lægges speciel vægt på beskrivelsen heraf.

1.1 Produktionsbegrebet

Afhandlingens emne er måling af produktivitet, hvilket forudsætter, at der finder en *produktion* sted. Der vil i afhandlingen blive anlagt en meget bred forståelse af produktionsbegrebet, idet al målrettet transformering af forskellig slags indsats til produkter skal opfattes som produktion. Denne definition af produktivitsbegrebet udspringer af Ragnar Frischs (1962, 1965) klassiske produktionsteori, som har rødder tilbage i 1920'erne¹. Frisch definerede produktion i en teknisk forstand som

“enhver transformasjonsproces som er dirigeret af mennesker eller som mennesker er interessert i”. *Frisch (1962, side 15)*

hvorved anvendelsesområdet for produktionsøkonomien kommer til at spænde vidt. En tilsvarende holdning findes senere eksplicit hos blandt andre Hoel og Moene (1987) samt Keiding (1989, kapitel 3), og synspunktet er også konsistent med flere andre gængse produktionsteoretiske fremstillinger; for eksempel

¹Ragnar Frisch holdt i 1926 forelæsninger om produktionsteori ved Universitet i Oslo. Noterne blev stencilerede i et hæfte, der udkom året efter, og som foranlediget af F. Zeuthen blev udgivet i en dansk version i 1930'erne (Frisch 1933) til brug ved universitetet i København (jf. Frisch 1962, side 6). Endvidere fik Frisch's banebrydende artikel i om produktionen hos Freia Chocolate Fabrik der udkom nogenlunde samtidig i *Nordisk Tidsskrift for Teknisk Økonomi* (Frisch 1935) stor opmærksomhed og Frischs begrebsapparat må derfor på lige fod med Schneiders (1933, 1935) produktionsøkonomiske bidrag forventes at have været velkendt for en række danske økonomer. Se f.eks. debatten, der fulgte umiddelbart herefter (f.eks. Forchhammer 1937; Gloerfelt-Tarp 1937) eller Madsen (1951, kapitel 10). Se desuden Førsund (1995).

Chambers (1988), Färe, Grosskopf og Lovell (1985, 1994) samt Førsund og Hjalmarsson (1987).

Transformeringen kan være kvalitativ i den forstand, at arbejdsindsats, komponenter og anden indsats bliver omdannet til produkter, der materielt set er forskellige fra dem, der medgik til fremstillingen. Typiske eksempler på sådanne transformationsprocesser findes inden for industriel produktion, men transformationen kan ifølge Frisch (1962, side 15) imidlertid også bestå i en flytning, sortering eller opbevaring. Det betyder, at el fremstillet ved kraftværket ikke er det samme produkt som el distribueret til forbrugerne – og den mellemgående transport er ligeledes et eksempel på produktion; og nyaftappet rødvin er en anden vare end den samme vin efter en opbevaring. Opbevaring på flaske eller fad er forskellige former for produktion, og selv de fysiske forhold omkring opbevaringen er teknologiske faktorer, der bestemmer det fremstillede produkts karakter.

Produkterne behøver som illustreret ikke være materielle goder i traditionel forstand; ja de behøver ikke engang være goder. Servicesektoren producerer tjenesteydelser, hvis karakter det kan være mere eller mindre vanskeligt at klarlægge. Men det er produktion i en vid forstand. På universiteterne produceres blandt andet bachelorer og kandidater af forskellig type og kvalitet, og på hospitalerne udføres en række aktiviteter, der giver anledning til et forbrug af indsatsfaktorer, og som udgør en produktion.

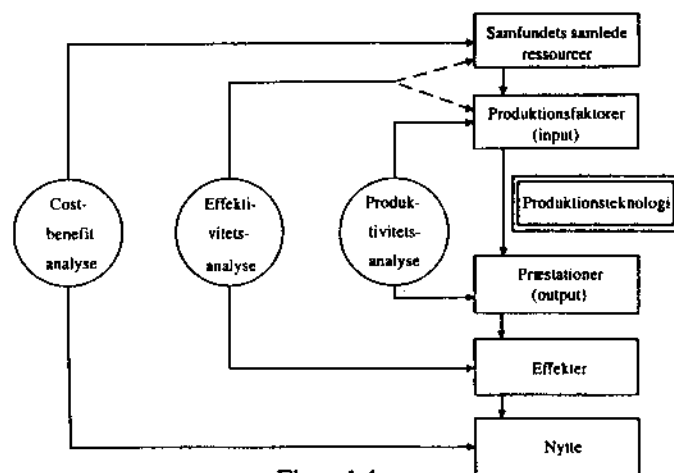
Selvom produktionsprocessen som en helhed har et ønskværdigt resultat, betyder det ikke, at alle de frembragte produkter eller ydelser skal vurderes positivt. Eksempler på uønskede resultater (“bads”) kan være forskellige former for forurening og tab på banklån.

1.2 Produktivitet, effektivitet og cost-benefit analyser

Produktivitet har ikke en klar definition i den økonomiske faglitteratur, og svarende til forskellige opfattelser af begrebet kan produktivitsanalyser give forskellige resultater. De fleste økonomer opfatter produktivitet som resultatet af en sammenligning mellem mængden af producerede varer og mængden af ressourcer, der har medgået til fremstilling heraf. Men for at klarlægge begrebets indhold og *produktivitsanalyser* begrænsninger og implikationer, vil det være hen-

sigtsmæssigt at adskille denne type analyser fra de relaterede synsvinkler, der repræsenteres af effektivitetsanalyser og cost-benefit analyser.

Både den offentlige debat og økonomiske fagkredse anvender begreberne "effektivitet", "produktivitet" og "efficiens" og "cost-benefit". Det sker ofte uden at de tillægges et præcist eller entydigt indhold. Med udgangspunkt i Gunst, Lauritzen og Heinesens (1984) beskrivelse af produktivitet og effektivitet i den offentlige sektor, gives der i figur 1.1 et bud på, hvorledes tre af de nævnte begreber relaterer sig til hinanden. De nævnte analyser kan alle opfattes som



Figur 1.1

Illustration af relationer mellem cost-benefit, effektivitets- og produktivitetsanalyser

sammenligninger af præstation og indsats, og de udspringer af processen:

Optælling → måling → sammenligning.

Både i offentlige og private organisationer anvendes der store ressourcer til disse aktiviteter. For eksempel sammenligner regeringer BNP i forskellige tidsperioder, og virksomhederne anvender periodevis sammenligninger af mål. Disse sammenligninger vil afhængigt af den konkrete situation for eksempel have til hensigt at bestemme og undersøge afvigelser fra det planlagte, at rapportere til omgivelserne eller at vurdere egne aktiviteter i forhold til konkurrenternes.

Så snart man bevæger sig fra helt overordnede udtryk som BNP og begynder at sammenligne resultater for mindre grupperinger som f.eks. hospitalsafdelinger, bliver det ganske vist en mere konkret aktivitet at foretage målinger og optællinger. Men man vil i langt højere grad få problemer med at fastlægge grundlaget for en retfærdig og rimelig sammenligning. Der vil stadig være en lang række aspekter, der ikke kan kvantificeres, og det er svært at tage hensyn til den "menneskelige faktor". Herudover vil der ofte være problemer med begrebsafklaring og opgørelse af de relevante størrelser.

Af analyseformerne i figur 1.1 udgør *produktivitetsanalyser* den snævraste synsvinkel. Arten af præstationer tages for givet, og der fokuseres på den tekniske vurdering af produktionsprocessen og dens evne til at omdanne ressourcer til færdigvarer. Produktivitetsanalyser siger som udgangspunkt ikke noget om, hvilke aktiviteter der er vigtige i den forstand, at de har en stor positiv effekt.

En mere omfattende type evaluering er *effektivitetsanalyser*, der har til formål at vurdere, i hvor høj grad ressourceanvendelsen fører frem til den ønskede målsætning. I figur 1.1 er der vist to former for effektivitetsanalyser. For det første kan produktionsaktivitetens effekt sættes i forhold til ressourceindsatsen set fra et mere samfundsmæssigt perspektiv, dvs. der inddrages også mere indirekte omkostninger som f.eks. arbejdsløshed. Som alternativ til denne 'brede' form kan der udføres en mere 'smal' effektivitetsanalyse, hvor effekter sættes i forhold til produktionsfaktorindsatsen, målt for eksempel ved omkostninger eller mængder. I praksis kan det være svært at skelne de to former for effektivitetsanalyse og den brede form kan nærme sig en cost-benefit analyse. Men fælles for både den brede og den smalle effektivitetsanalyse er, at det kan være svært at måle "effekten" af en produktion (jf. Pedersen 1979).

Cost-benefit-analyser er den mest omfattende form for analyse, idet de principielt omfatter alle produktionens delprocesser. Cost-benefit analyser søger ud fra en samfundsmæssig synsvinkel at vurdere gavnigheden af en produktion eller at foretage en samfundsmæssig vurdering af alternative ressourceanvendelser (Gunst, Lauritzen og Heinesen 1984). Konsekvenserne på samfundsniveau bestemmes ved at sammenholde information, der hentes helt nede på individniveau (jf. Christensen, Fristrup og Leth Hougaard 1991 side 23ff).

I den skandinaviske litteratur anvendes ordene effektivitet og efficiens ofte synonymt² (f.eks. Hjalmarsson, Bjurek og Isakson 1991, side 192; Lund og

²Da det i amerikansk sprogbrug er almindeligt ikke at skelne mellem "efficiency" og "productivity" (f.eks. Sherman 1989, side 3) er det specielt vigtigt på dansk at skelne mellem efficiens og effektivitet.

Hansen 1993a, side 19) eller uden klare skel (f.eks. Winter 1983, side 334). Men det vil oftest være mere hensigtsmæssigt kun at anvende effektivitetsbegrebet ved analyse af ressourceanvendelse og målsætningsopfyldelse, således som det er søgt illustreret i figur 1.1. På denne måde svarer begrebet også til den mere dagligdags opfattelse heraf.

1.3 Produktivitetsanalyser

Produktivitet kan med udgangspunkt i figur 1.1 beregnes som produceret mængde per ressourceenhed (f.eks. Gunst, Lauritzen og Heinesen 1984; Thestrup 1989; Christensen, Fristrup og Hougaard 1991):

$$\text{Produktivitet} = \frac{\text{Produceret mængde}}{\text{Antal ressourceenheder}}$$

Hvis der kun produceres ét enkelt produkt ved anvendelse af én enkelt produktionsfaktor, er det principielt en simpel opgave at beregne et udtryk for enhedens produktivitet. Dette indeks giver dog kun mening som et relativt begreb, men det egner sig fint til en sammenligning mellem homogene enheder og/eller over tid. I mere realistiske situationer medgår der flere faktorer i produktionsprocessen, og der fremstilles flere forskellige produkter. Det er derfor nødvendigt at foretage en eller anden form for vægtning både i tæller og nævner.

Produktivitetsberegninger har betydning for både offentlige og private virksomheders planlægning. Produktivitetsmåling indgår i fremskrivninger af inputkrav baseret på outputmål og produktivitetsvurderinger. I den offentlige sektor kendes dette for eksempel fra den statslige produktivetsmodel, som Finansministeriet indførte i 1987 og i en periode herefter anvendte til at stille årlige krav til de statslige institutioner i forbindelse med budgetlægningen (Budgetdepartementet 1987; Finansministeriet 1991 kapitel 3; Kjærgaard 1994). Produktivetsmål indgår også tit som element i beregning af enhedsomkostninger for præstationer under alternative forudsætninger om produktionsrater, indlæringseffekter osv. (f.eks. Womer og Gullledge 1983). Som led i offentlige (jf. Budgetdepartementet 1991, kapitel 5) og private virksomheders bestræbelser på

ider 'produktivitet' på dansk har en særskilt betydning. Det amerikanske begreb "effectiveness", der udtrykker "the ability of the organization to set and achieve its goals and objectives" (Sherman 1988, side 3) eller "the relationship between a responsibility center's output and its objectives" (Anthony, Dearden og Govindarajan 1992, side 129) svarer til den definition af effektivitet, der anvendes i figur 1.1.

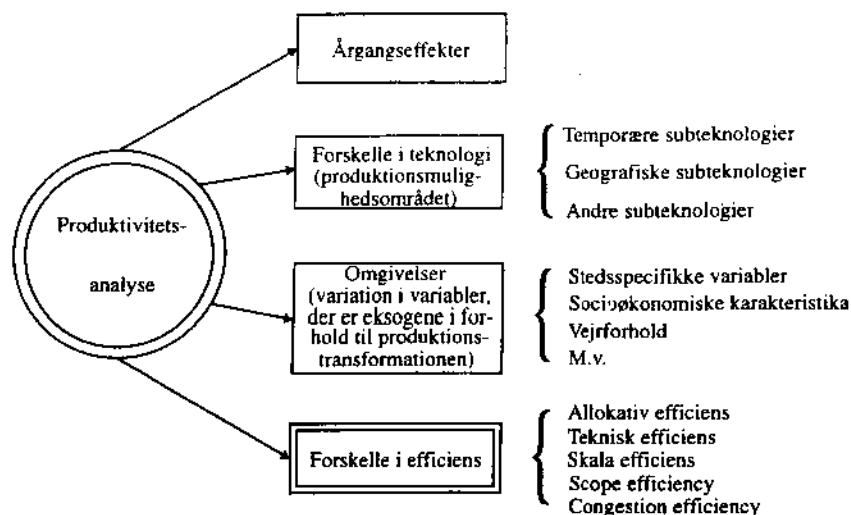
at fremme produktiviteten vil det derfor ofte være nødvendigt tillige at kunne foretage produktivetsmålinger – blandt andet som led i udøvelsen af en kontrolfunktion.

Produktivetsmålinger kan også anvendes eksplorativt til at klarlægge, på hvilke områder der er sket særligt store produktivetsændringer, eller hvilke enheder der er særligt produktive, således at disse kan udgøre erfaringsgrundlag for andre enheders forbedringsbestræbelser. Ligeledes kan produktivetsanalyser anvendes til at afgøre, hvilke enheder, der afviger i negativ retning, således at de kan blive gjort til genstand for nærmere analyse ved andre evalueringsmetoder. Under erkendelse af at der faktisk eksisterer forskelle i produktivitet, kan produktivetsevalueringer danne skøn over kort- og langsigtede forbedringspotentialer (jf. kapitel 8). Det er især til sådanne produktivetsstudier af eksplorativ karakter, at DEA er en særdeles anvendelig teknik, og det er også denne type produktivetsstudie, der foretages i denne afhandling.

Mens efficiens, der diskuteres i de næste afsnit, udtrykker en sammenligning med en fastlagt standard, er det samme ikke tilfældet for produktivitet. Produktivetsmål bliver derfor først meningsfulde, når de sammenlignes med andre produktivetsmål beregnet på samme måde. Der kan principielt anlægges tre synsvinkler på sammenligning af produktivitet. For det første kan man have et ønske om at sammenligne udviklingen over et tidsrum, hvilket svarer til den statistiske tidsseriersynsvinkel, og dernæst kan man ønske at sammenligne produktiviteten på forskellige områder eller for forskellige enheder på samme tidspunkt, hvilket svarer til den statistiske tværsnitssynsvinkel. Endelig kan man kombinere de to førstnævnte synsvinkler ved at anlægge en dynamisk synsvinkel.

1.4 Produktivetsforskelle

De analyserede enheders produktivitet kan som illustreret i figur 1.2 variere på grund af forskelle i den *teknologi*, som virksomhederne anvender, på grund af forskelle i virksomhedernes *efficiens*, som følge af *årgangseffekter* eller fordi *eksogene faktorer* (omgivelser) varierer. Der samler sig betydelig driftsøkonomisk interesse for alle fire elementer, men uden en empirisk adskillelse af virksomhedernes efficiens kan vi ikke skelne komponenter i figur 1.2.



Figur 1.2
Årsager til variation mellem beslutningstagende enheders produktivitet

Opdelingen i figur 1.2 er baseret på en vurdering af de praktiske anvendelser af produktivtetsanalyser, således som de beskrives i faglitteraturen, og der tilstræbes derfor ikke en inddeling på grundlag af specifikke teoretiske kriterier.

For det første kan produktivtetsforskelle skyldes *forskelle i teknologi*, fordi analysen omfatter enheder, der anvender forskellige subteknologier, dvs. opererer inden for produktionsmulighedsområder, der ikke er identiske. Det kan for eksempel skyldes, at enhedernes eksistens er tidsmæssigt forskudt, således at forskelle i produktivitet enhederne imellem kan tilskrives ændringer i teknologi og omgivelser over en årrække, eller det kan skyldes, at enhederne er geografisk adskilte, for eksempel pengeinstitutter placeret i forskellige lande. Der kan også være andre årsager til at virksomhederne anvender subteknologier, som til dels indskrænker deres produktionsmulighedsområde. Det kan for eksempel være forskelle som følge af ejerskab (f.eks. banker, sparekasser eller andelskasser), juridisk organisationsform (f.eks. enhedsbanker eller banker med filialnetværk) eller hovedaktivitet (f.eks. bank, forsikringselskab, vekselrer og lignende); eller fordi enhederne som følge af lovgivning opererer under forskellige restriktioner. Forskelle i produktivitet som følge af, at enhederne opererer inden for forskellige subteknologier, går i DEA-litteraturen også under betegnelsen "program-efficiens".

Den næste forklaring, jf. figur 1.2 er, at produktivtetsforskelle kan tilskrives *årgangseffekter* ("vintage technologies"). Hermed erkendes investeringernes rolle i produktionsprocessen eksplicit (jf. Färe og Grosskopf 1993) og der foretages en opdeling af produktionsfaktorer afhængigt af om de forbruges øjeblikkeligt eller om deres anvendelighed har en varighed. Årgangseffekter har særlig stor betydning inden for brancher, der har såkaldte 'putty-clay' karakteristika (dvs. fuldstændige substitutionsmuligheder *ex ante*, men: faste faktorforhold *ex post*), kan forskelle i produktivitet tilskrives forskelle i produktionsapparatets alder³.

Produktivtetsforskelle kan for det tredje tilskrives variation i *omgivelser*, dvs. eksogene variabler, som mere eller mindre er uden for beslutningstagerens kontrol. For pengeinstitutfilialers vedkommende vil forhold som befolkningstæthed, filialtæthed, filialens alder, filialstruktur, geografiske begrænsninger osv. kunne forklare en del af produktivtetsvariationen. Ved at forklare produktivtetsvariationer ved både forskelle i subteknologier og variation i eksogene variabler henføres produktivtetsforskelle til årsager, der ligger udenfor ledelsens umiddelbare kontrol. Det er ikke altid muligt at skelne klart mellem de to forklaringselementer, men udgangspunktet er, at subteknologien som tidligere nævnt reelt indskrænker produktionsmulighederne, mens de forklarende variabler, dvs. omgivelserne, blot antages at påvirke efficiensen, hvormed input transformeres til output, uden at de påvirker selve transformationsprocessens karakter (se også Lovell 1993, side 53-54).

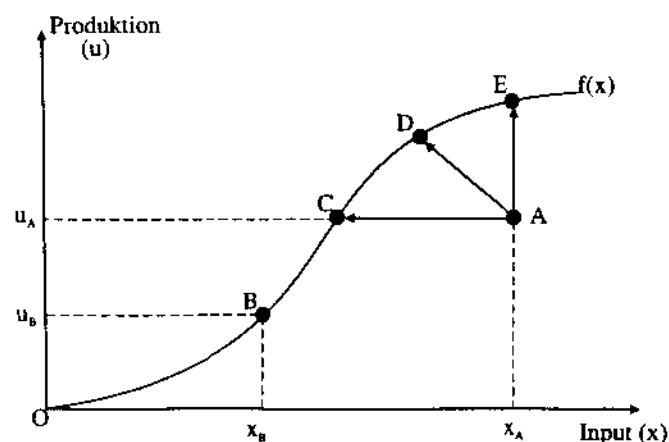
For det fjerde kan produktivtetsforskelle skyldes *forskelle i efficiens*, hvilket er det centrale begreb ved evaluering af enhedernes præstationer. Inefficiens kan enten skyldes valg af produktionsplan, der ikke er placeret på den efficiente rand i produktionsmulighedsområdet, valg af en efficient produktionsplan, der ikke er optimal i henhold til beslutningstagerens aktuelle målkriterie eller en kombination heraf. Afhængigt af de anvendte analysemetoder, metodiske antagelser og andre tekniske forhold omkring evalueringen kan afvigelser for eksempel forklares ved produktion i forkert målestok (skalaeficiens), manglende tilpasning af produktionsplanen til markedspriser (allokativ efficiens), manglende udnyttelse af samdriftsfordele (scope efficiency), valg af produktionsplan uden

³Putty-clay teorien er nært forbundet Leif Johansens (1959) produktionsteori, men begrebet stammer fra Edmund Phelps (1963). Andre vigtige bidragere er Salter (1960), Solow (1960) samt Førstund og Hjalmarsson (1987). Se også Hoel og Moene (1987, kapitel 14). Putty-clay teorien har eksempelvis været anvendt af Førstund *et al.* (1985) i et omfattende studie af den nordiske cementindustri. Inden for rammerne af DEA er årgangseffekter desuden behandlet af Färe og Grosskopf (1993).

for de økonomiske produktionsmuligheder (congestion efficiency), overforbrug af produktionsfaktorer (teknisk inputefficiens) eller for lav udnyttelsesgrad af produktionsfaktorerne (teknisk outputefficiens).

1.5 Evaluering af efficiens

Efficiensevalueringen kan finde sted i outputrummet ved at vurdere forholdet mellem den faktiske produktion og den maksimale potentielle produktion opnåelig med en given faktorindsats. Sammenligningen kan også finde sted i inputrummet som forholdet mellem det faktiske forbrug af produktionsfaktorer og det minimalt mulige forbrug for et given produktion; og endeligt kan sammenligningen foretages som en kombination af disse to synsvinkler (jf. Lovell 1993, side 4). Denne retningsorientering (input, output eller en kombination) af



Figur 1.3

Produktionsfunktionen, produktionsmuligheder og inefficiet produktion

efficiensvurderingen er for et enkelt output, u , og et enkelt input, x , illustreret i figur 1.3, hvor der er indtegnet en klassisk S-formet produktionsfunktion, $f(x)$. Virksomhed B har valgt produktionsplanen (x_B, u_B) , som er en teknisk efficient plan, da B er placeret på den efficiente rand, hvilken i øvrigt svarer til den neoklassiske produktionsfunktion. Virksomhed A, der producerer ved (x_A, u_A) , er

derimod inefficiet, uanset om den sammenlignes med den maksimale produktion for faktorindsatsen x_A , dvs. punktet E, med den minimale faktorindsats, der kan frembringe u_A , dvs. punktet C eller med en kombination af disse synsvinkler, for eksempel punktet D.

Efficiensvurderingens grundlag er produktionsmuligheder, og efficiens er som udgangspunkt et rent teknisk begreb (jf. Färe, Grosskopf og Lovell 1985, side 192), idet der ikke indgår nogen adfærdskriterier⁴ ("behavioral objectives"). Men produktionsmulighederne og evalueringerne i forhold hertil kan også defineres ved eksplicitte adfærdskriterier (jf. Färe, Grosskopf og Lovell 1985, side 192), som for eksempel omkostningsminimering med eksogen prisfastsættelse (f.eks. Färe, Grosskopf og Lovell 1985) eller profitmaksimering med eksogen prisfastsættelse og budgetrestriktion (f.eks. Färe og Grosskopf 1994).

⁴Färe, Grosskopf og Lovell (1985), der står som eksponenter for den moderne produktionsteori, skelner mellem tekniske mål og mål baseret på adfærdskriterier: "Obviously if no behavioral objective is specified one is restricted to an investigation of overall technical efficiency and its components. Just as clearly, if one is also interested in the measurement of price-dependent notions of allocative efficiency and overall efficiency, then one must specify a behavioral objective" (Färe, Grosskopf og Lovell 1985, side 92). Se desuden kapitel 4

9.3.3 Teknologiske forskelle	176
9.4 Diskussion og konklusion	180
10 Afslutning	191
10.1 Sammenfatning af afhandlingens analyseramme	192
10.2 Kort sammenfatning af den empiriske dels resultater	194
10.3 Anvendelse af randmetoder	198
Referencer	205
Summary in English	239
Resume	243
Matematisk appendiks	247

Kapitel 1

Indledning og baggrund

*The problem of measuring the productive efficiency
of an industry is important to both the economic
theorist and the economic policy maker.*

—M. J. FARRELL (1957)

Et centralt underliggende økonomisk tema både i den offentlige debat og den økonomiske faglitteratur er skabelsen af nytte via forædling af naturressourcer til færdigvarer eller forbrugsgoder. I et moderne industrialiseret samfund er denne *transformering* dog sjældent observerbar som en velafgrænset proces. For eksempel omdannes naturressourcer i vid udstrækning til komponenter og mellemprodukter, hvis fremkomst tidsmæssigt og geografisk er adskilt fra eller kun vagt relateret til det endelige mål: forbruget.

Der foretages tillige aktiviteter for at udfylde andre formål end det umiddelbare forbrug. For eksempel vedligeholdes det eksisterende kapitalapparatet ved reparationer, og der gennemføres investeringer i anlæg som fornyelser eller udvidelser; og virksomhedernes markedsorienterede aktiviteter kan heller ikke siges direkte at orientere sig mod et forbrugsformål. Men generelt udføres alle aktiviteterne med henblik på skabelse af nytte i en mere abstrakt økonomisk forstand, og transformationen kan, uanset dens umiddelbare formål, med fordel beskrives og analyseres inden for den fælles teoridannelse *produktionsteorien*.

Hovedparten af den økonomiske teori er udviklet under implicit antagelse af efficient produktion, og en stor del af det alment accepterede analyseapparat bygger mere eller mindre direkte på denne antagelse. I det mindste vil det ofte være en del af det teoretiske grundlag, at hovedparten af de observerede virksomheder på et givet tidspunkt vil have udviklet optimal adfærd, og at

overlevende industrier vil operere efficient (jf. Lewin 1992). Det er imidlertid et empirisk faktum, at der er forskelle i virksomhedernes efficiens, og der er da også i de senere år vokset en stadig stigende mængde litteratur frem, der ikke blot accepterer eksistensen af inefficiens men også analyserer dens komponenter og årsager.

Dette kapitel indledes med en diskussion af produktionsbegrebet i afsnit 1.1, hvor der også gives en uformel definition og karakteristik af, hvad produktion er. Afsnit 1.2 indeholder en diskussion af, hvorledes produktivitsanalyser karakteriseres, og hvad der adskiller dem fra effektivitets- og cost-benefit analyser. I afsnit 1.3 fokuseres der på produktivitsanalyser og i afsnit 1.4 på identifikationen af forskelle i produktivitet. Det centrale begreb er efficiens, hvorfor der i afsnit 1.5 lægges speciel vægt på beskrivelsen heraf.

1.1 Produktionsbegrebet

Afhandlingens emne er måling af produktivitet, hvilket forudsætter, at der finder en *produktion* sted. Der vil i afhandlingen blive anlagt en meget bred forståelse af produktionsbegrebet, idet al målrettet transformering af forskellig slags indsats til produkter skal opfattes som produktion. Denne definition af produktivitsbegrebet udspringer af Ragnar Frischs (1962, 1965) klassiske produktionsteori, som har rødder tilbage i 1920'erne¹. Frisch definerede produktion i en teknisk forstand som

“enhver transformasjonsproces som er dirigeret af mennesker eller som mennesker er interessert i”. *Frisch (1962, side 15)*

hvorved anvendelsesområdet for produktionsøkonomien kommer til at spænde vidt. En tilsvarende holdning findes senere eksplicit hos blandt andre Hoel og Moene (1987) samt Keiding (1989, kapitel 3), og synspunktet er også konsistent med flere andre gængse produktionsteoretiske fremstillinger; for eksempel

¹Ragnar Frisch holdt i 1926 forelæsninger om produktionsteori ved Universitet i Oslo. Noterne blev stencilerede i et hæfte, der udkom året efter, og som foranlediget af F. Zeuthen blev udgivet i en dansk version i 1930'erne (Frisch 1933) til brug ved universitetet i København (jf. Frisch 1962, side 6). Endvidere fik Frisch's banebrydende artikel i om produktionen hos Freia Chocolate Fabrik der udkom nogenlunde samtidig i *Nordisk Tidsskrift for Teknisk Økonomi* (Frisch 1935) stor opmærksomhed og Frischs begrebsapparat må derfor på lige fod med Schneiders (1933, 1935) produktionsøkonomiske bidrag forventes at have været velkendt for en række danske økonomer. Se f.eks. debatten, der fulgte umiddelbart herefter (f.eks. Forchhammer 1937; Gloerfelt-Tarp 1937) eller Madsen (1951, kapitel 10). Se desuden Førsund (1995).

Chambers (1988), Färe, Grosskopf og Lovell (1985, 1994) samt Førsund og Hjalmarsson (1987).

Transformeringen kan være kvalitativ i den forstand, at arbejdsindsats, komponenter og anden indsats bliver omdannet til produkter, der materielt set er forskellige fra dem, der medgik til fremstillingen. Typiske eksempler på sådanne transformationsprocesser findes inden for industriel produktion, men transformationen kan ifølge Frisch (1962, side 15) imidlertid også bestå i en flytning, sortering eller opbevaring. Det betyder, at el fremstillet ved kraftværket ikke er det samme produkt som el distribueret til forbrugerne – og den mellemgående transport er ligeledes et eksempel på produktion; og nyaftappet rødvin er en anden vare end den samme vin efter en opbevaring. Opbevaring på flaske eller fad er forskellige former for produktion, og selv de fysiske forhold omkring opbevaringen er teknologiske faktorer, der bestemmer det fremstillede produkts karakter.

Produkterne behøver som illustreret ikke være materielle goder i traditionel forstand; ja de behøver ikke engang være goder. Servicesektoren producerer tjenesteydelser, hvis karakter det kan være mere eller mindre vanskeligt at klarlægge. Men det er produktion i en vid forstand. På universiteterne produceres blandt andet bachelorer og kandidater af forskellig type og kvalitet, og på hospitalerne udføres en række aktiviteter, der giver anledning til et forbrug af indsatsfaktorer, og som udgør en produktion.

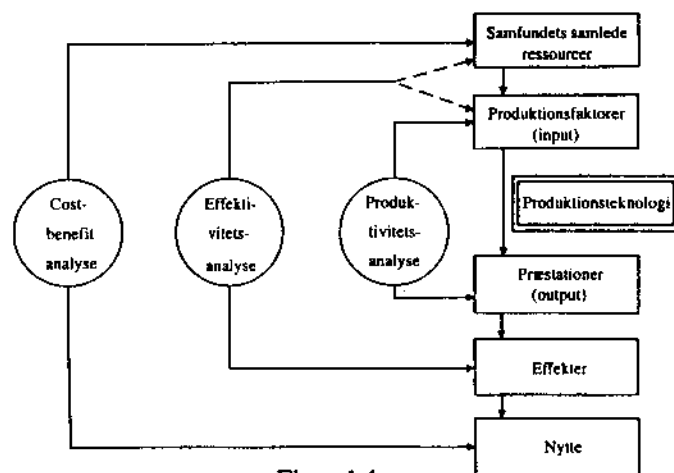
Selvom produktionsprocessen som en helhed har et ønskværdigt resultat, betyder det ikke, at alle de frembragte produkter eller ydelser skal vurderes positivt. Eksempler på uønskede resultater (“bads”) kan være forskellige former for forurening og tab på banklån.

1.2 Produktivitet, effektivitet og cost-benefit analyser

Produktivitet har ikke en klar definition i den økonomiske faglitteratur, og svarende til forskellige opfattelser af begrebet kan produktivitsanalyser give forskellige resultater. De fleste økonomer opfatter produktivitet som resultatet af en sammenligning mellem mængden af producerede varer og mængden af ressourcer, der har medgået til fremstilling heraf. Men for at klarlægge begrebets indhold og *produktivitsanalyser*s begrænsninger og implikationer, vil det være hen-

sigtsmæssigt at adskille denne type analyser fra de relaterede synsvinkler, der repræsenteres af effektivitetsanalyser og cost-benefit analyser.

Både den offentlige debat og økonomiske fagkredse anvender begreberne "effektivitet", "produktivitet" og "efficiens" og "cost-benefit". Det sker ofte uden at de tillægges et præcist eller entydigt indhold. Med udgangspunkt i Gunst, Lauritzen og Heinesens (1984) beskrivelse af produktivitet og effektivitet i den offentlige sektor, gives der i figur 1.1 et bud på, hvorledes tre af de nævnte begreber relaterer sig til hinanden. De nævnte analyser kan alle opfattes som



Figur 1.1

Illustration af relationer mellem cost-benefit, effektivitets- og produktivitetsanalyser

sammenligninger af præstation og indsats, og de udspringer af processen:

Optælling → måling → sammenligning.

Både i offentlige og private organisationer anvendes der store ressourcer til disse aktiviteter. For eksempel sammenligner regeringer BNP i forskellige tidsperioder, og virksomhederne anvender periodevis sammenligninger af mål. Disse sammenligninger vil afhængigt af den konkrete situation for eksempel have til hensigt at bestemme og undersøge afvigelser fra det planlagte, at rapportere til omgivelserne eller at vurdere egne aktiviteter i forhold til konkurrenternes.

Så snart man bevæger sig fra helt overordnede udtryk som BNP og begynder at sammenligne resultater for mindre grupperinger som f.eks. hospitalsafdelinger, bliver det ganske vist en mere konkret aktivitet at foretage målinger og optællinger. Men man vil i langt højere grad få problemer med at fastlægge grundlaget for en retfærdig og rimelig sammenligning. Der vil stadig være en lang række aspekter, der ikke kan kvantificeres, og det er svært at tage hensyn til den "menneskelige faktor". Herudover vil der ofte være problemer med begrebsafklaring og opgørelse af de relevante størrelser.

Af analyseformerne i figur 1.1 udgør *produktivitetsanalyser* den snævraste synsvinkel. Arten af præstationer tages for givet, og der fokuseres på den tekniske vurdering af produktionsprocessen og dens evne til at omdanne ressourcer til færdigvarer. Produktivitetsanalyser siger som udgangspunkt ikke noget om, hvilke aktiviteter der er vigtige i den forstand, at de har en stor positiv effekt.

En mere omfattende type evaluering er *effektivitetsanalyser*, der har til formål at vurdere, i hvor høj grad ressourceanvendelsen fører frem til den ønskede målsætning. I figur 1.1 er der vist to former for effektivitetsanalyser. For det første kan produktionsaktivitetens effekt sættes i forhold til ressourceindsatsen set fra et mere samfundsmæssigt perspektiv, dvs. der inddrages også mere indirekte omkostninger som f.eks. arbejdsløshed. Som alternativ til denne 'brede' form kan der udføres en mere 'smal' effektivitetsanalyse, hvor effekter sættes i forhold til produktionsfaktorindsatsen, målt for eksempel ved omkostninger eller mængder. I praksis kan det være svært at skelne de to former for effektivitetsanalyse og den brede form kan nærme sig en cost-benefit analyse. Men fælles for både den brede og den smalle effektivitetsanalyse er, at det kan være svært at måle "effekten" af en produktion (jf. Pedersen 1979).

Cost-benefit-analyser er den mest omfattende form for analyse, idet de principielt omfatter alle produktionens delprocesser. Cost-benefit analyser søger ud fra en samfundsmæssig synsvinkel at vurdere gavnigheden af en produktion eller at foretage en samfundsmæssig vurdering af alternative ressourceanvendelser (Gunst, Lauritzen og Heinesen 1984). Konsekvenserne på samfundsniveau bestemmes ved at sammenholde information, der hentes helt nede på individniveau (jf. Christensen, Fristrup og Leth Hougaard 1991 side 23ff).

I den skandinaviske litteratur anvendes ordene effektivitet og efficiens ofte synonymt² (f.eks. Hjalmarsson, Bjurek og Isakson 1991, side 192; Lund og

²Da det i amerikansk sprogbrug er almindeligt ikke at skelne mellem "efficiency" og "productivity" (f.eks. Sherman 1989, side 3) er det specielt vigtigt på dansk at skelne mellem efficiens og effektivitet.

Hansen 1993a, side 19) eller uden klare skel (f.eks. Winter 1983, side 334). Men det vil oftest være mere hensigtsmæssigt kun at anvende effektivitetsbegrebet ved analyse af ressourceanvendelse og målsætningsopfyldelse, således som det er søgt illustreret i figur 1.1. På denne måde svarer begrebet også til den mere dagligdags opfattelse heraf.

1.3 Produktivitetsanalyser

Produktivitet kan med udgangspunkt i figur 1.1 beregnes som produceret mængde per ressourceenhed (f.eks. Gunst, Lauritzen og Heinesen 1984; Thestrup 1989; Christensen, Fristrup og Hougaard 1991):

$$\text{Produktivitet} = \frac{\text{Produceret mængde}}{\text{Antal ressourceenheder}}$$

Hvis der kun produceres ét enkelt produkt ved anvendelse af én enkelt produktionsfaktor, er det principielt en simpel opgave at beregne et udtryk for enhedens produktivitet. Dette indeks giver dog kun mening som et relativt begreb, men det egner sig fint til en sammenligning mellem homogene enheder og/eller over tid. I mere realistiske situationer medgår der flere faktorer i produktionsprocessen, og der fremstilles flere forskellige produkter. Det er derfor nødvendigt at foretage en eller anden form for vægtning både i tæller og nævner.

Produktivitetsberegninger har betydning for både offentlige og private virksomheders planlægning. Produktivitetsskøn indgår i fremskrivninger af inputkrav baseret på outputmål og produktivitsvurderinger. I den offentlige sektor kendes dette for eksempel fra den statslige produktivitsmodel, som Finansministeriet indførte i 1987 og i en periode herefter anvendte til at stille årlige krav til de statslige institutioner i forbindelse med budgetlægningen (Budgetdepartementet 1987; Finansministeriet 1991 kapitel 3; Kjærgaard 1994). Produktivitsmål indgår også tit som element i beregning af enhedsomkostninger for præstationer under alternative forudsætninger om produktionsrater, indlæringseffekter osv. (f.eks. Womer og Gullledge 1983). Som led i offentlige (jf. Budgetdepartementet 1991, kapitel 5) og private virksomheders bestræbelser på

ider 'produktivitet' på dansk har en særskilt betydning. Det amerikanske begreb "effectiveness", der udtrykker "the ability of the organization to set and achieve its goals and objectives" (Sherman 1988, side 3) eller "the relationship between a responsibility center's output and its objectives" (Anthony, Dearden og Govindarajan 1992, side 129) svarer til den definition af effektivitet, der anvendes i figur 1.1.

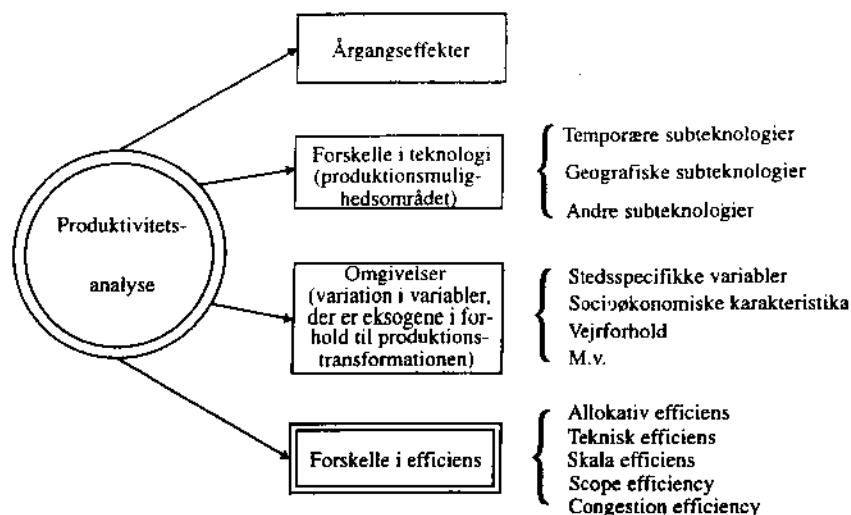
at fremme produktiviteten vil det derfor ofte være nødvendigt tillige at kunne foretage produktivitsmålinger – blandt andet som led i udøvelsen af en kontrolfunktion.

Produktivitsmålinger kan også anvendes eksplorativt til at klarlægge, på hvilke områder der er sket særligt store produktivitsændringer, eller hvilke enheder der er særligt produktive, således at disse kan udgøre erfaringsgrundlag for andre enheders forbedringsbestræbelser. Ligeledes kan produktivitsanalyser anvendes til at afgøre, hvilke enheder, der afviger i negativ retning, således at de kan blive gjort til genstand for nærmere analyse ved andre evalueringsmetoder. Under erkendelse af at der faktisk eksisterer forskelle i produktivitet, kan produktivitsevalueringer danne skøn over kort- og langsigtede forbedringspotentialer (jf. kapitel 8). Det er især til sådanne produktivitsstudier af eksplorativ karakter, at DEA er en særdeles anvendelig teknik, og det er også denne type produktivitsstudie, der foretages i denne afhandling.

Mens efficiens, der diskuteres i de næste afsnit, udtrykker en sammenligning med en fastlagt standard, er det samme ikke tilfældet for produktivitet. Produktivitsmål bliver derfor først meningsfulde, når de sammenlignes med andre produktivitsmål beregnet på samme måde. Der kan principielt anlægges tre synsvinkler på sammenligning af produktivitet. For det første kan man have et ønske om at sammenligne udviklingen over et tidsrum, hvilket svarer til den statistiske tidsseriersynsvinkel, og dernæst kan man ønske at sammenligne produktiviteten på forskellige områder eller for forskellige enheder på samme tidspunkt, hvilket svarer til den statistiske tværsnitssynsvinkel. Endelig kan man kombinere de to førstnævnte synsvinkler ved at anlægge en dynamisk synsvinkel.

1.4 Produktivitsforskelle

De analyserede enheders produktivitet kan som illustreret i figur 1.2 variere på grund af forskelle i den *teknologi*, som virksomhederne anvender, på grund af forskelle i virksomhedernes *efficiens*, som følge af *årgangseffekter* eller fordi *eksogene faktorer* (omgivelser) varierer. Der samler sig betydelig driftsøkonomisk interesse for alle fire elementer, men uden en empirisk adskillelse af virksomhedernes efficiens kan vi ikke skelne komponenter i figur 1.2.



Figur 1.2
Årsager til variation mellem beslutningstagende enheders produktivitet

Opdelingen i figur 1.2 er baseret på en vurdering af de praktiske anvendelser af produktivitetsanalyser, således som de beskrives i faglitteraturen, og der tilstræbes derfor ikke en inddeling på grundlag af specifikke teoretiske kriterier.

For det første kan produktivitetforskelle skyldes *forskelle i teknologi*, fordi analysen omfatter enheder, der anvender forskellige subteknologier, dvs. opererer inden for produktionsmulighedsområder, der ikke er identiske. Det kan for eksempel skyldes, at enhedernes eksistens er tidsmæssigt forskudt, således at forskelle i produktivitet enhederne imellem kan tilskrives ændringer i teknologi og omgivelser over en årrække, eller det kan skyldes, at enhederne er geografisk adskilte, for eksempel pengeinstitutter placeret i forskellige lande. Der kan også være andre årsager til at virksomhederne anvender subteknologier, som til dels indskrænker deres produktionsmulighedsområde. Det kan for eksempel være forskelle som følge af ejerskab (f.eks. banker, sparekasser eller andelskasser), juridisk organisationsform (f.eks. enhedsbanker eller banker med filialnetværk) eller hovedaktivitet (f.eks. bank, forsikringselskab, vekselrer og lignende); eller fordi enhederne som følge af lovgivning opererer under forskellige restriktioner. Forskelle i produktivitet som følge af, at enhederne opererer inden for forskellige subteknologier, går i DEA-litteraturen også under betegnelsen "program-efficiens".

Den næste forklaring, jf. figur 1.2 er, at produktivitetforskelle kan tilskrives *årgangseffekter* ("vintage technologies"). Hermed erkendes investeringernes rolle i produktionsprocessen eksplicit (jf. Färe og Grosskopf 1993) og der foretages en opdeling af produktionsfaktorer afhængigt af om de forbruges øjeblikkeligt eller om deres anvendelighed har en varighed. Årgangseffekter har særlig stor betydning inden for brancher, der har såkaldte 'putty-clay' karakteristika (dvs. fuldstændige substitutionsmuligheder *ex ante*, men faste faktorforhold *ex post*), kan forskelle i produktivitet tilskrives forskelle i produktionsapparatets alder³.

Produktivitetforskelle kan for det tredje tilskrives variation i *omgivelser*, dvs. eksogene variabler, som mere eller mindre er uden for beslutningstagerens kontrol. For pengeinstitutfilialers vedkommende vil forhold som befolkningstæthed, filialtæthed, filialens alder, filialstruktur, geografiske begrænsninger osv. kunne forklare en del af produktivitsvariationen. Ved at forklare produktivitsvariationer ved både forskelle i subteknologier og variation i eksogene variabler henføres produktivitetforskelle til årsager, der ligger udenfor ledelsens umiddelbare kontrol. Det er ikke altid muligt at skelne klart mellem de to forklaringselementer, men udgangspunktet er, at subteknologien som tidligere nævnt reelt indskrænker produktionsmulighederne, mens de forklarende variabler, dvs. omgivelserne, blot antages at påvirke efficiensen, hvormed input transformeres til output, uden at de påvirker selve transformationsprocessens karakter (se også Lovell 1993, side 53-54).

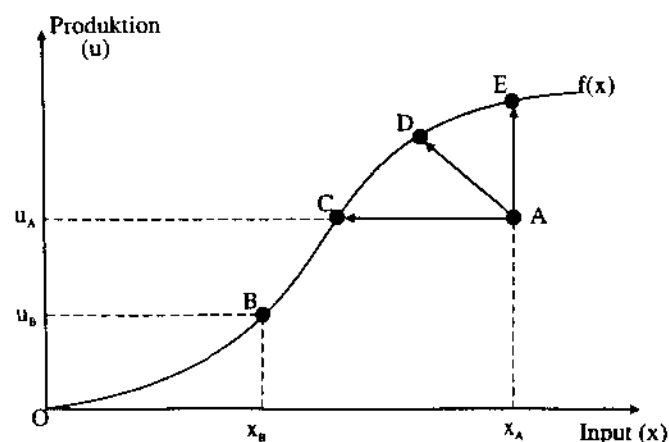
For det fjerde kan produktivitetforskelle skyldes *forskelle i efficiens*, hvilket er det centrale begreb ved evaluering af enhedernes præstationer. Inefficiens kan enten skyldes valg af produktionsplan, der ikke er placeret på den efficiente rand i produktionsmulighedsområdet, valg af en efficient produktionsplan, der ikke er optimal i henhold til beslutningstagerens aktuelle målkriterie eller en kombination heraf. Afhængigt af de anvendte analysemetoder, metodiske antagelser og andre tekniske forhold omkring evalueringen kan afvigelser for eksempel forklares ved produktion i forkert målestok (skalaefficiens), manglende tilpasning af produktionsplanen til markedspriser (allokativ efficiens), manglende udnyttelse af samdriftsfordele (scope efficiency), valg af produktionsplan uden

³Putty-clay teorien er nært forbundet Leif Johansens (1959) produktionsteori, men begrebet stammer fra Edmund Phelps (1963). Andre vigtige bidragere er Salter (1960), Solow (1960) samt Førstund og Hjalmarsson (1987). Se også Hoel og Moene (1987, kapitel 14). Putty-clay teorien har eksempelvis været anvendt af Førstund *et al.* (1985) i et omfattende studie af den nordiske cementindustri. Inden for rammerne af DEA er årgangseffekter desuden behandlet af Färe og Grosskopf (1993).

for de økonomiske produktionsmuligheder (congestion efficiency), overforbrug af produktionsfaktorer (teknisk inputefficiens) eller for lav udnyttelsesgrad af produktionsfaktorerne (teknisk outputefficiens).

1.5 Evaluering af efficiens

Efficiensevalueringen kan finde sted i outputrummet ved at vurdere forholdet mellem den faktiske produktion og den maksimale potentielle produktion opnåelig med en given faktorindsats. Sammenligningen kan også finde sted i inputrummet som forholdet mellem det faktiske forbrug af produktionsfaktorer og det minimalt mulige forbrug for et given produktion; og endeligt kan sammenligningen foretages som en kombination af disse to synsvinkler (jf. Lovell 1993, side 4). Denne retningsorientering (input, output eller en kombination) af



Figur 1.3

Produktionsfunktionen, produktionsmuligheder og inefficiet produktion

efficiensvurderingen er for et enkelt output, u , og et enkelt input, x , illustreret i figur 1.3, hvor der er indtegnet en klassisk S-formet produktionsfunktion, $f(x)$. Virksomhed B har valgt produktionsplanen (x_B, u_B) , som er en teknisk efficient plan, da B er placeret på den efficiente rand, hvilken i øvrigt svarer til den neoklassiske produktionsfunktion. Virksomhed A, der producerer ved (x_A, u_A) , er

derimod inefficiet, uanset om den sammenlignes med den maksimale produktion for faktorindsatsen x_A , dvs. punktet E, med den minimale faktorindsats, der kan frembringe u_A , dvs. punktet C eller med en kombination af disse synsvinkler, for eksempel punktet D.

Efficiensvurderingens grundlag er produktionsmuligheder, og efficiens er som udgangspunkt et rent teknisk begreb (jf. Färe, Grosskopf og Lovell 1985, side 192), idet der ikke indgår nogen adfærdskriterier⁴ ("behavioral objectives"). Men produktionsmulighederne og evalueringerne i forhold hertil kan også defineres ved eksplicitte adfærdskriterier (jf. Färe, Grosskopf og Lovell 1985, side 192), som for eksempel omkostningsminimering med eksogen prisfastsættelse (f.eks. Färe, Grosskopf og Lovell 1985) eller profitmaksimering med eksogen prisfastsættelse og budgetrestriktion (f.eks. Färe og Grosskopf 1994).

⁴Färe, Grosskopf og Lovell (1985), der står som eksponenter for den moderne produktionsteori, skelner mellem tekniske mål og mål baseret på adfærdskriterier: "Obviously if no behavioral objective is specified one is restricted to an investigation of overall technical efficiency and its components. Just as clearly, if one is also interested in the measurement of price-dependent notions of allocative efficiency and overall efficiency, then one must specify a behavioral objective" (Färe, Grosskopf og Lovell 1985, side 92). Se desuden kapitel 4

Kapitel 2

Neoklassisk teori, randmetoder og andre metoder

I den konventionelle mikroøkonomi, som her vil blive sat lig med den neoklassiske økonomiske teori, er virksomheden ("the firm") som enhver anden agent velinformeret og rationel. Virksomheden antages derfor at have kendskab til alle teknisk efficiente produktionsplaner. Det vil sige, at den efficiente rand (jf. kapitel 1) antages kendt, og virksomheden blot skal vælge den plan, der bedst imødekommer dens mål. Herved vælges en teknisk efficient produktionsplan, som også er allokativ efficient.

Det er ganske i overensstemmelse med den konventionelle neoklassiske teori (f.eks. Varian 1993; Kreps 1990, kapitel 7; Horovitz 1970), som danner grundlag for undervisningen på universiteter over hele verden, at antage fuldt kendskab til de efficiente produktionsplaner. Det kan også være en hensigtsmæssig normativ antagelse for udviklingen af mange teoretiske resultater, men i empiriske analyser må det ofte anses for en uhensigtsmæssig – ja, måske endda fejlagtig – antagelse (se også Mills 1984, kapitel 5). Forskelle i efficiens anses da også ofte for en empirisk kendsgerning, selvom det står i skarp kontrast til den ortodokse produktionsteori, der antager, at alle produktive enheder handler i overensstemmelse med en given produktionsfunktion, således at alle enheder er lige efficiente.

Dette kapitel vil belyse betydningen af inefficiens i den neoklassiske model. Først diskuteres den neoklassiske teori, dens implicitte antagelse af efficient produktion, og de konsekvenser det har for empiriske produktivitsanalyser i afsnit 2.1. Dernæst diskuteres det ligeledes i afsnit 2.1, hvilke implikationer antagelse af efficiens henholdsvis inefficiens har for den traditionelle driftsøkonomi. I kontrast til den neoklassiske teori har den moderne produktionsteori, der introduceres i afsnit 2.2, eksplicit opereret med muligheden for inefficient

produktion. Dernæst sættes der i afsnit 2.3 fokus på de afvigende observationer og deres betydning for en teori, der tillader inefficiensen. Endeligt diskuteres i afsnit 2.4 de metoder, der traditionelt har været anvendt til at beskrive og analysere præstationer indenfor driftsøkonomien, nemlig nøgletal og kausale analyser.

2.1 Den neoklassiske teori

Den simple, elegante og konsistente neoklassiske teori¹ om virksomheden, der producerer et enkelt produkt, som opererer i statiske men konkurrenceprægede omgivelser, og som anvender pris eller mængde som strategisk variabel, har i mange år været grundlaget for den traditionelle fremstilling af den mikroøkonomiske virksomhed (jf. Blaug 1992, chapter 7). Modellen henføres sædvanligvis til Cournot's *Recherches sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses* fra 1838, og den har lige siden været udsat for kritik (jf. Blaug 1992) – især hvad angår optimeringsantagelsen og det bagvedliggende rationalitetspostulat.

Adskillige forfattere har forsøgt at erstatte eller svække optimeringspostulatet (jf. Samuelson 1947, kapitel 3). Nogle af de mest kendte bidrag til alternative adfærdshypoteser er nok Simons (1957) satisfæringshypotese, Cyert og Marchs (1963) adfærdsteori, 1993, side 5) samt Leibensteins (1966, 1976) X-efficiency hypotese. Men formodentlig er både rationalitets- og optimeringshypotesen så rodfæstede i den menneskelige adfærd, at vi ikke uden videre kan afvise dem, og det adfærdsmæssige udgangspunkt for analysen i denne afhandling er derfor som formuleret af Färe, Grosskopf og Lovell (1994, side 20):

... we assume purposeful, goal-directed behavior, but we enrich our behavioral models by allowing for failure in the optimization process.
Färe, Grosskopf og Lovell (1994, side 20)

Der tages ikke stilling til karakteren af denne "failure" i optimeringen. Specielt ligger der ikke nogen værdidom i udtrykket, men der åbnes blot mulighed for,

¹Ira Horowitz (1970) giver en klar fremstilling af den neoklassiske teori og de antagelser (Horowitz 1970, afsnit 7.2), der ligger til grund for den neoklassiske virksomhedsteori ("the theory of the firm"). Desuden diskuterer Horowitz alternativer til profitmaksimeringshypotesen inden for det neoklassiske paradigme samt alternativer til selve maksimeringsantagelsen. Endelig giver Horowitz også en stor mængde referencer til empiriske anvendelser af den neoklassiske teori. Den neoklassiske forskningstradition eksemplificeres inden for produktionsteorien af arbejder af Carlson (1939), Hicks (1946), Samuelson (1947), Frisch (1965) og Ferguson (1969); og fra et videnskabshistorisk synspunkt optræder både Blaug (1992) og Knudsen (1991) hovedpunkter i den mikroøkonomiske virksomhedsteoris udvikling.

at optimeringens resultat kan afvige fra det tilsigtede. Da vi kun kan tillægge individer adfærdsantagelser, kan afvigelsen i optimeringsantagelsen, afhængigt af den givne situation, eventuelt helt eller delvis henføres til manglende kongruens mellem individers mål og den evaluerede enheds mål.

Ved produktivitetsanalyser på sektorniveau får adfærdsantagelsen en yderligere dimension, idet evalueringen foretages på baggrund af et overordnet efficienskrav rettet mod hele branchen. Men der findes ikke nogen mekanisme, der kan forene et sådant overordnet krav eller ønske om efficient produktion med den driftsøkonomiske optimering (se også Madsen 1951, kapitel XVII). Branchen er fra et efficienssynspunkt mere end blot summen af isolerede enkeltvirksomheder. Konkurrencebegrænsende foranstaltninger, lovgivningsbestemte restriktioner mv., der hver for sig kan øge eller reducere virksomhedernes indtjening, vil på et sektorniveau optræde som en failure i optimeringsprocessen.

2.1.1 X-efficiency hypotesen

Med udgangspunkt i virksomhedernes tilstræbte, men forfejlede maksimering – som angivet ovenfor – adskiller det adfærdsmæssige udgangspunkt sig fra Leibensteins (1966, 1975, 1976, 1977, 1978, 1980) X-efficiency synsvinkel, der netop baserer sig på en ikke-optimerende adfærd (jf. også Button og Weymann-Jones 1992, side 440). X-efficiency teorien retter sig mod mikroøkonomiske fænomener inden for den enkelte virksomhed eller organisatoriske enhed og muliggør derfor ikke, at en industri kan karakteriseres ved fordelingen af virksomhedernes efficiens (jf. Førsund og Hjalmarsson 1974b, side 252; Lovell 1993, side 18).

Der har, som anført af Button og Weyman-Jones (1992, 1994), ofte været en tendens til at Leibensteins (1966) X-efficiency begreb har været anvendt synonymt med teknisk efficiens (f.eks. Carlson 1968; Shapiro og Müller 1977; Timmer 1971; Berger, Hunter og Timme 1993; Ellinger 1994; Ferrantino og Ferrer 1995), men det kan være vildledende, da udgangspunktet for Farrells (1957) og Leibensteins begreber (1966) er forskelligt. Begge forsøgte ganske vist at forklare, hvorfor virksomheder ikke minimerer deres produktionsomkostninger, men som Leibenstein (1977) selv påpegede i en kommentar til Shapiro og Müller (1977), er der udover forskellen i optimeringshypotesens status også en række andre forskelle mellem begreberne. Se yderligere Button og Weyman-Jones (1994), Stigler (1976), Frantz (1992) samt Athanassopoulos (1994) for en dis-

kussion af forskelle mellem teknisk efficiens i en "traditionel" mikroøkonomisk forstand og X-efficiency.

Den formelle forskel mellem teknisk efficiens og X-efficiency forhindrer dog ikke, at man i empiriske anvendelser har givet et konkret DEA-efficiensmål en X-efficiency fortolkning, selvom DEA som udgangspunkt måler teknisk efficiens. Se for eksempel Leibenstein og Matal (1992).

2.1.2 Profitmaksimeringshypotesen

Den neoklassiske teori bygger på metodisk individualisme i den forstand, at alle forklaringer udspringer af individers handlinger og reaktioner (Arrow 1994). Men det er kendetegnende for den neoklassiske teori, at der anvendes en udvidet form for metodisk individualisme, idet al økonomisk adfærd udledes af de enkelte agents maksimering af nytte under restriktioner. Dette udsagn betegnes også som rationalitetspostulatet (Blaug 1992, kapitel 15) og har givet anledning til den grundliggende optimeringshypotese, der har været meget omdiskuteret, og som mange har forsøgt at forkaste eller modificere. For eksempel undgår Williamson (1985, side 44-47) den stærke neoklassiske rationalitetsantagelse ved i stedet at antage rationalitetsbegrænsninger i både informationsbehandling og beregningskapacitet (jf. Hesterly og Zenger 1993); og andre teoriretninger anvender i følge Williamson endnu svagere rationalitetsantagelser. Det gælder for eksempel evolutionære teorier (f.eks. Alchian 1950; Nelson og Winter 1982) og den "østrigske skole" (Kirzner 1973).

Men optimeringspåstanden er reelt set ikke selvstændigt testbar (Caldwell 1982, side 158). Postulatet har også begrænsede selvstændige implikationer, idet det, som påpeget af Arrow (1987, side 70-71; se også Blaug 1992 side 232), nødvendigvis optræder sammen med hjælpehypoteser som for eksempel perfekt forudseenhed, ligevægts udfald, fuldkommen konkurrence og aggregeringer af homogene agents adfærd og præferencer. Den neoklassiske virksomhedsteori forfægtet har gennem lang tid forsvaret den centrale profitmaksimeringsantagelse ved at henføre tilsyneladende falsifikationer til adfærdsantagelser, antagelser om informationsfordelingen med videre.

2.1.3 Driftsøkonomen og den neoklassiske teori

Hvad angår produktionsteorien, så har den neoklassiske tradition typisk fuldstændigt ignoreret muligheden af, at producenterne kunne operere inefficiënt. Det antages implicit, at ressourcerne allokeres efficiënt under de begrænsninger, som produktionsteknologiens struktur, markedernes karakter og agenternes adfærdsmål betinger. Det er udfaldet af virksomhedernes operation i de konkurrenceprægede markeder, som den neoklassiske økonom interesserer sig for og ikke de enkelte virksomheder. Produktionsfunktionen repræsenterer en hypotetisk organisation, der optræder som en særskilt beslutningstagende enhed; beslutningsprocessen i organisationen, enhedens interne struktur etc. samt forskelle heri mellem organisationer indgår ikke i den neoklassiske teori.

På denne baggrund (jf. Färe, Grosskopf og Lovell 1985) elimineres inefficiens ved løsning af producentens optimeringsproblem, således at "the purely *technical* maximization problem may be said to be solved by the very definition of our production function" (Carlson 1939, side 14-15). Dermed opererer den neoklassiske produktionsteori ikke bare på et andet aggregerings- eller abstraktionsniveau end den driftsøkonomiske teori, men det er heller ikke muligt umiddelbart at bevæge sig fra den ene verden til den anden. Den traditionelle mikroøkonomi må svare benægtende på driftsøkonomens afgørende spørgsmål: "Does management make a difference?" (Lewin 1992) for med Darwinistiske argumenter (jf. Hirshleifer 1977, 1985) vil hovedparten af de observerede virksomheder på et givet tidspunkt have udviklet optimal adfærd, og overlevende industrier vil operere efficiënt (jf. Lewin 1992) og med samme argumenter kan deskriptive studier af virksomhedernes faktiske adfærd tjene som grundlag for normative teoridannelser (jf. Chandler 1962). Men for driftsøkonomen, der helt overvejende beskæftiger sig med den enkelte virksomheds økonomiske problemer, er virksomhedens ledelse af afgørende betydning for den efficiënte operation. Det er den effektive ledelse, der sikrer virksomhedens fortsatte eksistens.

Driftsøkonomen bevæger sig i virkelighedens verden, hvor den momentane tilpasning ikke eksisterer, og hvor held og uforudsete begivenheder eksisterer (Lewin og Minton 1986) og har betydning for de organisatoriske udfald, som forskeren observerer (jf. Cohen, March og Olson 1972). Men alligevel er det de neoklassiske antagelser, der har formet den normative driftsøkonomiske teori. Således antager den funktionalistiske afsætningsøkonomi for eksempel typisk, "at virksomheden arbejder på den lavest mulige omkostningskurve" (Rasmussen

1971, side 36), hvilket er præcist de samme forudsætninger om optimerende adfærd og fuld viden om omkostningsfunktioner, "der også anvendes af økonomer inden for produktionsteori og andre dele af den økonomiske teori" (Rasmussen 1971, side 36). Herved bliver der reelt set enten ikke plads til adfældsvariable, eller de bliver ligegyldige. Eksemplet her skal ikke tjene som en kritik af den funktionalistiske afsætningsøkonomi generelt eller specifikt af Arne Rasmussens parameterteori². Men eksemplet fra illustrerer, hvorledes mere eller mindre implicite antagelser, for eksempel om efficient produktion udelukker adfærdsmæssige variationer.

2.2 Introduktion af inefficiens i den moderne produktionsteori

Det afgørende fremskridt i den moderne produktionsteori skete i midten af 1950'erne, hvor Shephard (1953) introducerede en modellering af teknologien ved hjælp af distancefunktioner (jf. afsnit 3.5), og hvor den økonomiske dualitetsteori (jf. afsnit 3.8) blev udviklet. Ligesom den neoklassiske produktionsteori udelukkede inefficiens, så gav heller ikke dualitetsteori i første omgang plads til inefficiens. Dette skyldes ifølge Färe, Grosskopf og Lovell (1985, kapitel 1), at dualitetsteori især beskæftiger sig med at opstille betingelser, under hvilke produktionsmulighedsmængder og værdifunktioner som indtjenings- omkostnings- og profitfunktion giver samme information. Den optimerende adfærd i konkurrenceprægede omgivelser samt den velformede produktionsteknologi, som er nødvendige for at etablere dualiteten, udelukker nemlig inefficient produktion (Färe, Grosskopf og Lovell 1985, side 5-6).

Nogenlunde samtidigt med at Shephard introducerede distancefunktionen, karakteriserede Koopmans (1951, side 60) den teknisk efficiente produktion, idet han definerede en brugbar input-output kombination som efficient, hvis det var teknologisk umuligt at øge produktionen af nogen produkter og/eller reducere

²Den mikroøkonomiske afsætningsteori er som anført af Bendi Rørsted "designed to assist in analysis and to deepen the understanding of theory" (Rørsted 1970, side 18). Modellerne er typisk meget abstrakte og indholder en mængde simplificerende antagelser, der stort set aldrig opfyldes i praksis (Rørsted 1970, side 18). Men Rørsted finder ikke, at modellerne er ubrugelige af den grund, blot "we must refine the models, or improve the concepts, or do both" (Rørsted 1970, side 21). Selvom en models forudsætninger i praksis ikke er opfyldte, udelukker det ikke dens udsagn om, hvad der sker, når parametre ændres, er korrekte.

forbruget af nogle faktorer, uden samtidig at reducere produktionen af mindst ét produkt og/eller øge forbruget af mindst én faktor (se også Koopmans 1957, afsnit 3). Som konsekvens af Koopmans definition er den inefficiente producent altså karakteriseret ved, at han kan producere mere ved anvendelse af det samme input eller producere det samme ved anvendelse af mindre input. Koopmans gav dog ingen anvisninger på, hvorledes efficiente produktionsplaner skulle identificeres, eller hvorledes graden af inefficiens skulle måles. Det gjorde til gengæld Debreu (1951), der med sin "Coefficient of resource utilization" konstruerede et mål for graden af teknisk inefficiens. Debreu's ressourceudnyttelseskoefficient var et radiært mål, der kort tid herefter blev videreudviklet af Michael Farrell (1957). Farrell indførte desuden en omkostningsbetragtning i valget af den mest efficiente produktionsplan, og han konstruerede en partiel dekomponering af den samlede inefficiens i en teknisk og i en allokativ komponent. Det er således Farrell, der for de fleste er kommet til at stå som grundlæggeren af den *moderne efficiensteori*, fordi han var den første, som kombinerede Debreu's ressourceudnyttelseskoefficient og Koopmans' efficienskarakteristik til en principielt anvendelig evalueringsteknik.

Farrells metode gav senere anledning til udviklingen af forskellige metoder til måling af efficiens og i midten af 1970'erne viste Charnes, Cooper og Rhodes (1978) samt Färe og Lovell (1978) uafhængigt af hverandre, at Shephards (1953) oprindelige inputorienterede afstandsfunktion var den reciprokke af Debreu's (1951) koefficient og Farrells (1957) mål for teknisk efficiens. Denne erkendelse havde stor teoretisk og praktisk betydning, idet afstandsfunktioner for det første giver en fuldstændig karakteristik af multiple input/output teknologiers struktur og for det andet måler producentens afstand til den efficiente del af teknologien (jf. Färe, Grosskopf og Lovell 1994, side 11).

2.3 Fokus på de afvigende observationer

De afgørende skridt mod en randbasert teori blev taget, da Koopmans (1951, 1957), Debreu (1951) og Farrell (1957) i 1950'erne introducerede inefficiens i den moderne produktionsteori. Udviklingen af de ikke-parametriske randmetoder (Farrell 1957; Farrell og Fieldhouse 1962), konstruktionen af stykvis lineære teknologier (Shephard 1970, 1974; Afriat 1972) samt udviklingen af de deterministiske (Aigner og Chu 1968; Førsund og Hjalmasen 1979a, 1979b, 1979c; Førsund og Jansen 1977) og de stokastiske parametriske randmetoder (Aigner,

Amemiya og Poirer 1976; Aigner, Lovell og Schmidt 1977; Meeusen og van den Broeck 1977a, 1977b) gav stødet til en stadig stigende strøm af teoretiske og empiriske bidrag, der med stor overbevisning demonstrerede teoriskiftets betydning. Se referencer hos Färe, Grosskopf og Lovell (1985, 1994) samt Seifords (1990, 1994) og Leys (1990) bibliografier. Udviklingen af randmetoderne udgjorde en metodisk fornyelse i forhold til de traditionelle statistiske metoder. Ved at fokusere på afvigende observationer ("outliers") frem for central-tendenser, kan eksempelvis god ledelse potentielt identificeres, og betydningen heraf for den organisatoriske enheds præstationer kan forklares ved at identificere variabelers kontrollérbarhed og korrigerer præstationsmålene herfor (Daft og Lewin 1990; Lewin 1992; Lewin og Minton 1986).

Det er dog stadig sjældent, at økonomisk forskning bringer resultater baseret på afvigende observationer. Traditionel økonometrisk deskriptiv forskningsmetode er baseret på multivariate metoder som for eksempel regressioner, der med Lewin's (1992) ord "abstracts the observed data in a way that maximizes explanation of the average behavior". Men gennemsnitsorganisationen eksisterer ikke, og den kunne aldrig være på forkant med de fænomener, som vi ønsker at undersøge. Gennemsnitsorganisationen kan aldrig være repræsentativ for fænomener som "mest effektive" eller "mindst effektive", der som beskrevet af Lewin (1992) for eksempel er grundlaget både for komparative case-studier (f.eks. Peters and Waterman 1982) og for udviklingen af den situationsbestemte ledelsesteori, dvs. contingency teorien (f.eks. Lawrence og Lorsch 1967; Woodward 1965).

I følge den traditionelle økonometriske forskning repræsenterer afvigende observationer stikprøvefejl, målefejl, misspecifikation etc. Men det er imidlertid ofte de afvigende observationer, der repræsenterer de egenskaber, som vi analyserer, og betydelig indsigt kan derfor opnås ved at fokusere på de bedste eller dårligste observationer frem for blindt at beregne gennemsnit. De afvigende observationer kan indeholde information, der ikke bemærkes ved gennemsnitsmetoder (Cook og Weisberg 1982; Burgess og Wilson 1993; Wilson 1995), og man må derfor tage stilling til, hvilken synsvinkel der i det konkrete studie er mest relevant.

2.4 De traditionelle metoder

Ved evaluering af produktivitet har de de mest udbredte teknikker været beregning af nøgletal samt forskellige former for kausale analyser. Men disse metoder

har hver for sig begrænsninger, der gør dem relativt uegnede til komplekse flerdimensionale præstationsevalueringer. Den metode, der præsenteres i denne afhandling, besider til gengæld egenskaber, der løser mange af problemerne forbundet med både nøgletal og regressioner mv.

2.4.1 Nøgletal

Historisk set har nøgletal som fremhævet af blandt andre Sexton (1986), været meget brugt i analyser af produktivitet og efficiens. Eksempelvis har man vurderet sygehuses efficiens på grundlag af forholdet mellem omkostninger og patientdage, og man har vurderet erhvervsvirksomheder på baggrund af forskellige forhold mellem omsætning og afkast. Sådanne nøgletal er imidlertid på mange måder helt utilstrækkelige. For det første ignorerer de alle påvirkninger fra de analyserede enheders omgivelser; for eksempel vil geografiske forhold ofte influere på blandt andet enhedernes omkostninger. For det andet antages det implicit, at alle de analyserede enheder er identiske, således at sammenlignede hospitaler for eksempel foretager de samme typer behandlinger. Mens man ofte kan anvise mere eller mindre opfindsomme måder at kompensere for det første problem, er enhedernes inhomogenitet et langt væsentligere problem.

For at imødegå flerdimensionaliteten på både input- og outputsiden i organisationer som sygehuse, pengeinstitutter etc., beregnes sædvanligvis flere forskellige nøgletal. I sammenligninger af sygehuse kunne man for eksempel se på antal anvendte sygeplejersketimer per patientdag, materialeomkostninger per patientdag osv. Hver for sig lider disse nøgletal af de samme problemer som fremhævet ovenfor, og taget som en helhed udgør de et sammensurium af oplysninger, der ikke giver nogen klar indikation af enhedernes efficiens. Pengeinstitutter, der anvender den nyeste edb-teknologi vil selvfølgelig have store omkostninger hertil, men (forhåbentlig) mindre personaleomkostninger, mens andre pengeinstitutter, der ikke har investeret i ny teknologi, muligvis har langt større personaleudgifter. Nøgletallene anviser ingen vej til at sammenligne disse enheders efficiens.

2.4.2 Kausale analyser

Som et alternativ til at anvende simple nøgletal har regressioner og andre kausale analyser været anvendt til at modellere enhedens produktion som en funktion af

input og andre eksogene faktorer. Ved en sådan analyse estimeres en sammenhæng, der giver et outputniveau for givne forklarende faktorer. De enheder, der relativt set er efficiente, producerer mere end ved det estimerede niveau, mens de enheder, der er inefficente, producerer mindre end modellen forudsiger. Efficiensen indikeres derfor af regressionsresidualerne, således at positive residualer i én eller anden forstand betyder efficiens, og negative betyder inefficiens.

Sexton (1986) og andre fremhæver nogle principielle ulemper ved at estimere efficiens ved en regression. For det *første* estimeres typisk en enkelt ligning, hvilket enten kræver, at der kun specificeres et enkelt output, eller at der foretages en form for aggregering til et enkelt output. I mange af de situationer, der er omfattet af den ovenfor nævnte problemstilling, findes der ikke nogen naturlig aggregering; for eksempel hvis priser ikke er tilgængelige. Hvordan skal udfærdigelse af lånedokumenter i et pengeinstitut vægtes sammen med oprettelse af indlånskonti og manuelle betalingstransaktioner? En mulighed kunne være at estimere et system af ligninger, men så optræder et tilsvarende system af residualer, der ikke muliggør en endimensional efficiensevaluering; og hertil kommer statistiske komplikationer på grund af det øgede antal parametre, der estimeres og de dertil svarende krav til antallet af observationer. Regressionsanalyser vurderer for det *andet* efficiens i forhold til enhedernes gennemsnitspræstationer. Det er et potentielt metodisk problem, som der senere skal vendes tilbage til i yderligere detaljer. Det er i denne afhandling synspunktet, at det ikke er rimeligt at analysere ekstremale karakteristika som efficiens ved teknikker, der grundliggende set er baseret på gennemsnitssammenhænge. For det *tredje* kræver regressionsprocedurer en parametrisk specifikation af produktionssammenhængene. Der introduceres en implicit ad-hoc antagelse om eksistensen af en produktionsfunktion og dennes form. Der findes mange eksempler på, at matematiske behageligheder ved for eksempel Cobb-Douglass eller translog³ funktioner har bestemt de funktionelle antagelser og dermed også de økonomiske implikationer af konkrete analyser.

³Translog ("transcendental logarithmic") funktionen blev oprindeligt foreslået af Christensen, Jorgensen og Lau (1973) som en lokal approksimation til en underliggende ukendt omkostningsfunktion, der havde til hensigt at undgå unødvendige restriktioner på produktionsteknologien. De fleste banksektorstudier opererer imidlertid med så stor spredning i datamaterialet, at estimation af translogomkostningsfunktioner, som demonstreret af McAllister og McManus (1993), kan give misvisende resultater.

Kapitel 3

Produktionsmodellen

*Technology is dominated by two types of people:
those who understand what they do not manage
and those who manage what they do not understand*

—ARCHIBALD PUTT

Denne afhandling beskæftiger sig med måling af produktivitet og efficiens. Målingen foretages på baggrund af en generel aksiomatisk produktionsmodel, hvis konstruktion og bestanddele skal beskrives i dette kapitel. Produktionsmodellen beskriver den abstrakte transformation af input til nettooutput i den forstand, at den ikke giver en eksplicit beskrivelse eller et flowdiagram af virksomheden (jf. Färe 1988b, chapter 1). Modellen er en aksiomatisk beskrivelse af produktionsteknologien, idet denne antages at tilfredsstille visse aksiomer for at være en gyldig teknologi.

Kapitlet giver en oversigt over produktionsmodellen og dens komponenter. Det er formålet dels at beskrive nogle hovedtræk af den aksiomatiske produktionsteori og dels at illustrere nogle af de modelleringsmuligheder, som modellen giver. Dette kapitel har således ikke til formål at bidrage til videreudvikling af produktionsteorien. Der vil heller ikke blive gået i detaljer ved at udlede teoretiske resultater og implikationer eller ved at bevise modellens egenskaber og karakteristika. Der gives derimod et sammendrag af en række af de formelle resultater, som har praktisk betydning for empirisk arbejde, og der henvises til den relevante litteratur for beviser.

I afsnit 3.1 diskuteres først valget af analyseniveau, og de konsekvenser det har for valget af analyseenhed. Dernæst introduceres den grundliggende

repræsentation af produktionsteknologien i form af inputkorrespondensen, outputkorrespondensen og produktionsmulighedsmængden i afsnit 3.2. Inputkorrespondensen, outputkorrespondensen og produktionsmulighedsmængden er ækvivalente beskrivelser af de analyserede enheders produktionsmuligheder, og de udtrykkes på baggrund af en række krav til teknologien. Disse krav formuleres aksiomatisk i afsnit 3.3. I afsnit 3.4 indplaceres den klassiske produktionsfunktion i produktionsmodellen, og herefter behandles teknologiens repræsentation ved afstandsfunktioner i afsnit 3.5, og i afsnit 3.6 beskrives forskellige efficiente delmængder af teknologien. Ved introduktion af priser og adfærdsantagelser demonstreres i afsnit 3.7 desuden prisafhængige karakteriseringer af teknologien ved definition af omkostnings-, indtægts- og profitfunktioner, og disse funktioner indpasses i produktionsmodellen. I afsnit 3.8 beskrives hovedprincipperne i den moderne dualitetsteori kortfattet, og mens de foregående afsnit i kapitler har været abstrakt udtrykt uden en formalisering af teknologien, vil den stykvis lineære produktionsteknologi i afsnit 3.9 blive introduceret som en konkret operationalisering af teknologien inden for den aksiomatiske ramme.

3.1 Analyseenheden

Det er ofte den enkelte virksomhed, der er i fokus for driftsøkonomen. Det er den enkelte virksomhed, der stræber mod et optimum – selvom andre ønsker end den umiddelbare profit- eller gevinstmaksimering kan indgå i målsætningen (f.eks. Madsen 1951, side 9). Der er dog principielt ikke noget der hindrer, at vi kan betragte bestræbelserne mod efficient produktion fra branchens eller samfundets synsvinkel. Rationalisering¹ af produktionsapparatet inden for en branche som helhed betegnes sædvanligvis som strukturrationalisering (jf. Madsen 1951, side 159; Svernilson 1946, side 351). De enheder, som analyseres betegnes i traditionel mikroøkonomiske terminologi som virksomheder eller bedrifter (se også Pedersen 1965, side 1), men i den operationsanalytisk orienterede del af produktivitetslitteraturen finder man ofte betegnelsen *beslutningstagende enheder* ("decision making units", DMU) anvendt. Ved at undgå traditionelle

¹Indenfor driftsøkonomien defineres rationalisering af Vagn Madsen som "Indbegrebet af systematiske Bestræbelser i den enkelte Virksomhed mod et optimalt Forhold mellem Omkostninger og Omsætning med særlig Interesse for Omkostningsminimaliseringssiden" (Madsen 1951, side 12). Dermed drejer rationalisering sig om bestræbelser mod efficient produktion, med særlig interesse for reduktion af input.

mikroøkonomiske begreber som "plant" eller "firm" lagde Charnes, Cooper og Rhodes (1978), der introducerede DMU-begrebet, vægt på, at analyseenheden er en organisatorisk enhed. I denne afhandling vil betegnelserne enheder, organisationer og virksomheder blive anvendt i flæng, uden at det skal tillægges nogen betydning; og i den empiriske del vil analyseenheden i sagens natur også blive betegnet som en bank eller et pengeinstitut.

3.1.1 Analyseniveauet

Produktionsmodellen kan formuleres på forskellige analyseniveauer, og i tilknytning hertil kan efficiensbegreberne gives forskellige fortolkninger. Her tages der udgangspunkt i Førsund og Hjalmarssons (1979a; 1987 afsnit 3.3) opdeling, hvorved der anlægges et bredt syn på efficiens. Efficiens anvendes ved denne synsvinkel som et resourceudnyttelsesbegreb; altså et mål der karakteriserer, hvordan transformationen af input til output forløber. I Førsund og Hjalmarssons forstand er efficiens et relativt begreb (jf. også kapitel 1), hvilket indbærer, at de økonomiske enheder må sammenholdes med en standard (se også afsnit 4.1). Hvorledes de specifikke efficiensmål skal være, og hvilken standard der skal benyttes ved evalueringen af de enkelte enheder, afhænger af det formål, man har med efficiensevalueringen; og samtidig med valget af målsætning vælges analyseniveau og analyseenhed.

Førsund og Hjalmarsson (jf. Førsund og Hjalmarsson 1987, afsnit 3.3) diskuterer efficiensmål på tre forskellige aggregeringsniveauer: makroniveau, industriniveau og mikroniveau. På *makroniveauet* anvendes efficiensmål på aggregerede data til at indikere allokativ efficiens, hvilket indebærer en sammenligning af den observerede allokering af resourcer mellem forskellige sektorer med en form for ideel allokering. Sædvanligvis karakteriseres den ideelle allokering på makroniveau ved Pareto-optimalitet givet den eksisterende indkomstfordeling. *Industriniveau*, som også kan betegnes sektorniveau eller brancheniveau, vedrører den enkelte industris potentiale for øget produktion ved at anvende resourcerne i de mest produktive eller efficiente virksomheder. Analyser på sektorniveau vil typisk være eksplorativt anlagt med henblik på dels at vurdere de mest efficiente virksomheders karakteristika og dels at vurdere fordelingen af præstationer i sektoren. Endelig fokuseres der på *mikroniveau* på de enkelte virksomheders udnyttelse af de givne resourcer. Hovedproblemerne på mikroniveauet er den

ledelses- og ingeniørmæssige maksimering af produktionen for en given mængde input.

I den empiriske analyse i afhandlingens anden del anlægges der ved analysen af den danske pengeinstitutsektor en branchesynsvinkel. Men produktionsmodellen og efficiensmålene, der introduceres i dette og det efterfølgende kapitel, er ikke bundet til brancheniveauet, idet de lige såvel kunne operere på mikroniveau. Til gengæld er modellen som udgangspunkt mindre egnet til vurdering af efficiens og produktivitet på makroniveau. Analyseniveauerne afspejles i produktionsmodellens anvendelsesområder. På mikroniveau² kan modellen blandt andet anvendes i den enkelte virksomheds økonomistyring, for eksempel som led i en rationaliseringsproces, som en del af budgetteringen eller som en komponent i et variabilitetsregnskab, mens modellen på bracheniveau for eksempel kan indgå i industriøkonomiske analyser. Driftsøkonomisk bringes der, som anført allerede af Vagn Madsen "ikke nogen væsentlige, principielle, nye Synspunkter ind i Rationaliseringsdebatten ved at betragte Branchen som helhed i Stedet for de enkelte Virksomheder" (Madsen 1951, side 160). Det er imidlertid ikke oplagt, at det er rimeligt, at stille samme adfærdskrav til enhederne på branche- som på virksomhedsniveau. På virksomhedsniveau vil man i mange situationer kunne tage udgangspunkt i ejerkredsens interesse og antage, at profitmaksimering er den væsentligste målsætning. På brancheniveau kan der være samfundsmæssige interesser i, at enhederne opererer med størst mulig efficiens, men der er ikke nogen mekanisme, der automatisk forener samfundets krav med det driftsøkonomiske profitmaksimeringssynspunkt (jf. Madsen 1951, side 160), og man kan i det hele taget ofte kun forvente at branchen vil tage effektivitets- eller efficiensfremmende skridt, hvis der foreligger en nødsituation (Madsen 1951, side 161).

Når vi derfor opererer på brancheniveau og evaluerer for eksempel pengeinstitutsektorens efficiens, må vi forvente en vis grad af inefficiens, som fra et samfundsmæssigt synspunkt er uønsket, men som samfundet kun i meget ringe grad har mulighed for at påvirke. Det berører imidlertid ikke interessen for

²Inden for den produktionsmodel, der skitseres i dette kapitel, har en række forfattere anvendt produktivitsanalyser til på mikroniveau at analysere den enkelte virksomheds præstation. Typisk opfattes de enkelte filialer som virksomheder eller beslutningstagende enheder, og produktionsteknologien formuleres på grundlag heraf. Indenfor pengeinstitutsektoren har analyser på filialniveau været gennemført af blandt andre Frei og Harker (1995), Giokas (1991), Oral and Yolalan (1990), Parkan (1987), Sun og Gong (1993), Sherman (1984), Sherman and Gold (1985), Tulkens (1993), samt Vassiloglou and Giokas (1990).

at vurdere graden af ressourceetab (se yderligere kapitel 8) – eller størrelsen af kapacitetsreserven, hvis man skal anvende en mere positiv betegnelse for det samme.

3.2 Teknologien

De fleste økonomiske enheder, som har en praktisk betydning, fremstiller flere forskellige produkter ved anvendelse af forskellige kombinationer af produktionsfaktorer. For empiriske analyser er det nødvendigt at kunne udtrykke produktionsmulighederne ved de produkter og faktorer, der resulterer i eller indgår i produktionsprocessen. Sædvanligvis gøres dette ved at anvende en *produktionsteknologi*. Enhver specifikation af produktionsteknologien vil, som blandt andre Chambers (1988, side 7) anfører, være en ren teknisk konstruktion (se også Frisch 1962, kapitel 1), der som udgangspunkt ikke har noget økonomisk indhold. Økonomens interesse ligger i at studere agenternes adfærd, og produktionens tekniske aspekter bliver derfor kun interessante, hvis de begrænser agenternes handlingsmuligheder.

Ofte ses teknologien repræsenteret ved en (skalar) *produktionsfunktion*, der for mange økonomer er indbegrebet af den teknologiske modellering. Men som der blev argumenteret for i kapitel 2, baseres produktionsfunktionen på en optimering, hvorfor teknisk inefficiens udlukkes. Produktionsfunktionen kan i empiriske analyser derfor ikke være en repræsentation af data. Tværtimod repræsenterer dens eksistens og form antagelser, der er bestemmende for analysens resultater og implikationer. Den moderne aksiomatiske produktionsteori, der især er grundlagt af Ronald W. Shephard (1953, 1970, 1974), tager imidlertid et andet udgangspunkt, som senere er blevet fulgt op i blandt andet bøger af Chambers (1988), Cornes (1992), Shephard og Färe (1980), Färe (1988b), Färe og Grosskopf (1994), Färe, Grosskopf og Lovell (1985, 1994), samt Färe og Primont (1995).

I dette afsnit vil teknologien blive modelleret på tre ækvivalente måder: (1) som en input korrespondence, der specificerer hvilke delmængde af alle tænkelige inputvektorer, der er i stand til at producere en given outputvektor, (2) som en output korrespondence, der specificerer den delmængde af outputvektorer, der kan produceres af en given inputvektor, og (3) som produktionsmulighedsmængden der er mængden af mulige produktionsplaner, og som er defineret ud fra input og outputkorrespondenserne.

Som det er sædvanlig praksis (f.eks. Färe og Grosskopf 1994), tages der udgangspunkt i en virksomhed, hvor produktionsprocessen involverer Y forskellige varer ("goods"), der kan tjene som input og/eller output. Disse varer kan være produkter, tjenester, indsats af arbejdskraft, egenskaber, indikatorer etc. Hvis en vare indgår i produktionsprocessen som et input, vil den blive betegnet en produktionsfaktor, mens varer, der er output, ofte vil blive betegnet som produkter.

Virksomhedens specifikke produktionsplan repræsenteres ved en *nettooutput* – eller netput (jf. Varian 1984) – vektor $y \in \mathbb{R}^Y$, hvor det i 'te element y_i er negativt, hvis den i 'te vare er et nettoinput, og omvendt positivt, hvis varen tjener som et nettooutput. De teknologiske produktionsmuligheder, som virksomheden står over for, er fuldstændigt beskrevet ved en produktionsmuligheds mængde $T \subseteq \mathbb{R}^Y$, der indeholder alle de mulige kombinationer af input og output. Selvom det indebærer et tab af generalitet, vil vi her følge praksis og skelne mellem input, x , og output, u .

Lad $x = (x_1, \dots, x_n, \dots, x_N) \in \mathbb{R}_+^N$ repræsentere produktionsfaktorer og lad $u = (u_1, \dots, u_m, \dots, u_M) \in \mathbb{R}_+^M$ repræsentere nettooutput, hvor $N + M = Y$. Produktionsplanen udgøres i denne notation af vektorparret $(x, u) \in T \subseteq \mathbb{R}^{N+M} = \mathbb{R}^Y$, og teknologimængden eller produktionsmulighedsområdet T , der opregner alle de kombinationer af input og output, der er teknologisk mulige, er defineret ved:

$$T = \{(x, u) \in \mathbb{R}_+^{N+M} | (x, u) \text{ er mulige produktionsplaner} \}. \quad (3.1)$$

Ved implicit at henvise til forskellen mellem brugbare og ikke-brugbare produktionsplaner referer (3.1) implicit til sammenhængen mellem input- og output-kombinationer. Denne sammenhæng modelleres eksplicit ved en såkaldt input korrespondence

$$L : \mathbb{R}_+^M \rightarrow L(u) \subseteq \mathbb{R}_+^N, \quad (3.2)$$

der afbilder outputvektorer $u \in \mathbb{R}_+^M$ over i delmængder af inputvektorer, $x \in \mathbb{R}_+^N$. Inputmængden, $L(u)$, betegner alle inputvektorer, der kan producere outputvektoren $u \in \mathbb{R}_+^M$. Sammenhængen kan også modelleres ved output korrespondensen

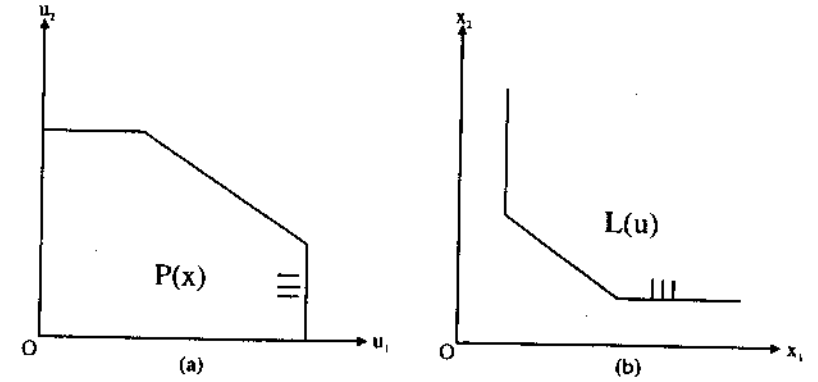
$$P : \mathbb{R}_+^N \rightarrow P(x) \subseteq \mathbb{R}_+^M, \quad (3.3)$$

der afbilder inputvektorer $x \in \mathbb{R}_+^N$ over i delmængder af outputvektorer, $u \in \mathbb{R}_+^M$. Outputmængden, $P(x)$, betegner alle outputvektorer, der kan produceres af

inputvektoren $x \in \mathbb{R}_+^N$. Input og output korrespondenserne er hinandens inverse i den forstand, at

$$x \in L(u) \Leftrightarrow u \in P(x), \quad (3.4)$$

hvilket betyder, at u kun tilhører outputmængden for x , hvis x tilhører inputmængden for u . Outputmængden er for $M = 2$ illustreret i figur 3.1 (a), mens



Figur 3.1: Input- og outputmængden

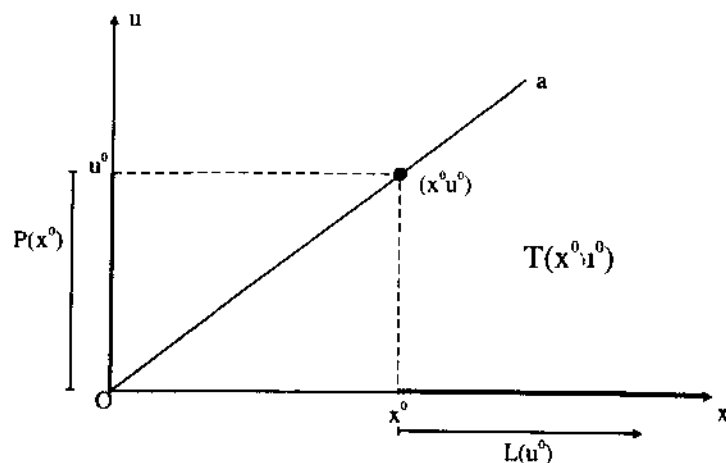
inputmængden for $N = 2$ er illustreret i figur 3.1 (b).

En netput vektor $(x, u) \in \mathbb{R}^{N+M}$ siges at være brugbar hvis og kun hvis $x \in L(u)$ eller ækvivalent $u \in P(x)$. Således defineres mængden af alle brugbare produktionsplaner ved

$$T = \{(x, u) \in \mathbb{R}_+^{M+N} : x \in L(u), u \in \mathbb{R}_+^M\} \quad (3.5)$$

$$= \{(x, u) \in \mathbb{R}_+^{M+N} : u \in P(x), x \in \mathbb{R}_+^N\}, \quad (3.6)$$

og produktionsmulighedsområdet kan afledes enten fra $P(x)$ eller $L(u)$. Selvom inputmængden, outputmængden og produktionsmulighedsområdet modellerer den samme teknologi, fokuseres der ved de tre synsvinkler på forskellige aspekter heraf. Inputmængden modellerer inputsubstitution, outputmængden modeller outputsubstitution og produktionsmulighedsområdet modeller transformationen af input til output. Sammenhængen mellem de tre repræsentationer af teknologien: inputmængden, outputmængden og produktionsmuligheds mængden er



Figur 3.2: Produktionsmulighedsområdet, outputmængden og inputmængden

for $M = N = 1$ illustreret i figur 3.2 (jf. Färe, Grosskopf og Lovell 1985, afsnit 2.1). Produktionsmulighedsmængden afgrænses af x -aksen og linien $(0a)$, outputmængden er $P(x^0) = [0, u^0]$ og inputmængden er $L(u^0) = [x^0, +\infty]$.

Det kan nogle gange være hensigtsmæssigt at skelne mellem produktionsplaner, der er umiddelbart gennemførlige, og produktionsplaner, der eventuelt kan gennemføres – f. eks. under visse betingelser (jf. Varian 1984). På kort sigt kan nogle af de specificerede produktionsfaktorer være faste, hvorfor kun produktionsplaner, der tager hensyn hertil, er mulige. Vi vil ikke her foretage en yderligere opdeling af produkter og produktionsfaktorer, da man istedet med fordel kan referere til produktionsmuligheder inden for bestemte tidshorisonter etc. Se også Färe, Grosskopf og Lovell (1994, afsnit 10.1).

3.3 Krav til teknologien

Grundlaget for efficiensmålingerne i denne afhandling er forskellige teknologier, der blandt andet afviger fra hinanden med hensyn til antagelser om skalaforhold (stordriftsfordele eller -ulempen) og med hensyn til antagelser om specifikke input eller output. Det skal dog i overensstemmelse med almindelig praksis³

³De grundlæggende krav til teknologien har som anført af Färe og Primont (1995, afsnit 2.5) været aksiomatiseret på flere forskellige måder, f.eks. Chambers (1988), Fuss og McFadden (1978),

antages, at teknologierne har visse fælles egenskaber. Disse grundlæggende fællestræk formuleres i en række aksiomer (Färe, Grosskopf og Lovell 1985, 1994). Aksiomerne er meget generelle og er desuden forenelige med den neoklassiske produktionsteori (jf. kapitel 2). Aksiomerne kan enten formuleres som krav til T (f.eks. Chambers 1988), eller som det oftest ses, som krav til $L(u)$ og $P(x)$. På baggrund af disse aksiomer kan der desuden formuleres ækvivalente krav til andre repræsentationer af produktionsteknologien, f.eks. produktionsfunktionen (Färe 1988b, sætning 3.1.5, side 24) og afstandsfunktioner (Färe 1988b, side 24 og 37-38).

De grundlæggende krav til $L(u)$, som altid vil være opfyldt for enhver teknologi, er:

- L1 $0 \notin L(u)$ for $u \geq 0$, og $L(0) = \mathbb{R}_+^N$.
- L2 $\forall u \in \mathbb{R}_+^M, x \in L(u) \Rightarrow \lambda x \in L(u)$, for $\lambda \geq 1$.
- L3 $\forall u \in \mathbb{R}_+^M, L(u) \subseteq L(\phi u)$ for $0 \leq \phi \leq 1$.
- L4 Hvis $\|u^l\| \rightarrow +\infty$ når $l \rightarrow +\infty$, da er $\bigcap_{l=1}^{+\infty} L(u^l) = \emptyset$.
- L5 $L : \mathbb{R}_+^M \rightarrow 2^{\mathbb{R}_+^N}$ er en lukket afbildning.
- L6 Hvis $x \in L(u)$, $u \geq 0$ og $x \geq 0$, da skærer strålen $\{\lambda x : \lambda \geq 0\}$ alle $L(\theta u)$, for $\theta \geq 0$.

L1 udelukker fri produktion i den forstand, at der ikke kan produceres af en nul-inputvektor ("No free lunch"), og at der med et ikke-negativt input i det mindste kan fremstilles et nul-output. Desuden kan produktionsfaktorer være ubeskæftigede, og en hel nedlukning af produktionen er inden for de teknologiske muligheder. L2 garanterer såkaldt "svag disposabilitet" af input. Det betyder, at output ikke falder, når input øges proportionalt, dvs. fra $(x_1, \dots, x_N)$ til $(\lambda x_1, \dots, \lambda x_N)$. På outputsiden modelleres svag disposabilitet af L3, der sikrer, at en mulig produktion, $u \in P(x)$ kan reduceres proportionalt og stadig være en gyldig produktionsmulighed, dvs. $0 \leq \theta \leq 1$ og $\theta u \in P(x)$. L4 udtrykker, at der med en afgrænset faktorindsats ikke kan produceres et uendeligt stort output. L5 er et matematisk krav, der sikrer, at produktionsranden er defineret, så der kan defineres input-isokvanter som delmængder heraf; L5 sikrer også, at

Koopmans (1957). I dette kapitel følges den aksiomatisering som anvendes af Shephard (1970) og Färe (1988b). Tilsvarende aksiomatiseringer findes hos blandt andre Färe, Grosskopf og Lovell (1985, 1994), Färe og Grosskopf (1994), Färe og Primont (1995) samt Shephard (1953, 1970).

$P(x)$ er lukket for alle $x \in \mathbb{R}_+^N$ og dermed at produktionsmulighedsmængden er lukket. Endeligt er L6 en skaleringsantagelse, idet det udtrykkes, at hvis en outputvektor, $u \geq 0$ kan fremstilles, da kan enhver skalering af denne produceres ved en skalering af den oprindelige inputvektor.

Den inverse sammenhæng mellem input- og outputkorrespondensen medfører, at der er en gruppe af aksiomer, der formulerer krav til outputkorrespondensen, som er ækvivalente med kravene til inputkorrespondensen (f.eks. Färe 1988b, afsnit 2.2). Disse aksiomer er:

P1 $\forall x \in \mathbb{R}_+^N, 0 \in P(x)$ og $u \notin P(0)$ for $u \geq 0$.

P2 $\forall x \in \mathbb{R}_+^N, P(x) \subseteq P(\lambda x)$ for $\lambda \geq 1$.

P3 $\forall x \in \mathbb{R}_+^N, u \in P(x) \Rightarrow \theta u \in P(x)$ for $0 \leq \theta \leq 1$.

P4 $P(x)$ er begrænset, $\forall x \in \mathbb{R}_+^N$.

P5 $P : \mathbb{R}_+^N \rightarrow 2^{\mathbb{R}_+^M}$ er en lukket afbildning.

P6 Hvis $u \in P(x), u \geq 0$ og $x \geq 0$ da $\forall \theta \geq 0, \exists \lambda \geq 1$ således at $\theta u \in P(\lambda x)$.

P1 udtrykker, at det for ethvert input er muligt at lade være med at producere noget samtidig med, at der medgår input til at producere ethvert output ("no free lunch"). Det impliceres også af P1, at $P(0) = 0$. P2 modellerer svag disposabilitet af input, således at output ikke formindskes, hvis input øges. Svag output-disposabilitet modelleres af P3, der udtrykker, at en proportional reduktion i output er mulig. Begrænsningen af $P(x)$ i P4 betyder, at der ikke kan produceres et uendeligt output af endeligt input og P5 er tilsvarende L5 et matematisk krav, der sikrer at produktionsmulighedsområdet er lukket. Derved er både $L(u)$ og $P(x)$ er lukkede, og der eksisterer efficiente input- og outputvektorer. Endeligt angiver P6 at input kan skales, således at hvis en outputvektor er brugbar i ubegrænsede omgivelser, da er det muligt at producere enhver skalering af output ved en passende skalering af input.

Antagelserne L1-L6 og P1-P6 omtales sædvanligvis som Shephards basisaksiomer. Disse er de minimale krav, der skal stilles til input- og outputkorrespondensen for at de modellerer en *teknologi*. Det skal specielt fremhæves, at denne gruppe antagelser som tidligere nævnt kun kræver "svag disposabilitet" af input og output, og at der ikke er gjort nogen konveksitetsantagelse.

Udover basisaksiomerne vil vi operere med tre forskellige konveksitetsantagelser (jf. Färe 1988b), der blandt andet har betydning ved udledning af forskellige dualitetsammenhænge. For inputkorrespondensen formuleres de alternative konveksitetsantagelser som L7-L9:

L7 L er kvasikonkav på $\mathbb{R}_+^M$, dvs. $\forall u, v \in \mathbb{R}_+^M, 0 \leq \theta \leq 1, L(u) \cap L(v) \subseteq L(\theta u + (1 - \theta)v)$.

L8 $L(u)$ er konveks, $\forall u \in \mathbb{R}_+^M$.

L9 L er konveks på $\mathbb{R}_+^M$, dvs. $\forall u, v \in \mathbb{R}_+^M, 0 \leq \theta \leq 1, \theta L(u) + (1 - \theta)L(v) \subseteq L(\theta u + (1 - \theta)v)$,

og tilsvarende som P7-P9 for outputkorrespondensen:

P7 $P(x)$ er konveks, $\forall x \in \mathbb{R}_+^N$.

P8 P er kvasikonkav på $\mathbb{R}_+^N$, dvs. $\forall x, z \in \mathbb{R}_+^N, 0 \leq \lambda \leq 1, P(x) \cap P(z) \subseteq P(\lambda x + (1 - \lambda)z)$.

P9 P er konveks på $\mathbb{R}_+^N$, dvs. $\forall x, z \in \mathbb{R}_+^N, 0 \leq \lambda \leq 1, \lambda P(x) + (1 - \lambda)P(z) \subseteq P(\lambda x + (1 - \lambda)z)$.

De tre konveksitetsaksiomer er, ligesom de første 6 aksiomer, ækvivalente for input- og outputkorrespondenserne, således at $L7 \Leftrightarrow P7, L8 \Leftrightarrow P8$ og $L9 \Leftrightarrow P9$.

L7/P7 udtrykker, at $L(u)$ er en konveks mængde $\forall u \in \mathbb{R}_+^M$. Tilsvarende implicerer L8/P8, at $P(x)$ er en konveks mængde $\forall x \in \mathbb{R}_+^N$, og L9/P9 udtrykker, at produktionsmulighedsområdet, T , er konvekst.

L2/P2 og L3/P3 betegnes som svage disposabilitetsantagelser for henholdsvis input og output. Istedet kunne der være krævet "stærk disposabilitet" for input, hvilket impliceres af følgende aksiom

L2S $\forall u \in \mathbb{R}_+^M, x \in L(u)$ og $y \geq x \Rightarrow y \in L(u)$,

som (jf. Färe 1988b) er ækvivalent med

P2S $\forall y, x \in \mathbb{R}_+^N, P(y) \subseteq P(x)$ for $x \geq y$.

L2S/P2S udtrykker, at et øget input (og ikke blot proportionalt forøget) ikke kan medføre reduceret output. L2S/P2S er som betegnelsen udtrykker en stærkere antagelse end L2/P2, hvilket betyder, at hvis L2S/P2S holder, så gør L2/P2 det også. Som alternativ til svag disposabilitet for output, L3/P3, kan der antages stærk disposabilitet:

L3S $\forall u, v \in \mathbb{R}_+^M, u \geq v \implies L(\phi u) \subseteq L(u)$ for $\phi \geq 1$.

Denne antagelse er ækvivalent (jf. Färe 1988b) med

P3S $\forall x \in \mathbb{R}_+^N, u \in P(x)$ og $0 \leq \theta \leq 1 \implies \theta u \in P(x)$,

hvilket udtrykker, at man frit kan skille sig af med output, således at $u \in P(x)$, og $v \leq u$ medfører, at $\theta u \in P(x)$. De stærke antagelser, L2S og L3S, kan være rimelige, hvis man f.eks. blot kan skaffe sig af med yderligere input, der tilføres produktionsprocessen, eller output, der skabes som resultat heraf. Men eksempler på, at disse antagelser kan være urimelige, er giftigt kemisk affald (L3S) og overgødskning i landbrug (L2S). Desuden kan forskellige former for offentlig regulering eller overenskomstbestemte bemandingskrav forårsage, at L3S og L5S ikke holder i praksis. Disse fænomener, der betegnes ophobning ("congestion"), behandles blandt andre af Färe og Svenson (1980), Färe og Grosskopf (1983b), samt Färe, Grosskopf og Lovell (1985, 1987b).

3.4 Produktionsfunktionen

Produktionsfunktionen, der er økonomers første – og for manges vedkommende eneste – møde med teknologispecifikationen i den økonomiske teori, angiver sædvanligvis den maksimale mængde af et enkelt produkt, der kan produceres som funktion af input (Frisch 1965, side 41; Carlsson 1939, side 14-15; Samuelson 1947, side 58; Danø 1966, side 11; Johnston 1960, side 4). Produktionsfunktionen kan være et analytisk og pædagogisk fornuftigt udgangspunkt. Men fordi beskrivelsen falder os så let, er det nemt at glemme, at den traditionelle produktionsfunktion repræsenterer særdeles ekstreme antagelser, som historisk set har været meget omdiskuterede. Se Chambers (1988, side 6), som også henviser til Schumpeter (1953) og Stigler (1965) samt Førsund (1995), der henviser til oversigter af Johansen (1972), Danø (1974) med flere.

Hvis de analyserede enheder kun producerer ét enkelt produkt, kan man for en given teknologi definere produktionsfunktionen $\phi(x)$ som skalarfunktionen (f.eks. Shephard 1970; Färe, Grosskopf og Lovell 1985; Färe og Primont 1995):

$$\phi(x) = \max\{u : x \in L(u)\} = \max\{u : u \in P(x)\} \quad (3.7)$$

med dertil svarende $L(u) = \{x : u \leq \phi(x)\}$ og $P(x) = [0, \phi(x)]$, jf. figur 3.2. Når teknologien opfylder L1-L6, er produktionsfunktionens eksistens garanteret,

og den "arver" pæne egenskaber fra produktionsmulighedsmængden (f.eks. Färe 1988b, afsnit 3.1).

Hvis der produceres flere output, er (3.7) en utilstrækkelig beskrivelse af teknologien, med mindre der kan konstrueres et enkelt aggregeret output, der repræsenterer multioutputteknologien (jf. Chambers 1988, kapitel 7; Chambers og Färe 1993). Dette kræver imidlertid, at den underliggende produktionsteknologi er separabel i output (Chambers 1988, side 285ff), hvilket er en ret ekstrem antagelse. Man har derfor haft forskellige forslag til konstruktionen af en *fælles produktionsfunktion* ("Joint Production Function"). Färe (1988b, afsnit 3.5) viser, hvorledes dette kan gøres, men demonstrerer også, at en langt mere naturlig generalisering af produktionsfunktionen kan konstrueres på grundlag af afstandsfunktioner (Färe 1988b, side 40).

3.5 Afstandsfunktioner

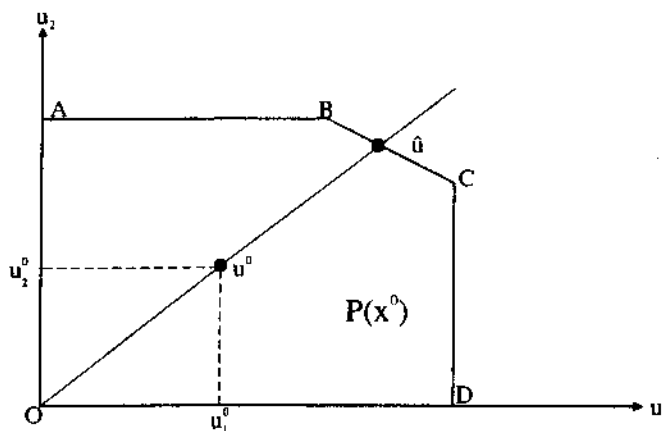
Mens produktionsfunktionen umiddelbart kan virke som den mest naturlige repræsentation af teknologien, er det repræsentationen ved afstandsfunktioner, der har givet de mest frugtbare bidrag til både den teoretiske og empiriske produktionsøkonomi. I dette afsnit skal både input- og outputafstandsfunktionen defineres, og det skal illustreres, at outputafstandsfunktionen i realiteten er en rimelig generalisering af produktionsfunktionen til at håndtere flere produkter. Foruden de (direkte) afstandsfunktioner, der præsenteres i dette afsnit, kan der i forlængelse af den indirekte produktionsteknologi defineres indirekte afstandsfunktioner, jf. Färe og Grosskopf (1994, afsnit 3.1 og 3.2).

Outputafstandsfunktionen

Outputafstandsfunktionen, $D_o(x, u)$, som afbilder netputvektorer (jf. side 3.2) i reelle tal, er for enhver $(x, u) \in \mathbb{R}_+^{N+M}$ defineret som:

$$D_o(x, u) = \inf\{\theta > 0 : (u/\theta) \in P(x)\}. \quad (3.8)$$

For tilfældet $M=2$ kan (3.8) illustreres ved figur 3.3, hvor $u^0 = (u_1^0, u_2^0) \in P(x)$ er brugbar, og outputmængden afgrænses af linjesegmenterne OABCD. Outputafstandsfunktionen måler den maksimale radiære ekspansion af u^0 inden



Figur 3.3: Outputafstandsfunctonen

for $P(x^0)$, hvilket som afstande udtrykkes ved:

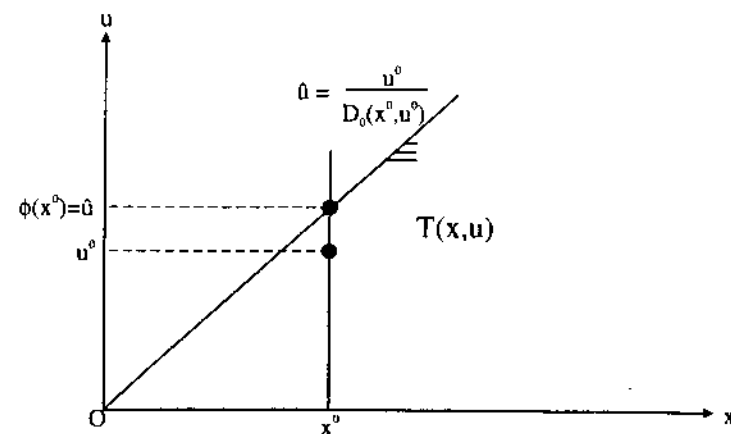
$$D_o(x, u) = \frac{\|u^0\|}{\|u\|} = \frac{\|u^0\|}{\|u^0/D_o(x, u)\|} \quad (3.9)$$

Figur 3.4 viser sammenhængen mellem $D_o(x, u)$ og $\phi(x)$ for tilfældet $M=N=1$. Det fremgår af figur 3.4, at $(x^0, u^0) \in T(x, u)$, således at $u^0 \leq \phi(x^0) = \hat{u}^0$. Figuren illustrerer, at $\phi(x^0) = u^0/D_o(u^0, x^0)$ eller ækvivalent $D_o(u^0, x^0) = u^0/\phi(x^0)$. Heraf fremgår det endvidere, at $D_o(u^0, x^0) \leq 1$, hvis og kun hvis $\phi(x^0) \geq u^0$. I det skalare tilfælde er outputafstandsfunctonen altså forholdet mellem den observerede og den maksimale produktion. Dette kan generaliseres til $x^0 \in \mathbb{R}_+^N$, $N > 1$, hvilket er den afgørende fordel ved afstandsfunktionerne fremfor produktionsfunktionen (jf. f.eks. Färe og Grosskopf 1994).

Outputafstandsfunctonen giver en fuldstændig karakteristik af teknologien, og outputkorrespondensen kan følgelig også afledes fra outputafstandsfunctonen:

$$P_{D_o}(x) = \{u : u \in \mathbb{R}_+^M \text{ og } D_o(x, u) \leq 1\}, \quad x \in \mathbb{R}_+^N. \quad (3.10)$$

Det kan vises, at $P(x) \subseteq P_{D_o}$, samt at P_{D_o} og $P(x)$ under rimelige regularitetsbetingelser er ækvivalente definitioner af teknologien, dvs. $P_{D_o}(x) = P(x)$, $x \in \mathbb{R}_+^N$ (jf. Färe og Grosskopf 1994, proposition 3.1.4; Färe og Primont 1995, afsnit 2.1).



Figur 3.4: Produktions- og outputafstandsfunctonen

Inputafstandsfunctonen

Tilsvarende definitionen af outputafstandsfunctonen, kan *inputafstandsfunctonen*, $D_i(u, x)$, som også afbilder netputvektorer i reelle tal for enhver $(u, x) \in \mathbb{R}_+^{N+M}$ defineres som:

$$D_i(u, x) := \sup\{\lambda > 0 : (x/\lambda) \in L(u)\} \quad (3.11)$$

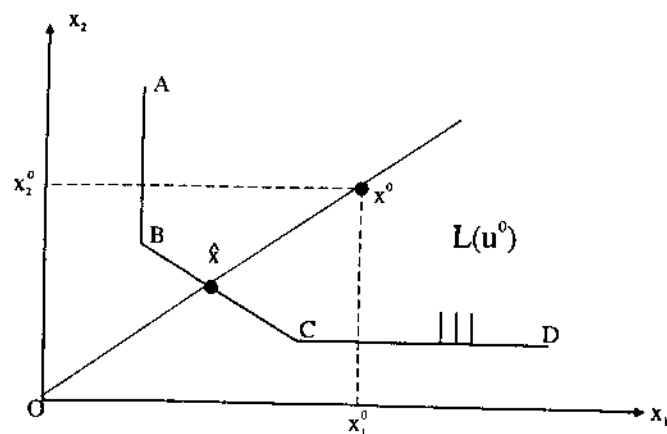
Da $u \in P(x)$, hvis og kun hvis $x \in L(u)$, kan inputafstandsfunctonen også defineres på grundlag af outputmængden:

$$D_i(u, x) := \sup\{\lambda > 0 : u \in P(x/\lambda)\} \quad (3.12)$$

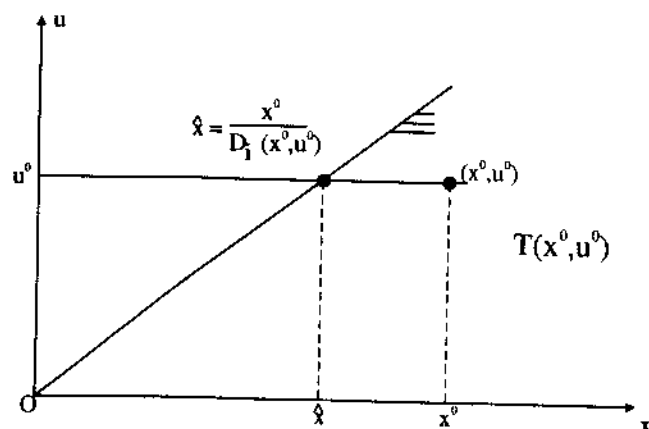
Definition (3.11) illustreres for $N=2$ i figur 3.5, hvor $x^0 \in L(u^0)$. Inputmængden $L(u^0)$ afgrænses af linjesegmentet ABCD, og x^0 er dermed inden for produktionsmulighedsområdet. Inputafstandsfunctonen reducerer x^0 proportionalt så meget som muligt, således, at $\hat{x}^0 = x^0/\lambda$ stadig er i $L(u)$, hvilket svarer til at

$$D_i(u, x) = \frac{\|x^0\|}{\|\hat{x}^0\|} = \frac{\|x^0\|}{\|x^0/D_i(u, x)\|} \quad (3.13)$$

Vi kan også som illustreret i figur 3.6 fortolke inputafstandsfunctonen i input-outputrummet, hvilket er vist for $M=N=1$. $(x^0, u^0) \in T$ og da u^0 holdes fast, er $\hat{x}^0 = x^0/D_i(x^0, u^0)$.



Figur 3.5: Inputafstandsfunktionen



Figur 3.6: Produktions- og inputafstandsfunktionen

Også inputafstandsfunktionen giver en fuldstændig karakteristik af teknologien, idet det kan vises, at L_{D_I} defineret ved

$$L_{D_I}(x) = \{x : D_I(u, x) \geq 1\}, \quad u \in \mathbb{R}_+^M \quad (3.14)$$

og at $L(u)$ under rimelige betingelser er ækvivalente definitioner af teknologien, altså $L_{D_I}(u) = L(u)$, $u \in \mathbb{R}_+^M$ (jf. Färe og Grosskopf 1994, proposition 3.2.4).

Sammen med den inverse sammenhæng mellem $L(u)$ og $P(x)$ giver (3.10) og (3.14) at

$$D_o(x, u) \leq D_I(u, x). \quad (3.15)$$

3.6 Isokvanter og efficiente delmængder

I den traditionelle mikroøkonomi (jf. kapitel 2) betegnes den nedre rand af $L(u)$ sædvanligvis en *isokvant*. Formen af isokvanten har en række økonomiske implikationer (jf. f.eks. Chambers 1988, afsnit 1.7), idet den udtrykker de tekniske substitutionsforhold, der gælder for de optimerende (og implicit efficiente) enheder.

I dette afsnit specificeres forskellige efficiente delmængder af henholdsvis input-, output- og teknologimængder inden for rammerne af den aksiomatiske produktionsmodel. Disse delmængder indhyller hinanden og udtrykker forskellige grader af efficiens (jf. Färe 1988b, afsnit 2.3).

På baggrund af inputmængden, $L(u)$, defineres *input-isokvanten* for $u \geq 0$ som:

$$\text{Isoq } L(u) := \{x : x \in L(u), \lambda x \notin L(u), \lambda \in [0, 1)\}, \quad (3.16)$$

og for 0, $\text{Isoq } L(0) = \{0\}$. Den *svagt efficiente delmængde* af $L(u)$ er for $u \geq 0$ defineret som:

$$\text{WEff } L(u) := \{x : x \in L(u), y \prec^* x \Rightarrow y \notin L(u)\}, \quad (3.17)$$

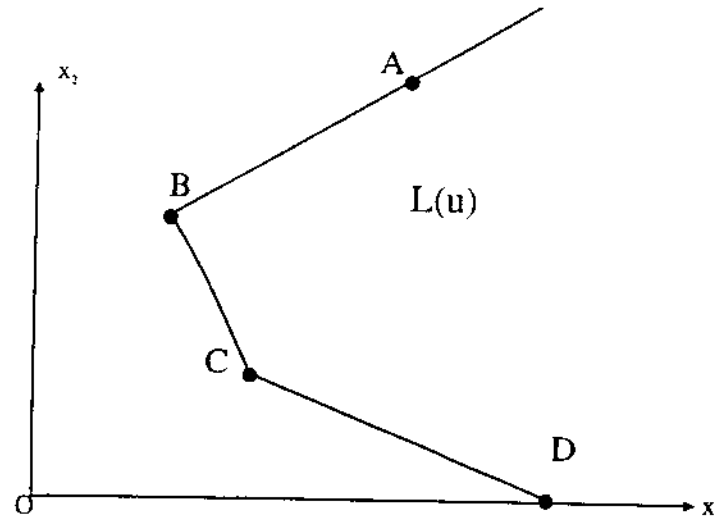
og $\text{WEff } L(0) = \{0\}$. Endeligt defineres den *efficiente delmængde* af $L(u)$ for $u > 0$ som

$$\text{Eff } L(u) := \{x : x \in L(u), y \leq x \Rightarrow y \notin L(u)\}. \quad (3.18)$$

og igen er $\text{Eff } L(0) = \{0\}$. Definitionerne (3.16), (3.17) og (3.18) giver følgende relation (f.eks. Färe 1988b, side 11):

$$\text{Eff } L(u) \subseteq \text{WEff } L(u) \subseteq \text{Isoq } L(u) \quad (3.19)$$

Denne sammenhæng illustreres i figur 3.7, hvor $\text{Isoq } L(u)$ udgøres af linjesegmentet ABCD, $\text{WEff } L(u)$ er linjesegmentet BCD, og $\text{Eff } L(u)$ er CD. Generelt behøver delmængderne ikke at være forskellige, for eksempel gælder det for den



Figur 3.7

Isokvanten, Isoq $L(u)$, den svagt efficiente delmængde, $WEff L(u)$, og den efficiente delmængde $Eff L(u)$

såkaldte Cobb-Douglas teknologi (Cobb og Douglas 1928):

$$L^{CD}(u) = \{x : \prod_{i=1}^n x_i^{\alpha_i} \geq u, \alpha_i > 0\} \quad (3.20)$$

at $Eff L(u) = WEff L(u) = Isoq L(u)$ (jf. Färe, Grosskopf og Lovell 1985, side 29).

På tilsvarende vis kan *output-isokvanten*, $Isoq P(x)$, defineres for $P(x) \neq \emptyset$ som

$$Isoq P(x) := \{u : u \in P(x), \theta u \notin P(x), \theta > 1\}, \quad (3.21)$$

og for $P(x) = \emptyset$ som $Isoq P(x) = \emptyset$. Den *svagt efficiente delmængde* af $P(x)$ er for $P(x) \neq \emptyset$ som

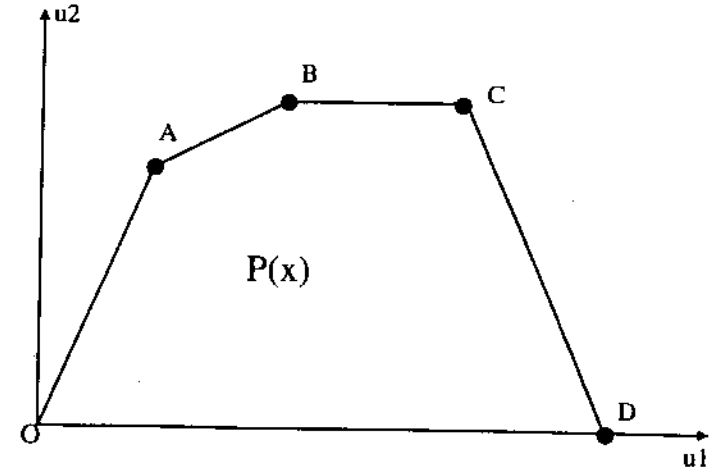
$$WEff P(x) := \{u : u \in P(x), v \succ^* u \Rightarrow v \notin P(x)\}, \quad (3.22)$$

og for $P(x) = \emptyset$ som $WEff P(x) = \emptyset$; og den *efficiente delmængde* er for $P(x) \neq \emptyset$ defineret som

$$Eff P(x) := \{u : u \in P(x), v \geq u \Rightarrow v \notin P(x)\}, \quad (3.23)$$

og for $P(x) = \emptyset$ som $Eff P(x) = \emptyset$.

Sammenhæng (3.21), (3.22) og (3.23) er illustreret i figur 3.8, hvor $Isoq P(x)$ udgøres af linjesegmentet ABCD, $WEff P(x)$ er linjesegmentet BCD, og $Eff P(x)$ er CD. De tre randmængder indhyller hinanden på følgende måde:



Figur 3.8

Isokvanten, Isoq $P(x)$, den svagt efficiente delmængde, $WEff P(x)$, og den efficiente delmængde $Eff P(x)$

$$Eff P(x) \subseteq WEff P(x) \subseteq Isoq P(x), \quad (3.24)$$

og generelt er det muligt, at randmængderne er sammenfaldende (jf. Färe, Grosskopf og Lovell 1985, afsnit 2.2).

Svarende til teknologimængden eller produktionsmulighedsområdet, som i produktionsøkonomien også betegnes grafen GR, kan der defineres tilsvarende delmængder (se f.eks. Färe, Grosskopf og Lovell 1985, side 46): $Eff GR$, $WEff GR$ og $Isoq GR$. Disse defineres ikke her, idet der henvises til Färe, Grosskopf og Lovell (1985, side 46). Se også Färe, Grosskopf og Lovell (1985, afsnit 2.2) for en karakteristik af, hvornår forskellige delmængder af $L(u)$ og $P(x)$ er sammenfaldende.

3.7 Prisaafhængige beskrivelser af teknologien

Både input-, output- og produktionsmulighedsmængden karakteriseres ved, at de repræsenterer de teknologiske muligheder ved mængder, og at hverken priser eller adfærdsmæssige antagelser er involverede. Under antagelse af en kendt prisstruktur og bestemte adfærdsmæssige antagelser kan en række prisaafhængige beskrivelser af teknologien opstilles.

Hvis virksomheden står over for faste outputpriser, $r = (r_1, \dots, r_M, \dots, r_M)$ $\in R_{++}^M$ og $P(x)$ er en ikke-tom kompakt mængde, er *indtægtsfunktionen*

$$R(x, r) := \max_{u \geq 0} \{ru : u \in P(x)\} \quad (3.25)$$

en prisaafhængig karakteristik af teknologien. $ru = \sum_{m=1}^M r_m u_m$ er den samlede indtjening, som inputvektoren x kan producere under den givne teknologi, og $R(x, r)$ viser derfor den maksimale indtjening, der kan opnås fra en inputvektor x ved outputpriserne r . Tilsvarende, hvis $L(u)$ er ikke-tom og lukket og virksomheden står over for de faste inputpriser, $p = (p_1, p_2, \dots, p_n, \dots, p_N) \in R_{++}^N$ karakteriserer *omkostningsfunktionen*, $C(u, p)$ teknologien:

$$C(u, p) := \min_{x \geq 0} \{px : x \in L(u)\}, \quad (3.26)$$

hvor $px = \sum_{n=1}^N p_n x_n$ er de samlede (variable) omkostninger. Funktionen bestemmer en brugbar inputvektor, som kan producere et eksogent givet output ved de mindst mulige omkostninger. Omkostningsfunktionen er her defineret for ikke-negative priser, men som vist af f.eks. Färe og Grosskopf (1994, side 25-27) kan definitionen udvides til også at omfatte negative priser.

Når både input- og outputpriser er kendt, og $T(x, u)$ er en ikke-tom lukket mængde, kan teknologien også karakteriseres ved *profitfunktionen*:

$$\pi(r, p) = \max_{u, x \geq 0} \{ru - px : (x, u) \in T\} \quad (3.27)$$

$$= \max_{u \geq 0} \{ru - C(u, p)\} \quad (3.28)$$

$$= \max_{x \geq 0} \{R(p, x) - px\}. \quad (3.29)$$

Desuden kan den omkostningsminimerende inputmængde, CM, defineres som:

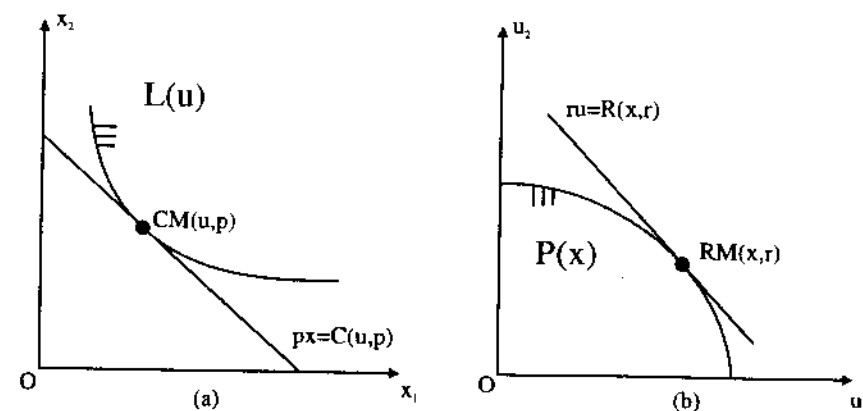
$$CM(u, p) := \{x \in L(u) : px = C(u, p)\}. \quad (3.30)$$

Dvs. den delmængde af inputvektorer, der minimerer omkostningerne ved at producere u ved priserne p . Tilsvarende for $R(x, r)$ defineres den indtægtsmaksimerende delmængde, RM:

$$RM(x, r) := \{u \in P(x) : ru = R(x, r)\}, \quad (3.31)$$

som er mængden af de mulige outputvektorer, der maksimerer indtjeningen for (x, r) .

I figur 3.9-a vises inputmængden, omkostningsfunktionen og den omkostningsminimerende inputmængde for $N=2$ og i figur 3.9-b vises outputmængden, indtægtsfunktionen og den indtægtsmaksimerende outputmængde for $M=2$.



Figur 3.9

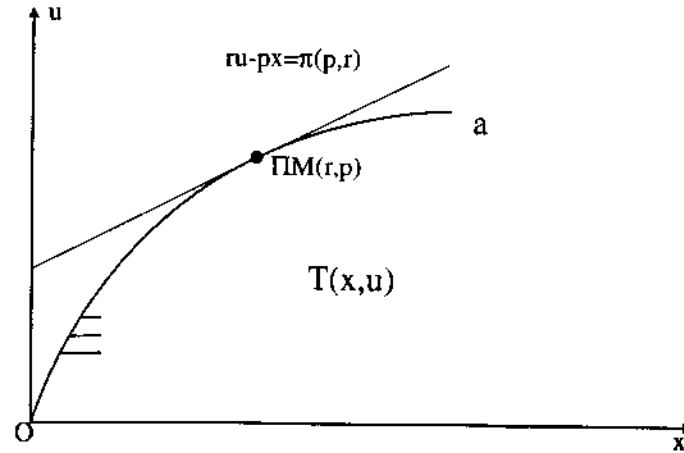
Inputmængde, omkostningsfunktion og den omkostningsminimerende inputmængde for en situation med 2 input samt outputmængde, indtægtsfunktion og den indtægtsmaksimerende outputmængde for en situation med 2 output

Mængden af profitmaksimerende input- og outputvektorer, der er givet ved

$$PM(r, p) := \{(x, u) \in T : ru - px = \pi(r, p)\}, \quad (3.32)$$

er for $M = N = 1$ illustreret i figur 3.10 (gengivet efter Färe, Grosskopf og Lovell 1985), hvor produktionsmulighedsmængden er afgrænset af kurven Oa

og x-aksen. Profitfunktionen er støtteplan til T , og de profitmaksimerende input-outputvektorer er produktionsmulighedsmængdens skæringspunkt med støtteplanet.



Figur 3.10

Produktionsmulighedsmængde, profitfunktion og de profitmaksimerende produktionsplaner (input-outputvektorer) for tilfældet $M=N=1$

I dette afsnit skal desuden for fuldstændighedens skyld introduceres yderligere to teknologiske specifikationer. Det drejer sig den omkostningsbegrænsede og den indtægtsbegrænsede teknologi, som specificerer forskellige delmængder af produktionsmuligheder (jf. Färe og Grosskopf 1994; Färe og Primont 1995).

Den omkostningsbegrænsede teknologi, der også omtales som den omkostningsindirekte teknologi, er en afbildning af omkostningsdeflaterede inputpriser til delmængder af outputvektorer:

$$IP : \mathbb{R}_+^N \rightarrow IP(p/C) \subseteq \mathbb{R}_+^M, \quad (3.33)$$

hvor

$$IP(p/C) = \{u : u \in P(x), \sum_{n=1}^N p_n x_n \leq C\} \quad (3.34)$$

$$= \{u : u \in P(x), (p/C)x \leq 1\} \quad (3.35)$$

Den omkostningsindirekte outputmængde, $IP(p/C)$, omfatter alle outputvektorer, som både er teknisk mulige, dvs. $u \in P(x)$ og hvis produktionsomkostninger ikke overstiger C . Omkostningerne, C , begrænser således de inputvektorer, der er mulige, og det kan derfor være hensigtsmæssigt at definere budgetmængden

$$B(p/C) = \{x \in \mathbb{R}_+^N : px \leq C\}, \quad (3.36)$$

som er de brugbare inputvektorer ved givet "budget", C :

Den indtægtsbegrænsede teknologi, der også betegnes som den indtægtsindirekte teknologi, modellerer mængden af inputvektorer, der ved givne outputpriser mindst giver en indtægt på $R > 0$. Den indtægts indirekte inputkorrespondence er defineret ved

$$IL : \mathbb{R}_+^M \rightarrow IL(r/R) \subseteq \mathbb{R}_+^N, \quad (3.37)$$

hvor

$$IL(r/R) = \{x : x \in L(u), \sum_{n=1}^M r_n u_n \geq R\} \quad (3.38)$$

$$= \{x : x \in L(u), (r/R)u \geq 1\} \quad (3.39)$$

betegnes den indtægtsindirekte inputmængde. $IL(r/R)$ indeholder de inputvektorer, der ved outputpriserne r mindst giver indtægten R .

3.8 Dualitet

Den grundlæggende idé bag den moderne dualitetsteori (f.eks. Chambers 1988; Comes 1992; Diewert 1982; McFadden 1978) er, at da teknologien begrænser virksomhedernes optimering, er det muligt at anvende en beskrivelse af optimeringen til at studere teknologien. Omkostningsfunktionen, indtægtsfunktionen og profitfunktionen er eksempler på præcise matematiske repræsentationer af en optimering på baggrund af bestemte adfærdsmæssige antagelser, og de vil derfor være et naturligt udgangspunkt for et dualt studie af teknologien.

Dualitet omfatter en række adfærdsmæssige antagelser, hvoriblandt omkostningsminimering, omsætningsmaksimering og profitmaksimering er de mest gængse i både empiriske og teoretiske anvendelser. Men også budget- og omsætningsrestriktioner (jf. Färe og Grosskopf 1994) er almindeligt anvendte. Da der kan udvikles ækvivalente repræsentationer af teknologien, sikrer dualitet vide

rammer for de data, der kan anvendes i produktionsøkonomiske analyser. Endelig giver dualitet, som det illustreres af blandt andre Färe og Grosskopf (1994), mulighed for at konstruere skyggepriser.

Der kan som det beskrives i detaljer af Färe og Primont (1994, 1995) konstrueres flere forskellige såkaldte duale forhold mellem repræsentationer af teknologien. Ronald W. Shephard (1953, 1970) udviklede de to fundamentale dualitetsteoremer, der sammenknytter henholdsvis omkostnings- og inputafstandsfunktionen og indtjenings- og outputafstandsfunktionen. Senere udviklede Shephard (1974) desuden de "indirekte" versioner af dualitetsteoremerne, som relaterer henholdsvis den indirekte omkostningsfunktion og den indirekte input-afstandsfunktion og den indirekte indtjeningsfunktion og den indirekte output-afstandsfunktion til hinanden.

I dette afsnit vil der blive lagt vægt på dualiteten mellem omkostnings- og inputafstandsfunktioner samt mellem indtægts- og outputafstandsfunktioner. For inputpriser $p \in \mathbb{R}_+^N$ og en teknologi med lukket konveks inputmængde, $L(u)$, og frit disposable input demonstrerede Shephard (1953; 1970 side 265) på inputsiden dualiteten mellem følgende repræsentationer:

$$C(u, p) = \min\{px : D_i(u, x) \geq 1\} \quad (3.40)$$

$$D_i(u, x) = \min_p\{px : C(u, p) \geq 1\}. \quad (3.41)$$

Det betyder, at omkostnings- og inputafstandsfunktionen er dualistisk bestemt af hinanden på den måde, at for en given afstandsfunktion kan omkostningsfunktionen bestemmes ved at finde de inputvektorer, der minimerer omkostningerne; og afstandsfunktionen kan konstrueres fra omkostningsfunktionen ved den (omkostningsdeflaterede) prisvektor, der minimerer omkostningerne. Det velkendte Shephards lemma (Shephard 1953, side 11; Diewert 1982, side 555):

$$\nabla_p C(u, p) = x(u, p) \quad (3.42)$$

kan afledes fra (3.40), hvor $x_n(u, p)$, $n = 1, \dots, N$ er faktorefterspørgslen.

På outputsiden demonstrerede Shephard dualiteten mellem indtægts- og outputafstandsfunktionen:

$$R(x, r) = \max\{ru : D_o(x, u) \leq 1\} \quad (3.43)$$

$$D_o(x, u) = \max_r\{ru : R(x, r) \leq 1\}, \quad (3.44)$$

som udtrykker, at indtægtsfunktionen kan beregnes fra outputafstandsfunktionen og at outputafstandsfunktionen kan afledes fra indtægtsfunktionen ved at

maksimere over outputpriserne. Den tilsvarende versioner af Shephards lemma bliver

$$\nabla_r R(x, r) = u(x, r) \quad (3.45)$$

som udtrykker, at udbudsfunktionen, $u_m(x, r)$, $m = 1, \dots, M$, kan konstrueres fra indtægtsfunktionen som dens afledte med hensyn til de tilsvarende outputpriser.

Udviklingen af de duale relationer har vist sig at være særdeles nyttig for empiriske studier, blandt andet da det skaber mulighed for at udlede information om produktionsteknologien, som ikke kan konstrueres "direkte" fra de umiddelbart tilgængelige data. Anvendelsen af dualitet skal ikke uddybes yderligere her, idet der istedet henvises til nogle eksempler: konstruktion af skyggepriser på input og output (Färe og Zieschang 1990), test af allokativ efficiens ved evaluering af outputskyggepriser (English, Grosskopf, Hayes og Yaisawarng 1993), konstruktion af skyggepriser for uønskede output (Färe, Grosskopf, Lovell og Yaisawarng 1993), bestemmelse af marginale transformationsrater og substitutionselasticiteter (Grosskopf, Margaritis og Valdmanis 1995), skyggepriser på input (Althin 1994) samt outputskyggepriser for en omkostningsbegrænset teknologi (Färe og Ziechang 1990). Se desuden Färe og Grosskopf (1994, især kapitel 5) samt Färe og Primont (1995) for en detaljeret beskrivelse af dualitetsteorien samt anvendelser heraf.

3.9 Aktivitetsanalysemodellen

Indtil nu har virksomhedens produktionsmuligheder været abstrakt udtrykt ved en produktionsteknologi, uden at der har været givet nogen anvisninger på, hvorledes de mulige produktionsplaner konkret skulle opregnes, så der kunne foretages et valg herimellem. Det skal der rodes bod på i dette afsnit.

Som anført af Färe (1988b, side 43) kan mange produktionsteknologier beskrives som interaktionen mellem et endeligt antal delteknologier, der betegnes aktiviteter. Teknologien skal her modelleres inden for rammerne af den klassiske aktivitetsanalyse, hvilket svarer til en stykvis lineær teknologi. Den stykvis lineære aktivitetsanalysemodel går som anført af blandt andre Färe og Primont (1995) tilbage til von Neumann (1938) med yderligere bidrag af Afriat (1972), Karlin (1959), Koopmans (1951, 1957) og Shephard (1953, 1970, 1974). Modellen nød op gennem 1950'erne og 1960'erne popularitet, bl.a. som en beskrivelse af den individuelle virksomheds adfærd (f.eks. Dorfman, Samuelson og Solow

1958; Gale 1960; Schneider 1961). Modellen kendes også fra Knudsen (1973, kapitel 5) og fra Schneiders (1961) driftsøkonomi som en model for "Substitution zwischen einer endlichen Anzahl linear-limitationaler Prozesse" (Schneider 1961, side 214–229). Se desuden Danø (1955), der relaterer den lineære produktionsmodel til den samtidige produktionsøkonomiske litteratur.

Färe, Grosskopf og Njinku (1988) generaliserede modellen yderligere og formulerer en generel stykvis teknologi, der både omfatter den lineære aktivitetsanalysemodel og Charnes, Cooper, Seiford og Stutz's (1983) stykvis Cobb-Douglas teknologi. Se også Banker og Maindiratta (1986). Den stykvis lineære model er i detaljer desuden beskrevet af blandt andre Grosskopf (1986), Färe (1988b, kapitel 4), Färe og Grosskopf (1994, kapitel 3) samt Färe, Grosskopf og Lovell (1994, kapitel 2).

Antag, at der er $k = 1, \dots, K$ aktiviteter, der producerer $m = 1, \dots, M$ produkter eller output under anvendelse af $n = 1, \dots, N$ produktionsfaktorer eller input. Inputkoefficienterne, x_{kn} , betegner inputmængde n anvendt ved den k 'te aktivitet på enhedsniveau, og outputkoefficienten u_{km} betegner produktionen af det m 'te output ved den k 'te aktivitet på enhedsniveau. I henhold til almindelige beskrivelser af aktivitetsanalysemodellen (f.eks. Färe, Grosskopf og Lovell 1985) kræves, at $x_{kn} \geq 0$ og $u_{km} \geq 0$, $k = 1, \dots, K$, $m = 1, \dots, M$, $n = 1, \dots, N$ samt at

- (i) $\sum_{k=1}^K u_{km} > 0$, $m = 1, \dots, M$
- (ii) $\sum_{m=1}^M u_{km} > 0$, $k = 1, \dots, K$
- (iii) $\sum_{k=1}^K x_{kn} > 0$, $n = 1, \dots, N$
- (iv) $\sum_{n=1}^N x_{kn} > 0$, $k = 1, \dots, K$

Det første krav, (i), betyder, at ethvert output kan produceres, (ii) betyder, at enhver aktivitet producerer mindst et output. (iii) betyder, at hvert input anvendes i mindst en aktivitet og endeligt sikrer (iv), at hver aktivitet anvender minst ét input.

For at konstruere teknologien indføres en intensitetsvektor, $z = (z_1, \dots, z_K) \in \mathbb{R}_+^K$. Intensitetsvektorens komponenter tjener som vægte for hver aktivitet ved konstruktion af stykvis lineære segmenter, der "forbinder" randen af teknologien.

Generelt specificerer aktivitetsanalysemodellen produktionsmulighedsområdet ved:

$$T = \{(x, u) : \begin{aligned} &u_m \leq \sum_{k=1}^K z_k u_{km}, m = 1, \dots, M, \\ &\sum_{k=1}^K z_k x_{kn} \leq x_n, n = 1, \dots, N, \\ &z_k \geq 0, k = 1, \dots, K \end{aligned}\} \quad (3.46)$$

Eller mere kompakt formuleret i matrixnotation som

$$T = \{(x, u) : zM \geq u^0, zN \leq x^0, z \in \mathbb{R}_+^K\} \quad (3.47)$$

De tilsvarende input- og outputkorrespondenser afledes af T og udtrykkes på tilsvarende vis som:

$$L(u) = \{x : \begin{aligned} &u_m \leq \sum_{k=1}^K z_k u_{km}, m = 1, \dots, M, \\ &\sum_{k=1}^K z_k x_{kn} \leq x_n, n = 1, \dots, N, \\ &z_k \geq 0, k = 1, \dots, K\}, u \in \mathbb{R}_+^M \end{aligned} \quad (3.48)$$

og

$$P(x) = \{u : \begin{aligned} &u_m \leq \sum_{k=1}^K z_k u_{km}, m = 1, \dots, M, \\ &\sum_{k=1}^K z_k x_{kn} \leq x_n, n = 1, \dots, N, \\ &z_k \geq 0, k = 1, \dots, K\}, x \in \mathbb{R}_+^N \end{aligned} \quad (3.49)$$

eller i matrixnotation som

$$L(u) = \{x : zM \geq u^0, zN \leq x^0, z \in \mathbb{R}_+^K\}, u \in \mathbb{R}_+^M \quad (3.50)$$

$$P(x) = \{u : zM \geq u^0, zN \leq x^0, z \in \mathbb{R}_+^K\}, x \in \mathbb{R}_+^N. \quad (3.51)$$

Inputkorrespondensen defineret ved (3.49) er homogen af graden +1, og den opfylder som vist af blandt andre Färe og Grosskopf (1994, kapitel 3) L1-L9. Outputkorrespondensen defineret ved (3.50) er homogen af graden +1, og opfylder

tilsvarende P1-P9. Desuden opfylder teknologien de stærke disposabilitetsaksiomer: P2S/L2S samt P3S/L3S. Ved for eksempel at indføre begrænsninger på summen af intensitetsvariabler kan alternative stykvis lineære modeller formuleres og yderligere modeller formuleres ved at erstatte P2S/L2S og P3S/L3S med de tilsvarende svage disposabilitetsaksiomer.

Skalaafkast

Indenfor aktivitetsanalysemodellen kan forskellige antagelser om skalaafkast beskrives. Da T eksplicit modellerer sammenhængen mellem input og output, skal (de globale) skalaegenskaber (jf. f.eks. Färe, Grosskopf og Lovell 1994, sætning 2.2.1) her defineres på baggrund af T . Teknologien siges at udvise *konstant skalaafkast* (CRS), hvis $\mu T = T, \mu > 0$; den udviser *ikke stigende skalaafkast* (NIRS), hvis $\mu T \subseteq T, 0 < \mu < 1$; og endeligt udviser teknologien *ikke-aftagende skalaafkast* (NDRS), hvis $\mu T \subseteq T, \mu \geq 1$.

Aktivitetsanalysemodellen formuleret i (3.46) antager implicit CRS⁴, men hvis det kræves, at intensitetsvariablerne skal summeres til én eller mindre, antages istedet NIRS, hvilket også svarer til den klassiske antagelse af *subhomogenitet* (se også Chambers 1989), dvs. at for hver $x \in \mathbb{R}_+^N$ og $\lambda \geq 1$ er $P(\lambda x) \subseteq \lambda P(x)$. Den subhomogene teknologi opfylder ikke aksiom P6, men P1-P5 og P7-P8 holder stadig. NDRS kan på samme måde modelleres ved at antage, at intensitetsvariablerne skal summeres til én eller mere. De tre teknologier kan sammenfattes således:

$$T^{\text{CRS}} = \{(x, u) : zM \geq u^0, zN \leq x^0, z \in \mathbb{R}_+^K\} \quad (3.52)$$

$$T^{\text{NIRS}} = \{(x, u) : zM \geq u^0, zN \leq x^0, \sum_{k=1}^K z_k \leq 1, z \in \mathbb{R}_+^K\} \quad (3.53)$$

$$T^{\text{NDRS}} = \{(x, u) : zM \geq u^0, zN \leq x^0, \sum_{k=1}^K z_k \geq 1, z \in \mathbb{R}_+^K\}. \quad (3.54)$$

Hvis en given teknologi hverken opfylder CRS, NIRS eller NDRS globalt, fordi den opfylder mindst to af dem lokalt i forskellige delområder af teknologien, siges teknologien at opfylde Variabelt Skalaafkast (VRS). Denne antagelse modelleres ved at kræve, at intensitetsvariablerne skal summeres til én, hvorved teknologien

⁴Proportionalitetsloven, der blandt andet diskuteres i den klassiske driftsøkonomi (f.eks. Madsen 1951; Schmidt 1939) postulerer, at samme relative faktorkombination altid må give samme relative produktkombination, implicerer CRS

muliggør både konstant, stigende og aftagende skalaafkast. VRS-teknologien, formuleres som:

$$T^{\text{VRS}} = \{(x, u) : \begin{aligned} &u_m \leq \sum_{k=1}^K z_k u_{km}, m = 1, \dots, M, \\ &\sum_{k=1}^K z_k x_{kn} \leq x_n, n = 1, \dots, N, \\ &z_k \geq 0, k = 1, \dots, K, \\ &\sum_{k=1}^K z_k = 1 \end{aligned}\}$$

Under antagelse af CRS muliggør restriktionerne på z , at aktiviteterne kan øges radiært eller formindskes radiært til andre aktiviteter, der også er mulige. Ved antagelse af NIRS begrænses z yderligere, således at aktiviteterne ikke kan øges ubegrænset, og i NDRS er radiær reduktion mode origo ikke mulig. I VRS-tilfældet er både radiær udvidelse og reduktion af aktiviteterne begrænsede, da intensitetsvariablerne skal summeres til én.

De første formuleringer af aktivitetsanalysemodellen antog implicit CRS (f.eks. Koopmans 1951, 1957), og det gjaldt også de første anvendelser af aktivitetsanalysemodellen til måling af efficiens (Charnes, Cooper og Rhodes 1978; Färe og Lovell 1978). Indenfor modellen er forskellige former for skalaafkast formuleret at blandt andre Afriat (1972), Banker (1984), Banker, Charnes og Cooper (1984), Färe, Grosskopf og Lovell (1985) samt Grosskopf (1986).

Mange produktivitetsstudier har baseret sig på en mere eller mindre eksplicit antagelse af konstant skalaafkast, men i praksis vil det som anført af blandt andre Madsen (1951, side 135) normalt ikke være en gyldig antagelse, da det blandt andet implicerer fuld faktordelelighed, og da det er tvivlsomt, om en faktorvariation i praksis behøver at medføre en tilsvarende variation i produktmængden.

I konkrete anvendelser af en produktionsmodel vil det være nødvendigt at gøre sig nøje overvejelser om, hvilke skalaantagelser, der synes mest realistiske. I aktivitetsanalysemodellen implicerer CRS både, at store enheder kan sammenlignes med syntetiske enheder, som er konstrueret ved en skalering af en kombination af små enheder, og at små enheder kan sammenlignes med en proportional skalering af store enheder. Det vil afhænge af de konkrete omstændigheder, som for eksempel den størrelsesmæssige spredning i datasættet, om det er en realistisk antagelse. Hvis det ikke er realistisk, må resultater baseret på CRS vurderes skeptisk.

Disposabilitet

Der kan konstrueres andre stykvis lineære modeller ved at ændre L2S og L3S. Disposabilitetsantagelserne er uafhængige af modellens skalaegenskaber, og der kan inden for aktivitetsanalysemodellen formuleres modeller med fire forskellige disposabilitetsegenskaber (jf. Färe, Grosskopf og Lovell 1985, 1994): (1) stærk disposabilitet af output og input, (2) svag disposabilitet af input og stærk disposabilitet af output, (3) stærk disposabilitet af output og svag disposabilitet af input og endeligt (4) svag disposabilitet af input og svag disposabilitet af output. De fire modeller formuleres (her under antagelse af CRS) som:

$$T_{SS}^{CRS} = \{(x, u) : zM \geq u^0, zN \leq x^0, z \in \mathbb{R}_+^K\} \quad (3.55)$$

$$T_{SW}^{CRS} = \{(x, u) : \mu zM = u^0, zN \leq x^0, 0 \leq \mu \leq 1, z \in \mathbb{R}_+^K\} \quad (3.56)$$

$$T_{WS}^{CRS} = \{(x, u) : zM \geq u^0, zN \leq \sigma x^0, 0 < \sigma \leq 1, z \in \mathbb{R}_+^K\} \quad (3.57)$$

$$T_{WW}^{CRS} = \{(x, u) : \mu zM = u^0, zN = \sigma x^0, 0 \leq \mu \leq 1, 0 < \sigma \leq 1, z \in \mathbb{R}_+^K\} \quad (3.58)$$

hvor fodtegnene angiver disposabilitet af input først og derefter disposabilitet af output (S = stærk disposabilitet, W = svag disposabilitet).

De modeller, der anvendes i denne afhandling er baseret på stærk disposabilitet af både input og output; men i bestemte empiriske anvendelser kan de illustrerede disposabilitetsantagelser være relevante at overveje, f.eks. landbrugsproduktion, hvor gødning ikke kan tilføres i ubegrænsede mængder uden at reducere output (Färe og Jansson 1976), el-produktion (Färe, Grosskopf og Logan 1983), minedrift (Byrnes, Färe og Grosskopf 1984; Byrnes, Färe, Grosskopf og Lovell 1988) eller papirproduktion (Färe, Grosskopf, Lovell og Pasurka 1989), som blandt andet producerer forurening. Se afsnit 3.3.

FDH-modellen

Idet aktivitetsanalysemodellen som nævnt tilfredsstiller L1-L9/P1-P9 stiller strengere krav til teknologien end Shephards basisaksiomer, dvs. L1-L6/P1-P6, umiddelbart kræver for at modellen i det hele taget beskriver en teknologi, vil det være naturligt at overveje teknologier, der er mindre restriktive end den klassiske aktivitetsanalysemodellen.

Deprins, Simar og Tulkens (1984) introducerede i et studie af belgiske postkontorer en alternativ teknologispecifikation (se også Tulkens 1986, afsnit

6; 1993), som siden⁵ har gået under betegnelsen FDH-modellen. Modellen beskrives i dette afsnit, da den snarere kan opfattes som en generalisering af Banker, Charnes og Coopers (1984) VRS-model (jf. Fried, Lovell and Vanden Eeckaut 1993), end som en helt ny model. FDH-modellen specificeres ved at tilføje følgende restriktionen til T^{CRS} :

$$z_k \in \{0, 1\}, \quad k = 1, \dots, K. \quad (3.59)$$

Hermed formuleres FDH-teknologien som:

$$T^{FDH} = \{(x, u) : \begin{aligned} &u_m \leq \sum_{k=1}^K z_k u_{km}, m = 1, \dots, M, \\ &\sum_{k=1}^K z_k x_{kn} \leq x_n, n = 1, \dots, N, \\ &z_k \geq 0, k = 1, \dots, K, \\ &\sum_{k=1}^K z_k = 1 \\ &z_k \in \{0, 1\}, k = 1, \dots, K. \end{aligned}\}$$

Introduktionen af (3.59) implicerer, at teknologien er non-lineær, og at effciensberegningerne derfor ikke kan udføres inden for rammerne af lineær programmering (jf. kapitel 5). Det er imidlertid ikke nødvendigt at anvende sædvanlig blandet heltalsprogrammering, da effciensberegninger indenfor FDH-modellen som vist af Tulkens (1993) kan gennemføres ved en simpel algoritme. Se desuden Tulkens (1995). Se desuden anvendelser af FDH-modellen i Bauer and Hancock (1993), Borger, Kerstens, Moesen og Vanneste (1994a,b) Tulkens (1993) samt Fried *et al* (1993).

⁵Tulkens (1993) anfører, at betegnelsen "FDH (free disposal hull) production set" stammer fra 1988-udgaven (Thiry og Tulkens 1988) af det arbejdsrapport, som ligger til grund for Thiery og Tulkens (1992), og som henfører begrebet til McFadden (1978).

Kapitel 4

Præstationsevaluering

Measurements are not to provide numbers but insight

—INGRID BUCHER

I dette kapitel skal det vises, hvorledes præstationer kan måles og vurderes inden for rammerne af den generelle produktionsmodel, der blev specificeret i kapitel 3. Vi beskriver de relevante dimensioner af præstationsevalueringen ved hjælp af en produktionsproces og gennemfører derfor formelt set en produktivitetsanalyse. Da den centrale faktor ved vurdering af produktivitsforskelle er efficiens (jf. afsnit 1.4), vil interessen i dette kapitel samle sig om målingen heraf. Efficiens vil således blive opfattet som den præstationsafhængige del af en virksomheds produktivitet.

Efficiensmåling er et spørgsmål om at sammenligne de faktiske præstationer med en standard. På baggrund af den aksiomatiske produktionsmodel defineres sammenligningsgrundlaget som en efficient delmængde af teknologien, hvilket i praksis udgøres af en delmængde af produktionsmulighedsområdets rand. Den anvendte evalueringsteknik betegnes derfor en *randmetode*.

I afsnit 4.1 diskuteres først, hvorledes den efficiente del af teknologien bestemmes, d.v.s. hvilke muligheder man har for i praksis at fastlægge et grundlag for evalueringen. Dernæst beskrives evalueringsmetoden i afsnit 4.2. Afsnit 4.3 introducerer efficiensmålene, hvor der lægges specielt vægt på Farrell's (1957) radiære mål for teknisk efficiens. I den empiriske del anvendes disse mål inden for aktivitetsanalysemodellen. Denne metode beskrives i detaljer i afsnit 4.4. I forlængelse af Farrell's mål for teknisk efficiens kan der afhængigt af de konkrete omstændigheder defineres en række andre efficiensmål. I afsnit 4.5 diskuteres anvendelsen af allokatve efficiensmål og det vises, hvorledes

disse kan implementeres i aktivitetsanalysemodellen. Herefter diskuteres ikke-radiære efficiensmål i afsnit 4.6, og i afsnit 4.7 introduceres forskellige såkaldte grafmål. Modellen udbygges til at kunne henhøre produktivitsforskelle til variation i variabler uden for beslutningstagerens kontrol ved at introducere subvektorefficiens og eksogene faktorer i afsnit 4.8 samt subteknologimål i afsnit 4.9. Endelig diskuteres anvendelse af aktivitetsanalysemodellen og af lineær programmering i afsnit 4.10, hvor der også gives yderligere referencer til nyere forskning, der opbløder LP-modellens deterministiske ramme.

4.1 Produktionsranden

Den efficiente del af referenceteknologien udgøres af produktionsranden. Det vil sige, den del af teknologien, der udtrykker den mest efficiente transformation af input til output. Det er ikke entydigt givet, hvad der skal forstås som "den mest efficiente transformation", og hvordan den skal fastlægges i praksis. Da det drejer sig om at fastlægge sammeligningsgrundlaget for alle enheder, der skal underkastes evaluering, er det værd at overveje i detaljer, hvilke valgmuligheder man har, og hvilke implikationer det vil have i den konkrete situation. Førsund og Hjalmarsson (1987, side 79) diskuterer forskellige måder at specificere den efficiente transformation¹, og det fremhæves, at det er specielt vigtigt at skelne mellem på den ene side, teknologien, der observeres hos de mest efficiente enheder – den *bedste praksis* – og på den anden side, teknisk know-how – de *tekniske muligheder* (jf. Førsund og Hjalmarsson 1987).

Ingeniørernes fastlæggelse af de teknisk muligheder er selvfølgelig yderst relevant – ikke mindst for produktionsenheder på et højt disaggregeringsniveau, hvor beslutninger træffes på grundlag heraf. Men både fastlæggelsen og anvendelsen af de tekniske muligheder er normalt uden for økonomernes felt, og for empiriske analyser er de teoretiske, tekniske muligheder mindre relevante end de præstationer, som "den bedste praksis" viser, er opnåelige².

¹Førsund og Hjalmarsson (1987, side 11) beskriver den traditionelle produktionsfunktion med kontinuerle substitutionsmuligheder som en ex ante funktion (jf. Johansen 1972) og bemærker, at det svarer til den efficiente transformation. Førsund og Hjalmarsson (1987, side 79) anfører desuden, at både Grosses (1953) blueprint teknologi, Salters (1960) bedste-praksis teknologi og Johansens (1972) ex ante funktion svarer til denne karakteristik. Se også diskussionen hos Salter (1960, side 13-16), Johansen (1972, side 6-9) samt Førsund og Hjalmarsson (1987, side 79-80).

²Anvendelsen af "den bedste praksis" som sammenligningsgrundlag har i de en række år også vundet udbredelse i konsulentbranchen under betegnelsen *Benchmarking*. Se for eksempel Karlöf og

De første studier af produktionsfunktioner var imidlertid baseret på ingeniørers vurderinger af de tekniske muligheder³. Men en produktionsfunktion fastlagt ved et teknisk studie af den konkrete teknologi vil være forskellig fra den produktionssammenhæng, der iagttages i praksis, da resultaterne vil afvige fra den teoretiske, tekniske sammenhæng, både fordi præstationerne vil være påvirkede af målefejl og stokastiske omstændigheder, og fordi en række forhold afviger fra de teoretiske optimale. Ved anvendelser af produktionsfunktions-begrebet i både teori og praksis vil det således være af afgørende betydning, at man er klar over, hvilken type produktionsfunktion man opererer med.

I denne afhandling udgøres sammenligningsgrundlaget af den bedste praksis, hvilket betyder, at standarden principielt er observerbar. Men den behøver ikke nødvendigvis at kunne iagttages på samme tidspunkt eller på samme sted som de enheder, der sammenlignes med standarden. Den bedste praksis udgør en referencepopulation, og valget heraf former de konklusioner, der kan drages af evalueringen. Den empirisk orienterede efficienslitteratur bygger mere eller mindre direkte på Farrells (1957) empirisk bestemte produktionrand, eller rettere sagt afstanden til randen, for Farrell var ikke interesseret i at kortlægge den efficiente produktionsfunktions form og placering, men derimod i at vurdere de faktiske observationers placering i forhold hertil. Det var således Farrell, der sammen med Salter (1960) indførte anvendelsen af den empirisk bestemte standard, hvorved også begrebet relativ efficiens på grundlag af en empirisk bestemt ekstremal (dvs. baseret på afvigende eller ekstreme data) sammenhæng blev indført.

Östblom (1993) eller Camp (1989), der operationaliserer benchmarking som "... the search for industry best practises that leads to superior performance".

³Det klassiske eksempel på ingeniørmæssigt fastlagte produktionsfunktioner er i Skandinavien, Ragnar Frischs (1935) studie af substitution mellem produktionsfaktorerne i den norske chokoladefabrik Freia. Frisch fastlagde den tekniske sammenhæng mellem inputfaktorerne på grundlag af fabrikens "erfaringer". Som det er nævnt side 2, note 1, fik Frisch's produktionsteori stor indflydelse på den driftsøkonomiske tradition. F.eks. refererer Vagn Madsen (1951, kapitel 10) Frischs substitutionsanalyse og nævner, at den type analyser med fordel kan anvendes ved rationaliserings-bestræbelser, [d.v.s. "systematiske Bestræbelser i den enkelte Virksomhed mod et optimalt Forhold mellem Omkostninger og Omsætning" (Madsen 1951, side 12)] i de fleste typer virksomheder. Se desuden Johansen 1972 samt Førsund (1995), der giver flere eksempler på tidlige anvendelser af ingeniørmæssige produktionsfunktioner i økonomiske kalkuler.

Den estimationsprocedure⁴, som Farrell (Farrell 1957, Farrell og Fieldhouse 1962) udviklede, fik dog ikke praktisk betydning, fordi den var meget krævende for datidens computersystemer, da den involverede en række matrixinversioner. Dette anføres af Rhodes (1978, side 35 note 10) som en hovedårsag til, at Farrells artikel fra 1957 fik meget lille opmærksomhed i næsten 20 år. Men det har formodentlig også haft betydning, at Farrells bidrag var relativt isoleret, i den forstand, at den kun i mindre grad knyttede sig til det udbredte og accepterede litteraturgrundlag. Det var således først op i 1970'erne, at både Charnes, Cooper og Rhodes (1978) samt Färe og Lovell (1978) via Shephards (1953) afstands-funktioner etablerede teoretiske relationer mellem Farrells efficiensmål og den aksiomatiske produktionsteori.

Det var også med enkelte undtagelser (f.eks. Aigner og Chu 1968) først i løbet af 1970'erne, at der blev udviklet praktisk anvendelige metoder til estimation af efficiens. Se f.eks. Afriat (1972), Aigner, Amemiya og Poirer (1976), Charnes, Cooper og Rhodes (1978), Førsund og Hjalmarsson (1979a) Färe, Grosskopf og Lovell (1985), Meeusen og Broeck (1977a), Richmond (1974) samt Schmidt (1976). Se desuden mere oversigtsprægede fremstillinger af forskellige randmetoder hos Førsund og Hjalmarsson (1987), Bauer (1990) samt Greene (1993).

4.2 Den empiriske implementering

Hensigten bag gennemgangen af produktionsmodellen i det foregående kapitel og af efficiensmålene i dette kapitel er, at det skal være muligt at implementere evalueringen empirisk. For at gøre det, skal tre opgaver løses (jf. Färe, Grosskopf og Lovell 1985, afsnit 9.3). For det første skal de analyserede virksomheders mål klarlægges, dernæst skal produktionsteknologien specificeres, og endelig skal der vælges en beregningsmetode.

For at evaluere enhedernes præstationer må der kendes eller i det mindste gøres nogle antagelser om, hvilke mål de tilstræber at realisere. Ellers haves overhovedet ikke noget grundlag for at foretage en evaluering. Enhver virksomhed stræber mod et optimum i en eller anden forstand (jf. afsnit 2.1), og

⁴Farrell og Fieldhouse (1962) bemærkede, at efficiensevalueringen kunne gennemføres ved hjælp af lineær programmering, men Boles (1966) var, som anført af Färe, Grosskopf og Lovell (1994, side 91), den første, der for et enkelt output og under antagelse af CRS, konstruerede en LP-model. Andre tidlige anvendelser af LP til efficiensmåling er Sitorus (1966), Seitz (1968, 1970, 1971) samt Dugger (1974), jf. Färe, Grosskopf og Lovell (1994).

søgningen efter optimalitet er den økonomiske teoris centrale tema. Men det er ikke givet, at det er profit eller gevinst, der skal maksimeres.

Målene er i nogen grad bestemt af de evaluerede enheders karakteristika, for eksempel hvad angår ejerforhold, samt af forskellige a priori restriktioner på enhedernes produktionsmuligheder. Det er desuden oplagt, at også andre ønsker end selve profitten kan være et led i virksomhedens mål. For en lang række af enheder vil det endvidere slet ikke være rimeligt at anvende et profitmål som evalueringskriterium. Det gælder eksempelvis mange offentlige aktiviteter, humanitære organisationer og andelsselskaber. Det kan umiddelbart synes som en umulig opgave at udtrykke det relevante kriterium for virksomhedens præstationer forholdsvis summarisk, og det kan synes helt umuligt at udtrykke optimeringens kriteriefunktion matematisk, hvilket da også er et af de kritikpunkter, der ofte fremføres mod anvendelsen af matematisk funderede modeller til beskrivelse af virksomheders adfærd.

Imidlertid er det slet ikke nødvendigt at formulere virksomhedens målkriterium for at kunne evaluere dens præstationer, for det vil oftest være muligt at analysere virksomheden på grundlag af teknisk efficiens (jf. Koopmans 1951), der er et langt mere acceptabelt og generelt kriterie, og som ikke involverer specifikke adfærdsantagelser.

Teknisk efficiens er et spørgsmål om at sammenholde produktionsmængder med mængden af indsatsfaktorerne. Hvis der herudover haves information om (relative) priser på input eller output er det desuden muligt at anvende evalueringskriterier, der baserer sig på specifikke økonomiske adfærdsantagelser som f.eks. omkostningsminimering. Denne type kriterier vil imidlertid kun være relevante, hvis de forudsætninger, som de baseres på, holder. Offentlige eller private virksomheder, der ikke er underkastet normale markedsvilkår, fordi de afsætter deres ydelser til afdelinger inden for samme organisation, står ikke umiddelbart over for markedspriser – ligeså lidt som afdelingerne har frihed til selv at bestemme deres samarbejdspartnere og handelsbetingelser. I sådanne situationer vil det være vanskeligt at beskrive virksomhedernes adfærd, men det vil altid være muligt at beskrive de tekniske aspekter af produktionstransformationen. Det vil for eksempel sige, om der relativt set produceres mest muligt ved anvendelse af de fastlagte input (outputorienterede mål), eller om der anvendes færrest mulige ressourcer til at producere de fastlagte produkter (inputorienterede mål).

Beskrivelser af virksomhedernes målkriterier kan også omfatte en hensyntagen til forskellige adfærdsmæssige restriktioner. Det kan typisk være monetære

restriktioner i form af budget-, udgifts- eller omsætningsrestriktioner (Färe, Grosskopf og Lee 1990; Färe og Grosskopf 1994; Whittaker 1994), reguleringer af afkastningsgraden eller mængderestriktioner (Färe og Logan 1993). Men det kan også være politisk bestemte restriktioner, for eksempel forureningrestriktioner eller mælkekvoter, braklægningsbestemmelse og andre driftsrestriktioner i landbrugsmodeller (se også Whittaker 1994).

Hvad specifikation af teknologien angår, udgøres en af valgdimensionerne af, om man anvender en parametrisk eller en ikke-parametrisk specifikation af teknologien. I denne afhandling anvendes aktivitetsanalysemodellen, som er ikke-parametrisk, mens parametriske teknologispecifikationer i form af produktions-, omkostnings-, profitfunktioner og lignende, er udbredte inden for den økonometriske tradition. En anden valgdimension er, om teknologien specificeres deterministisk eller stokastisk. Sædvanligvis anvendes stokastiske specifikationer inden for den økonometriske tradition, hvorimod aktivitetsanalysemodellen er deterministisk. Dog er ingen regler uden undtagelse, for en parametrisk teknologi betyder ikke nødvendigvis, at teknologien tillader stokastisk variation (jf. Førsund og Hjalmarsson 1987; Greene 1993), og der eksisterer adskillige tilfælde til stokastiske modeller, der bygger på aktivitetsanalysemodellen⁵. Men det afgørende er dog, at uanset hvordan teknologien specificeres, og uanset om man opererer inden for stokastiske eller deterministiske rammer er der en betydelig fleksibilitet med hensyn til modelleringen af adfærdsantagelser og evalueringskriterier.

De stokastiske metoder er økonometriske i deres natur, og efficiensestimationen foretages typisk ved anvendelse af specialiserede algoritmer (jf. Coelli 1991, 1992; Greene 1991, 1993). Når efficiens beregnes inden for aktivitetsanalysemodellen, gennemføres beregningerne næsten altid ved anvendelse af lineær programmering. I kapitel 5 vil forskellige aspekter af efficiensberegning inden for aktivitetsanalysemodellen blive diskuteret.

Uanset hvilke metoder, der anvendes, er resultatet af evalueringen et eller flere udtryk for de enkelte enheders efficiens. Hvis analysens formål har været at vurdere efficiensfordelingen eller potentialet for forbedring, stopper analysen her. Men målingerne kan også være et led i en produktivitetsvurdering, således at efficiensmålene sammenholdes med andre efficiensmål, eller der kan

⁵Der har i de senere år været stor interesse for at udvikle stokastiske DEA-modeller (jf. Lovell 1993, afsnit 1.5.3). Se f.eks. Desai og Schinar (1987), Land, Lovell og Thore (1988, 1990), Olesen og Thore (1990), Petersen og Olesen (1989), Retzlaff-Roberts og Morey (1993) samt Sengupta (1989).

inddrages yderligere information i analysen, således at efficiensmålingen søges forklaret ved andre (eksogene) variabler, eller ved at efficiensmålet selv indgår som forklarende variabel i videre analyser (se også afsnit 4.8).

4.3 Efficiensmålene

I afhandlingens empiriske del vil hovedvægten blive lagt på de inputorienterede mål, hvilket indebærer, at udgangspunktet for analysen er en beskrivelse af teknologien ved hjælp af inputkorrespondensen, $u \rightarrow L(u)$. Sædvanligvis antages det, at en enhed (x, u) , hvor $x \in L(u)$, evalueres, så man kan bestemme enhedens efficiens ved at bestemme dens placering i $L(u)$. Når der anvendes inputorienterede mål, anlægges en resourcebesparelses-synsvinkel, hvilket betyder at den observerede inputvektors tekniske efficiens måles som den størst mulige reduktion af den observerede vektor, der resulterer i en (efficient) vektor, som er brugbar i $L(u)$.

De mål, der anvendes her er som udgangspunkt såkaldt radiære mål inden for Farrell's (1957) tradition. Det skal forstås således, at alle input søges reduceret proportionalt (inputorienterede mål), eller alle output søges øget proportionalt (outputorienterede mål), indtil en efficient produktionsplan nås. Afhandlingen koncentrerer sig om tekniske efficiensmål, hvilket indebærer, at der ikke anvendes information om priser. For fuldstændighedens skyld skal der dog præsenteres efficiensmål baserede på en (økonomisk) dual beskrivelse af teknologien. Det betyder, at vi vil se på efficiensmål, der er baserede på konkrete, økonomiske adfærdsantagelser. Efficiensmålene defineres i afhandlingen enten i forhold til en generel teknologi (jf. afsnit 3.3) eller i forhold til en teknologi, der opfylder bestemte betingelser. Når målene anvendes i den empiriske del, vil det blive på baggrund af aktivitetsanalysemodellen (jf. afsnit 3.9), hvorfor denne model også vil blive anvendt i de følgende afsnit.

4.3.1 Teknisk efficiens

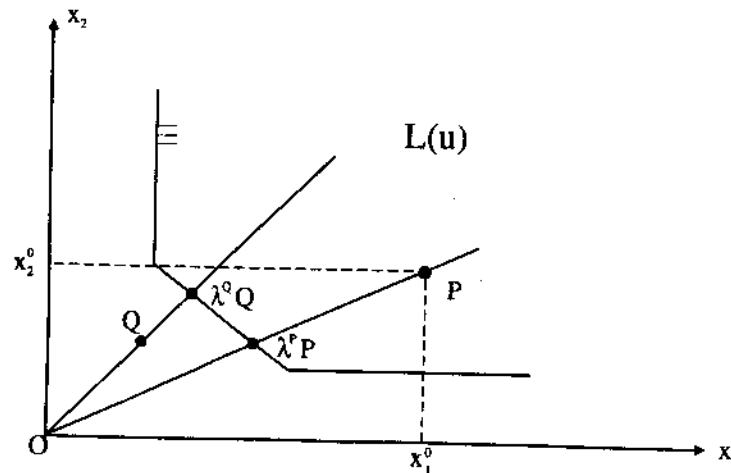
Farrells (1957) definerede et mål for teknisk efficiens under antagelse af konstant skalaafkast. I dette afsnit følges normal praksis (f.eks. Färe, Grosskopf og Lovell 1994), idet der defineres Farrell-mål for teknisk efficiens under alternative skalaantagelser. Som nævnt ovenfor, lægges hovedvægten på inputorienterede mål, idet den observerede outputvektor, u , opfattes som givet og anlægges

en resourcebesparelses-synsvinkel. Det betyder, at inputvektoren kan opfattes som beslutningsvariabel, og at efficiens måles som den størst mulige (radiære) reduktion af en inputvektor, der er mulig inden for $L(u)$ (jf. Färe, Grosskopf og Lovell 1994, kapitel 3).

Idet (x^k, u^k) er en observeret netputvektor, defineres den inputorienterede tekniske efficiens som:

$$F_i(u^k, x^k) := \min\{\lambda \geq 0 : \lambda x^k \in L(u)\}, \quad (4.1)$$

hvilket for en stykvis lineær teknologi er illustreret i figur 4.1, hvor efficiensen for observationen $P = (u^0, x^0)$ måles som den størst mulige reduktion af x^0 inden for $L(u)$, d.v.s. $F_i(u^0, x^0) = \|F_i(u^0, x^0)x^0\|/\|x^0\|$.

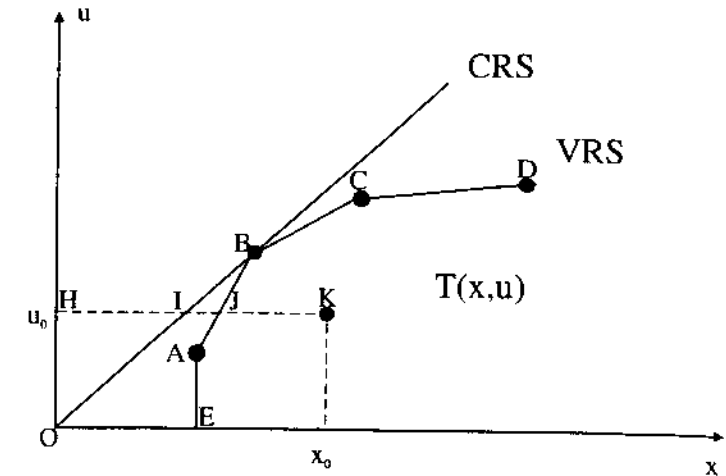


Figur 4.1: Farrells mål for inputorienteret teknisk efficiens

I figur 4.1 repræsenterer observation P den typiske evalueringssituation, hvor den evaluerede enhed $P \in L(u)$. Hvis $\lambda < 1$, da kan den betragtede enhed producere outputvektoren, u , med en mindre input-vektor, $\lambda x^0 \in \text{Isoq } L(u)$. Hvis $\lambda = 1$, er den betragtede enhed efficient. Hvis $\lambda > 1$, da må det være tilfældet, at $x^0 \notin L(u)$, og λ bliver den mindste 'radiære udvidelse' af x^0 , så $\lambda x^0 \in \text{Isoq } L(u)$. Denne situation er i figur 4.1 repræsenteret ved punktet Q .

4.4 Dataindhyldningsanalyse

I denne afhandling anvendes dataindhyldningsanalyse, der som tidligere nævnt også blot betegnes DEA. Det indebærer, at teknologien konstrueres empirisk ved at opfatte de observerede enheder som aktiviteter, således at et pengeinstituts efficiens måles i forhold til alle andre pengeinstitutter i datasættet, med den forudsætning at alle ligger under eller på den efficiente produktionrand. Herved bestemmes en øvre grænse for den "sande" efficiens, da den stykvis lineære teknologi er den mindste mængde, der indeholder observationerne, og som opfylder aksiomerne i kapitel 3 (jf. Färe, Grosskopf og Lovell 1985, p. 193). Ved at variere antagelserne om blandt andet skalaafkast kan der beregnes forskellige efficiensmål, og yderligere mål kan afledes fra disse. I figur 4.2 er den efficiente



Figur 4.2: Illustration af den efficiente rand og Farrell's efficiensmål

rand og efficiensmålene illustrerede for et simpelt tilfælde med ét output og ét input. Det antages, at der observeres netputvektorer for enhederne placeret ved A, B, C, D og K. Under antagelse af variabelt skalaafkast (VRS) er den efficiente rand EABCD. Hvis der antages konstant skalaafkast (CRS), bliver den efficiente rand strålen gennem B.

Antag nu, at enhed K producerer u_0 ved anvendelse af input x_0 , bruttoskalaeficiensen, $K(u^0, x^0)$, for enheden, der opererer ved kombinationen (u^0, x^0) , måles som H/HK , og den inputorienterede tekniske efficiens, $W_i(u^0, x^0)$, måles som

HJ/HK. Den *rene inputorienterede skaleefficiens*, $S_i(u^0, x^0)$, kan beregnes som $K(u^0, x^0)/W_i(u^0, x^0)$ eller ved simpel geometri findes som HI/HJ. Den *outputorienterede tekniske efficiens*, $W_o(x^0, u^0)$ ⁶, måles som NK/NL, og den *rene outputorienterede skaleefficiens*, $S_o(x^0, u^0)$, kan beregnes som $K(u^0, x^0)/W_o(x^0, u^0)$ eller geometrisk findes som NL/NM. Den geometriske fortolkning af efficiensmålene kan uden problemer generaliseres til flere dimensioner.

4.4.1 Beregning af efficiensmålene

Idet der benyttes de samme begreber og den samme terminologi som i det foregående kapitel, kan *bruttoskaleefficiensen* findes inden for aktivitetsanalysemodellen som det radiære Farrell-efficiensmål, under antagelse af CRS:

$$K_i(u^0, x^0) := \min\{\lambda \geq 0 : (u^0, \lambda x^0) \in T_{SS}^{CRS}\}, \quad (4.2)$$

hvor T_{SS}^{CRS} er defineret som i kapitel 3, d.v.s.:

$$K_i(u^0, x^0) = \min \lambda \quad (4.3)$$

$$\text{u.b.b. } zM \geq u^0 \quad (4.4)$$

$$zN \leq \lambda x^0 \quad (4.5)$$

$$z \in R_+^K \quad (4.6)$$

$$\lambda \in R_+. \quad (4.7)$$

Observationen (u^0, x^0) er bruttoskaleefficiet sammenlignet med de øvrige enheder, hvis $K_i(u^0, x^0) = 1$. Hvis $K_i(u^0, x^0) < 1$, vil enheden blive betegnet som inefficiet.

Den (inputorienterede) *tekniske efficiens* beregnes dernæst som det radiære Farrell-efficiensmål under antagelse af VRS, d.v.s.:

$$W_i(u^0, x^0) := \min\{\lambda \geq 0 : (\lambda x^0, u^0) \in T_{SS}^{VRS}\}, \quad (4.8)$$

der inden for aktivitetsanalysemodellen for hver enhed bestemmes ved løsning af det lineære program:

$$W_i(u^0, x^0) = \min \lambda \quad (4.9)$$

⁶Det skal bemærkes, at man ofte (f.eks. Färe, Grosskopf og Lovell 1985) definerer de outputorienterede mål reciprok af de mål, der her anvendes, fordi det giver en mere umiddelbar fortolkning af efficiensmålene som afstandsmål.

$$\text{u.b.b. } zM \geq u^0 \quad (4.10)$$

$$zN \leq \lambda x^0 \quad (4.11)$$

$$\sum_{i=1}^K z_i = 1 \quad (4.12)$$

$$z \in R_+^K \quad (4.13)$$

$$\lambda \in R_+. \quad (4.14)$$

Da u^0 er søjle i matricen M , og x^0 er søjle i N , følger det, at $K_i(u^0, x^0) \leq 1$, og at $W_i(u^0, x^0) \leq 1$.

De inputorienterede programmeringsproblemer kan gives følgende standardfortolkning: Referenceteknologien etableres ved hjælp af restriktionerne (4.4) og (4.5), der svarer til (4.10) og (4.11) i det andet programmeringsproblem. Referenceenheden er en linearkombination af eksisterende enheder, og den producerer ved (zN, zM) . Den analyserede enheds output er mindre end eller lig med referenceenhedens output, og den analyserede enheds input er, når der er korrigeret for inefficiens, større end eller lig med referenceenhedens. Ved optimeringen bestemmes referenceenhedens vægte, således at dens anvendelse af input formindskes proportionalt så meget som muligt, under betingelse af at referenceenheden forbliver inden for den empirisk bestemte referenceteknologi.

For at beregne de outputorienterede efficiensmål fastholdes resourceanvendelsen, og der bestemmes et efficient referencepunkt, som mindst anvender de samme input som observationen (x^0, u^0) . Dette bestemmes i forhold til T_{SS}^{VRS} som:

$$[W_o(x^0, u^0)]^{-1} := \xi = \max\{\lambda \geq 0 : (x^0, \lambda u^0) \in T_{SS}^{VRS}\}, \quad (4.15)$$

der findes som $W_o(x^0, u^0) = 1/\xi$ efter at have bestemt ξ . I aktivitetsanalysemodellen gøres dette ved at løse følgende LP-problem for hver enhed, (u^0, x^0) , i datasættet:

$$[W_o(x^0, u^0)]^{-1} = \max \lambda \quad (4.16)$$

$$\text{s.t. } zM \geq \lambda u^0 \quad (4.17)$$

$$zN \leq x^0 \quad (4.18)$$

$$\sum_{i=1}^K z_i = 1 \quad (4.19)$$

$$z \in R_+^K \quad (4.20)$$

$$\lambda \in R_+. \quad (4.21)$$

Når restriktionen (4.19) fjernes, opfylder randteknologien CRS, og de input- og outputorienterede mål er identiske (Deprins og Simar 1983; Charnes, Cooper og Rhodes 1978; Färe, Grosskopf og Lovell 1985, sætning 3, side 156). Derfor er det ikke nødvendigt at løse et nyt lineært program for at bestemme enhedernes efficiens. Men da $W_o(x^0, u^0)$ generelt bestemmes i forhold til en anden referenceenhed end $W_i(u^0, x^0)$, er hverken vægtene $\{z_i\}$, deres sum eller randens teknologiske karakteristika de samme. Derfor defineres den outputorienterede bruttoskalaefficiens som:

$$K_o(x^0, u^0) := \max\{\lambda \geq 0 : (\lambda u^0, x^0) \in T_{SS}^{CRS}\}. \quad (4.22)$$

Hvis der er brug for anden information end blot efficiensscoren, er det således nødvendigt også at løse programmet:

$$[K_o(x^0, u^0)]^{-1} = \max \lambda \quad (4.23)$$

$$\text{s.t. } zM \geq \lambda u^0 \quad (4.24)$$

$$zN \leq x^0 \quad (4.25)$$

$$z \in R_+^K \quad (4.26)$$

$$\lambda \in R_+ \quad (4.27)$$

for hver enhed i datasættet. Det er væsentligt for empirisk arbejde, at det kun er $K_o(x^0, u^0)$ som er identisk med $K_i(u^0, x^0)$, hvorimod de optimale vægte ikke nødvendigvis er det. De outputorienterede programmeringsproblemer kan gives en fortolkning svarende til den for de inputorienterede problemer.

4.4.2 Skalaefficiens

Forskellen på de to inputorienterede programmeringsproblemer for beregning af K_i og W_i er antagelsen om skalafkast. Når der antages VRS kræves det, at summen af vægtene skal være én; dette betyder, at de pengeinstitutter, der indgår ved konstruktion af referenceenheden, er omtrent lige så store som det pengeinstitut, der evalueres. Under antagelse af CRS er der ikke nogen restriktion på summen af vægtene, og pengeinstitutterne kan derfor sammenlignes med kombinationer af andre pengeinstitutter, der er meget mindre eller meget større end det evaluerede pengeinstitut (jf. Berg 1993). Variabelt skalaafkast kan synes at være det mest naturlige udgangspunkt for analysen, da graden af stordriftsfordele (eller -ulempen) i pengeinstitutsektoren er et meget omdiskuteret problem

(jf. f.eks. Humphrey 1990; Berger, Hunter og Timme 1993). Ved anvendelse af VRS bliver de beregnede efficiensmål, som følge af den anvendte metode (jf. Berg, Førsund og Jansen 1991), også langt mere robuste over for datafejl og mis-specifikationer. Men da den danske pengeinstitutsektor kun omfatter få store enheder, vil de fleste af de store enheder blive evalueret som efficiente, idet der kun er få pengeinstitutter, de under VRS kan sammenligne sig med.

Den (inputorienterede) *skalaefficiens*, $S_i(u^0, x^0)$, for observationen (u^0, x^0) defineres af Färe, Grosskopf og Lovell (1985, definition 8.2.8; også Banker, Charnes og Cooper 1984 samt Førsund og Hjalmarsson 1979b) som

$$S_i(u^0, x^0) := K_i(u^0, x^0)/W_i(u^0, x^0), \quad (4.28)$$

og observationen betegnes som (inputkorrigeret) skalaefficient, hvis, og kun hvis, teknologien ved den observerede netputvektor er karakteriseret ved CRS. Da programmerne for beregning af $K_i(u^0, x^0)$ og $W_i(u^0, x^0)$ er ens, bortset fra den ekstra restriktion, (4.12), følger det desuden, at $K_i(u^0, x^0) \leq W_i(u^0, x^0)$, og derfor er $S_i(u^0, x^0) \leq 1$ (jf. Färe, Grosskopf og Lovell 1985, teorem 8.2.10).

Den outputorienterede *skalaefficiens*, $S_o(x^0, u^0)$, for observation (u^0, x^0) defineres tilsvarende af Färe, Grosskopf og Lovell (1985, definition 8.3.8) som

$$S_o(x^0, u^0) := K_o(x^0, u^0)/W_o(x^0, u^0), \quad (4.29)$$

og som i det inputorienterede tilfælde, er observationen (outputkorrigeret) skalaefficient, hvis og kun hvis teknologien opfylder CRS ved den observerede kombination af input og output. Når $K_i(u^0, x^0)$ er defineret som i afhandlingen her, gælder det, at $K_o(x^0, u^0) \leq W_o(x^0, u^0)$, og derfor er $S_o(x^0, u^0) \leq 1$ (jf. Färe, Grosskopf og Lovell 1985, teorem 8.3.10).

Generelt er $W_i(u^0, x^0) \neq W_o(x^0, u^0)$, hvorfor $S_i(u^0, x^0) \neq S_o(x^0, u^0)$. Teknologiske karakteristika som skalaforhold er kun definerede for de efficiente enheder på produktionsranden. Generelt sammenlignes en inefficient enhed i den input- og den outputorienterede evaluering med forskellige efficiente referenceenheder. Disse referenceenheder vil ikke nødvendigvis være karakteriseret ved de samme skalaegenskaber.

Som nævnt af Färe, Grosskopf og Lovell (1994, side 94) var dekomponeringen af den samlede tekniske efficiens allerede antydnet af Farrell og Fieldhouse i 1962 og senere taget op af Bressler (1966) samt Seitz (1966). Det var imidlertid Førsund og Hjalmarsson (1979a), der introducerede dekomponeringen af den

samlede tekniske efficiens i skaleefficiens og ren teknisk efficiens i den moderne produktionsteori under hensyntagen til inefficiens. Inden for rammerne af den operationsanalytiske DEA-tradition blev skaleefficiens, introduceret af Banker (1984) samt Banker, Charnes og Cooper (1984) og videreudviklet af Banker og Thrall (1992), mens det var Färe, Grosskopf og Lovell (1985), der inden for den aksiomatiske retning definerede dekomponeringen.

4.4.3 Stordriftsfordele

U-formede gennemsnitsomkostningskurver og dertil relaterede stordriftsfordele er centrale og fasttømrede i den økonomiske litteratur og diskuteres oftest ligefrem som *lovene* om stigende og faldende udbytte⁷. Den første del af lov-mæssigheden har siden den klassiske økonomiske litteratur været både kendt og accepteret (f.eks. Marshall 1938; Robinson 1935; Beacham 1948), mens der har været en betragtelig kontrovers omkring det faldende udbytte. Der er ikke tvivl om, at der til en vis grad er fordele, som resulterer i faldende gennemsnitsomkostninger, ved at producere en ekstra enhed, se for eksempel Johnston (1960, kapitel 2), som refererer en del af de klassiske argumenter. Men stordriftsfordele/ulempen er i sidste ende et spørgsmål, der afgøres empirisk.

Enhver skaleefficiens for en specifik enhed skyldes enten stigende eller aftagende skalaafkast. For hver enhed beregnes $Z^* := \sum z_i$, hvor $\{z_i\}$ er de optimale vægte ved beregningen af enten $K_i(u^0, x^0)$ eller $K_o(x^0, u^0)$.

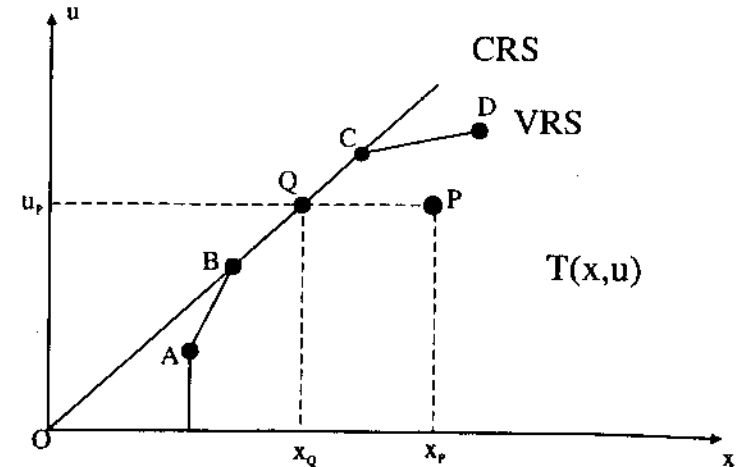
Hvis der eksisterer en entydig optimal løsning for $\{z_i\}$, kan stordriftsforholdene bestemmes ved følgende regel, som blev foreslået af Banker (1984): hvis Z^* er større end 1, haves aftagende skalaafkast ved observationen (u^0, x^0) og ved referencepunktet, når randen er karakteriseret ved VRS; hvis Z^* er mindre end 1, haves stigende skalaafkast, da referenceenheden på den efficiente rand under antagelse af CRS, er større end den evaluerede enhed. Som den tredje mulighed haves CRS, hvis $Z^* = 1$.

Banker og Thrall (1992) demonstrerede imidlertid, at LP-problemerne i afsnit 4.4.1 ikke nødvendigvis har en entydig løsning, og de konstaterede videre, at "this limitation is evidently of considerable concern for empirical applications using this methodology"⁸. (Banker and Thrall 1992).

⁷F.eks. "... laws of increasing and diminishing return." (Johnston 1960, side 20).

⁸Muligheden for alternative optima, som implicerer at Banker's (1984) metode ikke bestemmer RTS entydigt, blev også påpeget af Maindiratta (1990) samt af Chang og Guh (1991). Färe, Grosskopf

I praksis vil Z^* normalt være entydigt bestemt, men det er – i det mindste ud fra teoretiske betragtninger – muligt, at en bruttoskaleefficiens enhed, der producerer ved (u^0, x^0) , kan konstrueres som en kombination af andre bruttoskaleefficiens enheder, hvorved størrelsen af Z^* ikke giver nogen entydig information om skalaforhold.



Figur 4.3: Illustration af ikke-entydige løsninger i $M = N = 1$ tilfældet.

Hvis $\{z_i\}$ ikke er entydig, eksisterer der for den givne kombination af input og output flere mulige referencepunkter. Banker og Thrall (1992) demonstrerede, at disse ville ligge på det samme linjestykke, således som det for $M = N = 1$ vises i figur 4.3. De observerede punkter er A, B, C, D og P, hvorved den efficiente rand er strålen gennem B og C i CRS tilfældet og ABCD samt forlængelserne fra A og D i VRS tilfældet. Observationen P er inefficiant, og DEA-problemet kunne for eksempel evaluere P i forhold til punktet Q bestemt ved:

$$Q = [x_Q, u_Q] = [(\lambda_B x_B + \lambda_C x_C), (\lambda_B u_B + \lambda_C u_C)],$$

hvor $\sum \lambda = \lambda_B + \lambda_C = 1$. Men det fremgår også af figuren, at Q kunne være konstrueret som $Q = \lambda_C(x_C, u_C)$, hvor $\lambda_C \leq 1$, eller som $Q = \lambda_B(x_B, u_B)$, hvor og Lovell (1994) beskriver desuden muligheden for, at der kan være alternative optima, men de er mindre skeptiske end både Maindiratta (1990), Chang og Guh (1991) og Banker og Thrall (1992) med hensyn til "our ability to correctly identify the nature of scale economies in a piecewise linear model" (Färe, Grosskopf and Lovell 1994, p. 59-60). Se også Färe, Grosskopf og Lovell (1994, afsnit 4.5) for en yderligere karakteristik af den efficiente rand i den situation, hvor den optimale løsning ikke er entydig.

$\lambda_B \geq 1$. Banker og Thrall formaliserede denne observation ved at opdele den efficiente CRS-rand i tre dele i henhold til skalaegenskaberne: IRS på stykket OB, CRS på linjestykket BC og endelig DRS fra C. Banker og Thrall foretog også en LP-model til fastlæggelse af disse områder, men i empiriske anvendelser har metoden fået meget lille opmærksomhed. Ganley og Cubbin's (1992) bog udgør dog en undtagelse, selvom det ikke lykkedes disse forfattere at implementere beregningerne i praksis⁹.

En alternativ procedure for bestemmelse af stordriftsforhold

Färe, Grosskopf og Lovell (1985, p. 183) foreslog en alternativ metode til fastlæggelse af skalaforhold. Denne metode afhænger ikke af Z^* 's entydighed, men til gengæld kræver den løsning af yderligere LP-problemer.

For at bestemme produktionsrandens skalaegenskaber introducerede Färe, Grosskopf and Lovell (1985, afsnit 8.6) en NIRS-teknologi (jf. kapitel 3). For hver enhed (u^0, x^0) , hvor $S_i(u^0, x^0) \neq 1$ i det inputorienterede tilfælde, beregnes et efficiensmål, der her angives ved en stjerne som:

$$W_i^*(u^0, x^0) := \min\{\lambda \geq 0 : (u^0, \lambda x^0) \in T_{SS}^{NIRS}\}, \quad (4.30)$$

hvilket inden for aktivitetsanalysemodellen beregnes som:

$$W_i^*(u^0, x^0) = \min \lambda \quad (4.31)$$

$$\text{s.t. } zM \geq u^0 \quad (4.32)$$

$$zN \leq \lambda x^0 \quad (4.33)$$

$$\sum_{i=1}^k z_i \leq 1 \quad (4.34)$$

$$z \in \mathbb{R}_+^k \quad (4.35)$$

$$\lambda \in \mathbb{R}_+ \quad (4.36)$$

Tilsvarende beregnes $W_o^*(x^0, u^0)$ i det outputorienterede tilfælde, hvis $S_o(x^0, u^0) \neq 1$.

⁹Da det ikke lykkedes Ganley og Cubbing (1992) at implementere Banker og Thrall's procedure, foreslog de en alternativ procedure. Den metode adresserer dog ikke det samme problem. Se desuden Athanassopoulos og Ballantine (1995), der henviser til anvendelse af Banker og Thrall's procedure, men hverken giver beregningsmæssige eller implementeringsmæssige detaljer.

$$[W_o(x^0, u^0)^*]^{-1} = \max \lambda \quad (4.37)$$

$$\text{s.t. } zM \geq \lambda u^0 \quad (4.38)$$

$$zN \leq x^0 \quad (4.39)$$

$$\sum_{i=1}^k z_i \leq 1 \quad (4.40)$$

$$z \in \mathbb{R}_+^k \quad (4.41)$$

$$\lambda \in \mathbb{R}_+ \quad (4.42)$$

Färe, Grosskopf and Lovell (1985, p. 183) viste, at enhver skalainefficiens i det inputorienterede tilfælde skyldes stigende IRS, hvis og kun hvis $W_i^*(u^0, x^0) < W_i(u^0, x^0)$, og den skyldes DRS, hvis og kun hvis $W_i^*(u^0, x^0) = W_i(u^0, x^0)$. Tilsvarende skyldes enhver outputkorrigeret skalainefficiens IRS, hvis og kun hvis $W_o^*(x^0, u^0) < W_o(x^0, u^0)$, og den skyldes DRS, hvis og kun hvis $W_o^*(x^0, u^0) = W_o(x^0, u^0)$.

Ved at antage NDRS, jf. (3.54), og løse de dertil svarende DEA-problemer kunne der udledes en tilsvarende beslutningsregel for fastlæggelse af stordriftsforhold. Dette gøres for eksempel af Fukuyama (1993b).

4.5 Allokativ efficiens

Ved målingen af den tekniske efficiens tildeles der, som diskuteret i de foregående afsnit, en efficiensscore, der viser, hvor tæt de enkelte enheder er på isokvanten, målt langs en stråle fra origo til den observerede enheds netputvektor. Hvis der gøres yderligere antagelser om virksomhedernes adfærd, kan der anvendes andre efficienskriterier og beregne allokativ efficiens. Allokativ efficiens viser ikke blot, hvor tæt på isokvanten netputvektoren er placeret, men ydermere hvor tæt den observerede enhed er på den optimale placering på isokvanten ud fra affærds-kriteriet.

Antag eksempelvis, at der udover input- og outputmængder haves data for inputpriser, d.v.s. (x^k, u^k, p^k) , og at de observerede enheder er omkostningsminimerende. De observerede omkostninger for virksomheden $k = 0$ er $C^0 = p^0 x^0$ og de minimale omkostninger ved at producere y^0 er derfor (jf. afsnit 3.7):

$$C(u^0, p^0) = \min\{p^0 x : x \in L(u)\}, \quad (4.43)$$

$$C(u^0, p^0) = \min p^0 x \quad (4.44)$$

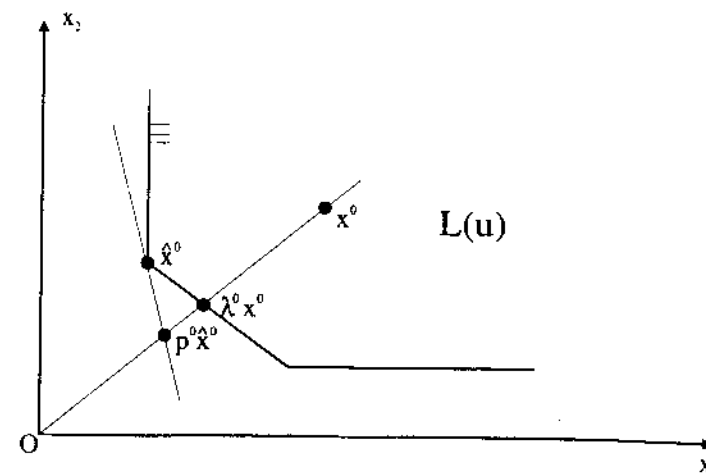
Sædvanligvis defineres *omkostningsefficiensen* (f.eks. Färe, Grosskopf og Lovell 1985; Färe og Primont 1995) som

$$O(u^0, x^0, p^0) = \frac{C(u^0, p^0)}{p^0 x^0}, \quad (4.48)$$

$$A_i(u^0, x^0, p^0) = \frac{C(u^0, p^0)}{p^0 x^0 / D_i(u^0, x^0)}, \quad (4.49)$$
$$O(u^0, x^0, p^0) = A_i(u^0, x^0, p^0) \times K(u^0, x^0). \quad (4.50)$$

Helt tilsvarende kan der under antagelse af omsætningsmaksimerende adfærd udvikles et mål for allokativ efficiens i outputrummet. Se f.eks. Färe (1988b), Färe, Grosskopf og Lovell (1985, 1994) eller Färe og Primont (1995) for yderligere detaljer.

Allokative efficiensmål er ikke særligt udbredte i empiriske analyser, men de anvendes af blandt andre Banker og Maindiratta (1988), Bell og Morey



(1994b), Ferrier og Lovell (1990), Fukuyama (1993) samt Morey, Fine og Loree (1990). Hovedproblemet ved beregning af allokativ effektivitetsmål er, at der ikke gælder konstante priser (jf. Thompson, Dharmapala, Humphrey og Thrall 1991). Når det ikke er tilfældet, er referenceenheden ganske vist teknisk mulig, men dens prisvektor er ukendt i praksis, hvorfor de allokativ mål ikke umiddelbart er fortolkelige. Hvis antagelsen af identiske priser dog holder for en del af netputvektoren, er det, som demonstreret af Althin (1993) i en analyse af svenske apoteker, muligt at anvende subvektoreffektivitetsmål (jf. afsnit 4.8) til at evaluere effektiviteten i forhold til den subvektor, som prisantagelsen holder for.

4.6 Ikke-radiære efficiensmål

I de foregående afsnit er der set på både allokativ efficiens og radiær teknisk efficiens. Det er imidlertid ikke givet, at vi skal vurdere enhedernes tekniske efficiens radiært. Både Debreu (1951) og Farrell (1957) definerede teknisk efficiens som den radiære reduktion i input (eller radiære ekspansion af output), men ud fra Pareto-optimalitetsbetragtninger er Tjalling C. Koopmans' efficiensdefinition:

A possible point... is called efficient whenever an increase in one of its coordinates (the net output of one good) can be increased only

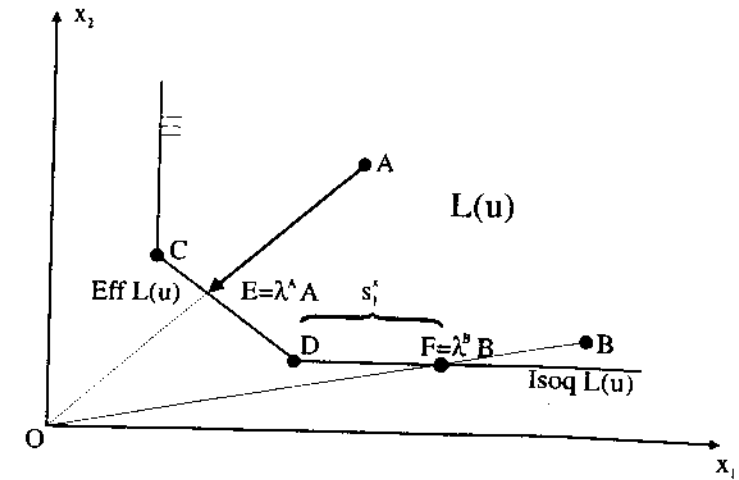
at the cost of a decrease in some other coordinage (the net output of some other good).
Koopmans (1951, side 60)

mere attraktiv¹⁰. Den centrale egenskab ved Koopmans-efficiens er, at en teknisk inefficiet virksomhed simultant er placeret på $\text{Eff } P(x)$ og $\text{Eff } L(u)$, hvilket svarer til at virksomheden er placeret på Eff GR (jf. Ferrier, Kerstens og Vanden Eeckaut 1994, note 6), jf. side 41. Koopmans-efficiens indebærer altså, at virksomheden ikke kan producere det samme output, med mindre mindst ét input øges, samt at virksomheden ikke kan reducere noget input, uden at mindst ét output formindskes. I modsætning hertil kræver Farrells efficiensmål kun, at virksomheden er placeret på den ene isokvant ($\text{Isoq } P(x)$ eller $\text{Isoq } L(u)$). Derfor kan Farrell-efficiens opfattes som en nødvendig, men ikke tilstrækkelig betingelse for Koopmans-efficiens (jf. Lovell 1993, side 13).

I figur 4.5 vises forskellen på de to efficienskarakteristika. Antag, at A, B, C og D observeres. Den empirisk bestemte teknologi er $L(u)$, teknologiens input-isokvant, $\text{Isoq } L(u)$, er CD samt den lodrette og vandrette forlængelse, mens den efficiente mængde, $\text{Eff } L(u)$, kun består af linjestykket CD. Enhederne C og D er efficiente, både efter Pareto-Koopmans kriteriet og efter Farrell-Debreu kriterie, mens A og B er inefficiante efter begge kriterier. Når A evalueres vha. Farrells radiære efficiensmål, sammenlignes A med en kombination af C og D, som er placeret ved $E = (\lambda^A A)$. Denne referenceenhed, som er placeret både på $\text{Eff } L(u)$ og $\text{Isoq } L(u)$ er efficient efter Farrell-Debreus kriterium, men ud fra figuren kan det ikke afgøres, om E er placeret på $\text{Eff } P(x)$, hvilket også er nødvendigt, hvis E skal være efficient efter Pareto-Koopmans kriterium. Den anden Farrell-inefficiente enhed, B, sammenlignes med en referenceenhed, som er placeret ved $F = (\lambda^B B)$. Denne enhed er også Farrell-Debreu efficiens, mens det umiddelbart ses, at enheden ikke er Pareto-Koopmans efficiens fordi $F \notin \text{Eff } L(u)$. Det kan heller ikke ud fra figur 4.5 afgøres, om $F \in \text{Eff } P(x)$, eller om $F \in \text{Isoq } P(x)$.

Farrells (1957) efficiensmål er via relationen til Shephards (1953) afstands-funktioner nært forbundet til den moderne produktionsteori og besidder derfor en række "pæne" egenskaber, som f.eks. homogenitet og monotonitet (Färe 1988, p. 31, 37-38), samt enhedsinvarians (Rhodes 1978; Charnes og Cooper 1985, teorem 1). Men Farrells efficiensmål opfylder som tidligere nævnt, ikke Koopmans kriterium for teknisk efficiens, hvilket har givet anledning til stor diskussion

¹⁰Koopmans' (1951) efficienskriterium, som Charnes og Cooper (1961) betegner Pareto-Koopmans optimalitet, gav inspiration til Charnes, Cooper og Rhodes' (1978) DEA procedure.



Figur 4.5
 Sammenligning af Debreau-Farrell efficiens og Pareto-Koopmans efficiens på inputsiden

omkring det teoretiske problem og til fremkomsten af en række alternative efficiensmål.

I empiriske anvendelser er det et spørgsmål om, hvorledes resultaterne fortolkes, og den praktiske betydning af forskellen mellem de to efficienskriterier er, som nævnt af Lovell (1993, side 13), bestemt af, hvor stor en del af datamaterialet, der ligger uden for keglen, der udspringer af de relevante efficiente delmængder af teknologien. Lovell (1993) anfører desuden, at de fleste økonometriske analyser, hvor produktionsteknologien repræsenteres parametriske (f.eks. Cobb-Douglas), indebærer, at $\text{Isoq } L(u) = \text{Eff } L(u)$, og $\text{Isoq } P(x) = \text{Eff } P(x)$. Ved anvendelse af DEA og andre ikke-parametriske metoder er uoverensstemmelsen mellem efficienskriterier derimod potentielt af betydning.

Den oprindelige operationsanalytiske DEA model (Charnes, Cooper og Rhodes 1978; Ali 1989; Ali og Seiford 1993), som kombinerer Farrell's (1957) efficiensmål og eventuelt slack i et enkelt efficiensmål, jf. afsnit 4.10. Metoden nyder vid udbredelse, men besidder en række andre ulemper (jf. Boyd og Färe 1984; Färe og Hunsaker 1986; Färe, Grosskopf og Lovell 1987a). Charnes, Cooper, Golany, Seiford og Stutz (1985) videreudviklede dog den oprindelige DEA model ved introduktion af et efficiensmål, der eksplicit implementerede Pareto-

Koopmans kriteriet; men dette mål er, som anført af Färe, Grosskopf og Lovell (1987a), ikke enhedsinvariant, og en rangordning af de inefficente enheder er derfor arbitrær¹¹.

En anden indfaldsvinkel har været konstruktionen af forskellige former for ikke-radiære efficiensmål (Färe 1975; Färe og Lovell 1978; Färe, Lovell og Zieschang 1983; Russell 1985; Zieschang 1984), der sikrer, at virksomheden kun evalueres som efficient, hvis dens produktionsplan simultant er placeret på $\text{Eff } L(u)$ og $\text{Eff } P(x)$, men heller ikke disse ideer er uden problemer (Boi 1986, 1988; Russell 1985, 1988, 1990). Se desuden andre ikke-radiære efficiensmål hos Kerstens og Vanden Eeckaut (1993), Thanassoulis og Dyson (1992) samt kommentarer hos Christensen, Frisrup og Leth Hougaard (1991, kapitel 5). I den empiriske litteratur har de ikke-radiære mål imidlertid med enkelte undtagelser (f.eks. Athanassopoulos 1995; Deller og Nelson 1991; Ferrier, Kerstens og Vanden Eeckaut 1994; Holvad og Hougaard 1992) stort set været ignoreret.

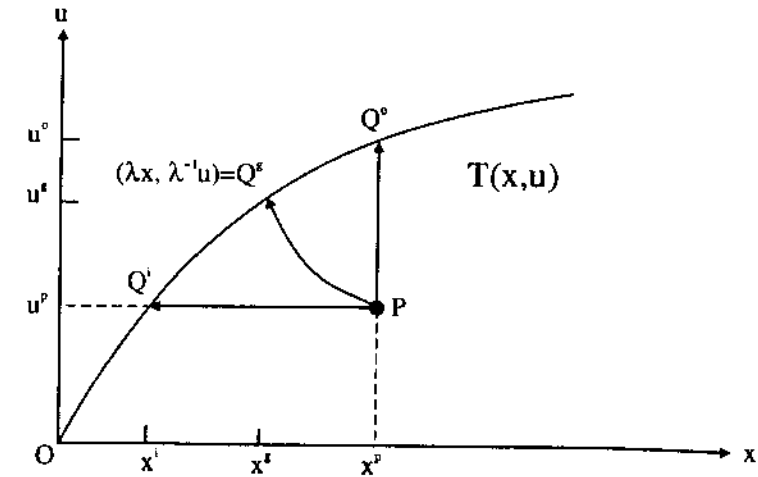
4.7 Grafmål

De mest udbredte efficiensmål er radiære mål i forhold til efficiente delmængder af input- eller outputmængden. Disse mål implicerer enten, at output er eksogent, eller at input er eksogent. I dette afsnit slækker vi på den antagelse og tillader både input og output at variere, således at den evaluerede enhed inden for de teknologiske restriktioner kan tilpasse både inputanvendelsen og produktionen af output. Hermed kan f.eks. modellere profitmaksimering (jf. afsnit 3.7) opfattes som adfærdsantagelse.

Når både input og output varierer, modelleres teknologien ved grafen, GR (jf. Färe, Grosskopf og Lovell 1985, side 107). I forhold hertil kan der defineres en række såkaldt hyperbolske mål. Disse mål tillader variation med samme faktor af både input og output, således at inputvektoren reduceres proportionalt, og outputvektoren øges proportionalt. Fælles for disse mål er, at de hverken er radiære kontraktioner eller ekspansioner af observerede data, men derimod en

¹¹Den DEA-model, som Charnes, Cooper, Golany, Seiford og Stutz (1985) foreslog går sædvanligvis under betegnelsen den "additive model" (f.eks. Ali og Seiford 1993). Den senere "udvidede additive model" (Charnes, Cooper, Rousseau og Semple 1987) er enhedsinvariant.

beskrivelse af en hyperbolsk¹² vej til den efficiente teknologi (jf. Färe, Grosskopf og Lovell 1985, kapitel 5; 1994, kapitel 8).



Figur 4.6: Illustration af grafmål sammenlignet med radiære efficiensmål

Figur 4.6 illustrerer for $M=N=1$ Farrell-grafmålet¹³, som defineres af Färe, Grosskopf og Lovell (1985 kapitel 5). Den efficiente produktionsrand er grafen, GR. Den sædvanlige outputorienterede Farrell efficiens for observationen P, der opererer ved (x, u) , måles med Q^o som reference, mens den inputorienterede Farrell efficiens måles i forhold til punktet Q^i . Til forskel herfra måler Färe, Grosskopf og Lovell (1985) den tekniske Farrell graf-efficiens i forhold til punktet Q^o .

Introduktionen af grafmålene skete oprindeligt inden for en teoretisk ramme (Färe, Grosskopf og Lovell 1985), og empirisk har målene siden haft ret lille udbredelse. Undtagelser omfatter Borger, Kerstens, Moesen og Vanneste (1994a, 1994b), der i en analyse af belgiske kommuners præstationer sammenligner grafmål med radiære Farrell-mål. Det centrale aspekt, at inputmængder/omkostninger og outputmængder/indtjening behandles asymmetrisk, kan imidlertid generaliseres og give anledning til en række specialtilfælde, hvor

¹²Vejen til randen beskrives som hyperbolsk med reference til $M=N=1$ tilfældet vist i figur 4.6, hvor skaleringsvejen er en hyperbel, jf. Färe, Grosskopf og Lovell (1985 side 109)

¹³Farrell (1957) definerede et input- og et outputorienteret mål for teknisk efficiens, men ikke noget grafmål. Men da grafmålet er en naturlig generalisering af Farrells mål, tilskriver Färe, Grosskopf og Lovell (1985) også dette til Farrell.

en eller anden form for asymmetri kan modelleres. For eksempel, hvor nogle output er uønskede, og man derfor ønsker at reducere disse, samtidig med at de "almindelige" output øges. Se også Adolphson, Cornia og Walters (1991).

Farrells tekniske graf-efficiens for enheden (u^k, x^k) defineres som

$$F_g(u^k, x^k) := \min\{\lambda \geq 0 : (\lambda x^k, \lambda^{-1} u^k) \in T(x, u)\}. \quad (4.51)$$

I aktivitetsanalysemodellen bestemmes $F_g(u^k, x^k)$ ved løsning af:

$$F_g(u^0, x^0) = \min \lambda \quad (4.52)$$

$$\text{u.b.b. } zM \geq \lambda^{-1} u^0 \quad (4.53)$$

$$zN \leq \lambda x^0 \quad (4.54)$$

$$z \in R_+^K \quad (4.55)$$

$$\lambda \in R_+, \quad (4.56)$$

som ganske vist ikke er et lineært program, men som kan transformeres til et ækvivalent lineært program (Färe, Grosskopf og Lovell 1985, side 129):

$$[F_g(u^0, x^0)]^2 = \min \mu \quad (4.57)$$

$$\text{u.b.b. } \tilde{z}M \geq u^0 \quad (4.58)$$

$$\tilde{z}N \leq \mu x^0 \quad (4.59)$$

$$\tilde{z} \in R_+^K \quad (4.60)$$

$$\lambda \in R_+. \quad (4.61)$$

hvor $\mu = \lambda^2$, $\tilde{z} = \lambda z$ og graf-efficiensen findes som $\sqrt{\mu}$. Løsningen for $[F_g(u^0, x^0)]^2$ er numerisk og analytisk (jf. Färe, Grosskopf og Lovell 1994, kapitel 8) identisk med $K_i(u^0, x^0)$. Da $K_o(x^0, u^0) = [K_i(u^0, x^0)]^{-1}$, ses det umiddelbart, at $[F_g(u^0, x^0)]^2$ også kunne beregnes på baggrund af det lineære program¹⁴ for bestemmelse af $K_o(x^0, u^0)$.

Det følger umiddelbart af definitionen på grafmålet, at der også kan beregnes grafmål på baggrund af de andre teknologispecifikationer inden for aktivitetsanalysemodellen i afsnit (3.9), se Färe, Grosskopf og Lovell (1994) for detaljer.

¹⁴Färe, Grosskopf og Lovell (1994, side 200) bemærker at "in practice [Farrell Graph measures] of technical efficiency may be calculated directly from [CRS] input or output technical efficiency measures" (se også Färe, Grosskopf og Lovell 1985). Den optimale løsning ved de to beregningsmetoder er imidlertid kun identiske, hvad angår $[F_g(u^0, x^0)]^2$, hvorimod $\{z_k\}$ generelt er forskellig i den input- og den outputorienterede model.

Desuden kan der defineres en familie af såkaldt "generaliserede" Farrell grafmål (jf. Borger, Kerstens, Moesen og Vanneste 1994b), der tillader den proportionale reduktion i input at afvige fra den proportionale udvidelse af output. Vi definerer det generaliserede Farrell tekniske grafmål som:

$$F_g^G(u^k, x^k) := \min\left\{\frac{\lambda + \mu}{2} \mid \lambda \geq 0, \mu \geq 0, (\lambda x^k, \mu^{-1} u^k) \in T(x, u)\right\}. \quad (4.62)$$

Hvad angår sammenhængen mellem de forskellige Farrell-inspirerede efficiensmål, så er det allerede nævnt, at $F_i(u^k, x^k) = F_o(u^k, x^k)$, hvis teknologien tilfredsstiller CRS. Heruover er $F_g(u^k, x^k) \geq \max[F_o(u^k, x^k), F_i(u^k, x^k)]$, og $F_g(u^k, x^k) = 1$, hvis og kun hvis $F_o(u^k, x^k) = 1$, eller $F_i(u^k, x^k) = 1$. For $M=N=1$, er $F_g(u^k, x^k) = F_g^G(u^k, x^k)$, og for $\mu \neq \lambda$, er $F_g^G(u^k, x^k) < F_g(u^k, x^k) = 1$. Se i øvrigt Färe, Grosskopf og Lovell (1985, kapitel 6).

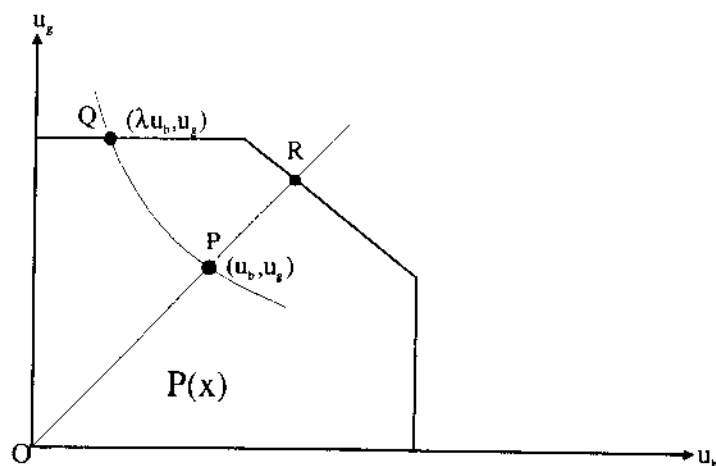
De mest interessante perspektiver for anvendelse af grafmål åbner sig, når modellen generaliseres til at beskrive situationer, hvor nogle input og output behandles asymmetrisk. For eksempel foreslår Färe, Grosskopf og Lovell (1994, side 218), at der, når nogle output er uønskede, defineres et grafmål på følgende måde:

$$\hat{F}_g(u^k, x^k) := \min\{\lambda \geq 0 : (\lambda x^k, \lambda^{-1} u_g^k, \lambda u_b^k) \in T(x, u)\}. \quad (4.63)$$

Outputmatricen er partitioneret i ønskede output (goods) og uønskede output (bads), så $M = (M_g, M_b)$, og outputvektoren er tilsvarende partitioneret som $u = (u_g, u_b)$. $\hat{F}_g(u^k, x^k)$ er for $M_g = M_b = 1$ illustreret i figur 4.7 (jf. Färe, Grosskopf og Lovell 1994). Graf-efficiensen for enheden, der producerer ved $P = (x^P, u_g^P, u_b^P)$, når u_b er uønsket og u_g er ønsket, beregnes ved reduktion af x og u_b og ekspansion af u_g til $Q = (\lambda x^P, u_g^P / \lambda, u_b^P)$. Hvis begge output havde været almindelig output ville sammenligningspunktet derimod have været R .

Hvis der opereres med et skalart præstationsmål, bør frembringelsen af ønskede og uønskede 'produkter' behandles symmetrisk, så frembringelsen af ønskede produkter vurderes positivt, og frembringelsen af uønskede vurderes negativt. Men selvom det kan synes logisk at behandle ønskede og uønskede resultater symmetrisk, er det faktisk de færreste produktionsanalyser, der gør det, og i sin mest ekstreme form ser man ofte, at uønskede konsekvenser ignoreres ved evalueringen¹⁵.

¹⁵Blandt artikler, der erkender nødvendigheden af samtidig at evaluere frembringelsen af ønskede og uønskede resultater, er Pittmans (1983) multilaterale analyse af forureningskontrol og de senere



Figur 4.7

Sammenligning af grafmål med og uden specifikation af uønskede output

Tilsvarende kunne der også defineres mål under alternative skala- og disposabilitetsantagelser, og inputmatricen kunne også partitioneres. Endelig kunne der modelleres en situation, hvor de uønskede output blev underlagt en form for regulering. Typisk vil sådanne reguleringer være konstruerede med henblik på at reducere virksomhedernes mulighed for omkostningsfrit at skaffe sig af med de uønskede output. Denne form for reguleringer kan, som vist af Färe, Grosskopf og Lovell (1994, kapitel 8), modelleres som afvigelser fra stærk disposabilitet af de uønskede output. Oprindeligt blev analysen af en produktionsproces med uønskede output introduceret af Färe, Grosskopf, Lovell og Pasurka (1989). Se også en relateret anvendelse i Färe, Grosskopf, Lovell og Yaisawarng (1993).

4.8 Subvektorefficiens og eksogene faktorer

I kapitel 1 blev det foreslået, at produktivitetsforskelle kunne tilskrives variation i variabler uden for beslutningstagernes kontrol. Det kan mest oplagt dreje sig om, at visse input enten er faste eller ukontrollable, for eksempel fordi deres størrelse på kort sigt allerede er fastlagt, eller det kan også være output, der af en eller anden grund er eksogent fastlagt. Det kan imidlertid også dreje sig om "omgivelsesvariabler", der hverken er kontrollable eller indgår i produktionsprocessen, men som alligevel påvirker resultatet, som f.eks. nedbør. Skellet mellem eksogent fastlagte input og output, kategoriske variabler og omgivelsesvariabler er ikke altid helt klart. Dog kan der generelt skelnes mellem to metoder til at inkorporere disse forhold i analysen.

For det første kan man anvende såkaldt *subvektormodeller*, der inkorporerer de ukontrollerede variabler direkte i modellen og korrigerer for de relevante variabilitetsrestriktioner, og for det andet kan man anvende en *tofase procedure*, hvor der beregnes traditionelle efficiensmål i første fase, mens efficiensresultaterne i anden fase regresseres mod forskellige forklarende variabler.

4.8.1 Subvektormodellen: faste faktorer

De efficiensmål, der har været behandlet tidligere i dette kapitel, har som udgangspunkt været defineret med hensyn til alle input, d.v.s. de inputorienterede modeller, eller med hensyn til alle output, d.v.s. de outputorienterede modeller. På kort sigt kan man imidlertid forestille sig, at nogle elementer af netputvektoren er eksogene eller 'ukontrollerede' i den forstand, at deres størrelse ikke kan påvirkes eller ændres på kort sigt.

Denne situation vil blive eksemplificeret ved en partitionering af netputvektoren, $y \in R^v$, der beskriver de teknologisk mulige produktionsplaner $T \subseteq R^v$ (jf. afsnit 3.2). Det antages her, at $w = (w_1, \dots, w_j, \dots, w_s) \in R_+^s$ er et input, der på kort sigt ikke kan anvendes i mindre mængde end w^k , mens $x = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) \in R_+^n$ fortsat er produktionsfaktorer, og $u = (u_1, \dots, u_j, \dots, u_m) \in R_+^m$ er "almindelige" ønskede output. På denne måde kan produktionsmulighedsmængden, T^S (S =subvektor), defineres som:

$$T^S(x, u, w) = \{(x, u, w) \in R_+^{n+m+s} | (x, u, w) \text{ er en mulig produktionsplan}\}, \quad (4.64)$$

hvortil svarer:

$$L^S(u) = \{(x, w) \in R_+^{n+s} | (x, u, w) \in T^S(x, u, w)\}. \quad (4.65)$$

På baggrund af $L^S(u)$ kan der (jf. Färe, Grosskopf og Lovell 1994, afsnit 10.1; Kopp 1981; Färe, Lovell og Zieschang 1983) defineres et subvektorefficiensmål:

$$\hat{F}_S(u^k, x^k, w^k) := \min\{\lambda \geq 0 : (\lambda x^k, w^k) \in L(u)\}. \quad (4.66)$$

Helt tilsvarende kunne en del af produktionsprocessens output eller en kombination af input og output være opfattet som faste, uden at det havde ændret de grundlæggende principper. Subvektorefficiensmålet kan uden problemer defineres i relation til en generel teknologi (jf. kapitel 3), herunder de sædvanlige teknologier, der kan beskrives inden for aktivitetsanalysemodellen (jf. afsnit 3.9). Desuden kan der defineres outputorienterede subvektormål, subvektoromkostningsfunktioner, subvektorindtjeningsfunktioner, subvektormål i forhold til de indirekte teknologier m.v. (jf. Färe, Grosskopf og Lovell 1994, afsnit 10.1; Althin 1993).

Subvektormodellen, som oprindeligt blev foreslået af Kopp (1981) samt Färe, Lovell og Zieschang (1983), er generaliseret af Färe, Grosskopf og Lovell (1994) samt Adolphson, Cornia og Walters (1990). Desuden har Banker og Morey (1986a, 1986b; se også Charnes og Cooper 1985) samt Kamakura (1988) foreslået varianter af den viste subvektormodel. Endelig har subvektormodellen været empirisk anvendt af blandt andre Althin (1993), Deprins (1989), DeFourny, Lovell og N'Gbo (1992) samt Deprins og Simar (1989a,b).

4.8.2 Eksogene forklarende faktorer: tofasemodellen

Den anden situation, hvor en del af elementerne i netpuvektoren er uden for ledelsens kontrol, er, når forklarende variabler påvirker efficiensen, hvormed input via produktionsprocessen transformeres til output. Disse forklarende faktorer er på den ene side ikke faste, som ovenfor, men ledelsen har heller ingen indflydelse på deres værdi (jf. Lovell 1993, afsnit 1.8).

Sædvanligvis vil de eksogene faktorer ikke indgå i specifikationen af produktionsteknologien og hermed heller ikke i efficiensmålingen, fordi de ligger uden for ledelsens kontrol. Derimod vil det være hensigtsmæssigt, hvis de ukontrollerede faktorer indgår i en efterfølgende regression, der søger at forklare en del af variationen i efficiens.

Empirisk har denne metode været anvendt inden for den finansielle sektor af Fried, Lovell og Vanden Eeckaut (1993), Cebenoyan, Cooperman og Register (1993) samt Gardner og Grace (1993). Tilsvarende analyser på andre områder

er blandt andre foretaget af Ali og Flinn (1989), Borger, Kerstens, Moesen og Vanneste (1994a,b), Byrnes, Färe, Grosskopf og Lovell (1988), Callen og Falk (1993), Fizel og Nunnikhoven (1993), Lovell, Walters og Wood (1995), Sexton *et al* (1989a), Sexton, Sleeper og Taggart (1994); (jf. Lovell 1993).

4.9 Subteknologimål

De to metoder beskrevet ovenfor tager begge sigte mod at håndtere manglende kontrollerbarhed af en del af netputvektoren. En tredje mulighed er, at de analyserede enheder opererer inden for produktionsmulighedsområder, der ikke er identiske, således som det er foreslået i afsnit 1.4. Det kan for eksempel skyldes, at enhedernes eksistens er tidsmæssigt forskudt, således at forskelle i produktivitet enhederne imellem kan tilskrives ændringer i teknologi og omgivelser over en årrække, eller det kan skyldes, at enhederne er geografisk adskilte, for eksempel pengeinstitutter placeret i forskellige lande. Der kan også være andre årsager til, at virksomhederne anvender subteknologier, som til dels indskrænker deres produktionsmulighedsområde. Det kan for eksempel være forskelle som følge af ejerskab (f.eks. banker, sparekasser eller andelskasser), juridisk organisationsform (f.eks. enhedsbanker eller banker med filialnetværk) eller hovedaktivitet (f.eks. bank, forsikringsselskab, vekselerer og lignende), eller fordi enhederne som følge af lovgivning opererer under forskellige restriktioner. Forskelle i produktivitet som følge af, at enhederne opererer inden for forskellige subteknologier, går i DEA-litteraturen også under betegnelsen "program-efficiens" (jf. Charnes, Cooper og Rhodes 1981).

Inden for rammerne af DEA er forskellige i subteknologier analyseret af blandt andre Aly *et al* (1990), Elyasiana og Mehdiian (1992), Färe, Grosskopf og Logan (1985), Grabowski og Pasurka (1987), Grabowski, Rangan og Rezvanian (1993), Grosskopf og Valdamis (1987), Magnussen (1992b) samt Whittaker (1994). Bestemmelsen af efficiensforskelle mellem subgrupper vendes der tilbage til i kapitel 9.

4.10 Aktivitetsanalysemodellen og DEA

Aktivitetsanalysemodellen er fra et teoretisk perspektiv, som anført af blandt andre Färe, Grosskopf og Lovell (1994, side 5), særdeles velegnet til konstruktion

af randfunktioner og til måling af enkelt-observationers afstand hertil. Fra et praktisk synspunkt er modellen desuden velegnet, fordi man undgår at påtvinge de økonomiske sammenhænge unødvendig (og ubegrundet) struktur i form af bestemte funktionelle relationer.

Imidlertid må det erindres, at den underliggende teori og argumenterne for anvendelse af randbetragtninger hverken er knyttet til anvendelsen af lineær programmering eller til aktivitetsanalysemodellen. Men LP-formuleringen sikrer en klar og præcis formulering af produktionsøkonomien, samtidig med at det er beregningsmæssigt muligt både at fastlægge randen og observationernes afstand hertil (jf. Färe, Grosskopf og Lovell 1994, side 7). Ved anvendelse af LP er det simpelt at modellere teknologirestriktioner eller utraditionelle adfærdskriterier, og den optimale LP-løsning giver umiddelbart adgang til information om slackvariabler og skyggepriser samt økonomiske karakteristika som transformations- og substitutionsforhold eller stordrifts- og synergiaspekter.

LP-formuleringen implicerer en stykvis lineær rand - d.v.s. en rand bestående af facetter. Teknologien, der konstrueres ved LP, tilfredsstiller de generelle aksiomer i dette kapitel, men randfunktionen er ikke differentiable overalt. Til gengæld konvergerer den stykvis lineære rand mod en pæn neoklassisk produktionsfunktion, når antallet af aktiviteter øges.

Den neoklassiske parametriske produktionsfunktion, som blev anvendt af Hicks (1946), Samuelson (1947) og andre (jf. Färe, Grosskopf og Lovell 1994), har domineret den økonomiske litteratur hånd i hånd med "Mindste kvadraters Metode", mens økonomer har været mere tilbageholdende med anvendelse af LP-baserede teknikker. Det skyldes formodentligt, at LP-randen er ikke-stokastisk, således at den eneste afvigelse fra randen henføres til manglende opfyldelse af målkriteriet. Derfor kan datafejl og måleusikkerhed ikke adskilles fra inefficiens, og resultaterne er potentielt følsomme for tilsyneladende efficiente afvigende observationer. Empiriske erfaringer (f.eks. Bukh, Berg og Førsund 1995) peger dog på, at resultaterne er endog særdeles robuste over for fejl i datagrundlaget.

DEA omfatter en række alternative, men relaterede modeller, der baseres på aktivitetsanalysemodellen. Modellerne bestemmer en *indhyldningsflade* ("envelopment surface"), der sædvanligvis refereres til som den *empiriske produktionsfunktion* eller den *efficiente rand* (f.eks. Ali og Seiford 1993, side 121). I denne afhandling er det valgt at betegne alle disse modeller for DEA, men ofte

er DEA mere snævert associeret med Charnes, Cooper og Rhodes (1978, 1981) udgave af DEA-modellen¹⁶.

DEA er ligesom alle andre randmetoder følsom over for afvigende observationer, og der er ikke tvivl om, at der i de kommende år vil ske en forbedring af metoderne på dette punkt (jf. Charnes og Cooper 1990; Färe, Grosskopf og Lovell 1994; Lovell 1993). I øjeblikket går udviklingen i retning af anvendelse af resampling teknikker (Boland 1990; N'Gbo 1991; Simar 1992; Hall, Härdle og Simar 1995; Ferrier, Grosskopf, Hayes og Yaisawarng 1993), semiparametriske metoder (Härdle 1990; Pinkse 1990), stokastisk målprogrammering (Banker 1989; Banker, Datar og Kemerer 1991; Vassdal 1988; Retzlaff-Roberts og Morey 1993), 'chance constrained programming' (Desai og Schinnar 1987; Land, Lovell og Thore 1988; Olesen og Thore 1990; Petersen og Olesen 1989) samt såkaldt tykke randfunktioner, der har vundet en vis udbredelse i analyser af pengeinstitusktorer (Bauer, Berger and Humphrey 1993; Bauer and Hancock 1993; Berger 1993; Berger and Humphrey 1991, 1992a, 1992b; Evanoff and Israilevich 1990; Shaffer 1993; Yuengert 1993).

... any behavior at all may be rationalized as profit maximization if enough subjective or objective constraints are imposed to make the observed behavior the only 'feasible' behavior.

—SIDNEY WINTER (1964)

¹⁶Charnes, Cooper og Rhodes' (1978) udgave af DEA er orienteret mod den operationsanalytiske litteratur, men er grundlæggende identisk med anvendelse af de efficiensmål, der er introduceret i dette kapitel inden for aktivitetsanalysemodellen. Blandt de væsentligste videreudviklinger og bidrag inden for Charnes, Cooper og Rhodes' (1978) udgave af DEA findes Banker (1980), Banker, Charnes og Cooper (1984), Banker, Charnes, Cooper, Swarts og Thomas (1989), Banker og Maindiratta (1986), Banker og Morey (1986a, 1986b), Banker og Thrall (1992), Bessent, Bessent, Charnes, Cooper og Thorgod (1983), Charnes og Cooper (1985), Charnes, Cooper, Golany, Seiford og Stutz (1985), Charnes, Cooper og Rhodes (1978, 1981), Charnes, Cooper, Seiford og Stutz (1982, 1983), Charnes, Cooper og Thrall (1986, 1991), Charnes, Cooper, Wei og Huang (1989) samt Seiford og Thrall (1990). Se desuden kritik af Charnes, Cooper og Rhodes' (1978) DEA-udgave hos Boyd og Färe (1984), Färe (1985) Färe og Hunsaker (1986) samt Zieschang (1984).

Kapitel 5

Beregning af efficiens

*To err is human but to really foul
things up requires a computer*
—FARMER'S ALMANAC (1978)

Aktivitetsanalysemodellen er grundlæggende set nært forbundet med lineær programmering (LP) og det er derfor nærliggende, at DEA-beregningerne skal foretages ved hjælp af LP. De første skridt til formulering af efficiensmålene på baggrund af LP blev allerede taget af Farrell (1957), men hverken han eller Farrell og Fieldhouse (1962) udførte beregningerne ved hjælp af LP. Farrell og Fieldhouse (1962) viste dog som Färe, Grosskopf og Lovell (1994) anfører, at LP kunne anvendes. Derfor var Boles (1966) den første der konstruerede et LP-program til bestemmelse af en teknisk efficient enheds-isokvant for et enkelt output og under antagelse af CRS. Boles's teknik blev umiddelbart herefter anvendt empirisk af en række forfattere (Sitorus 1966; Seitz 1966, 1968, 1970, 1971; Carlson 1972; Dugger 1974), jf. Färe, Grosskopf og Lovell (1994), men det var først med Charnes, Cooper og Rhodes (1978) og Banker, Charnes og Cooper (1984) at den LP-formulerede DEA-model fik sit gennembrud i OR/MS litteraturen.

Empiriske anvendelser af DEA og tilsvarende ikke-parametriske metoder kræver i praksis anvendelse af lineær programmering, og beregningernes effektivitet og pålidelighed er afhængige af, hvorledes optimeringen afvikles. Empiriske analyser af efficiens ved anvendelse af DEA baseres som regel enten på et færdigudviklet specialprogram eller på en fleksibel implementering i et modelsprog som for eksempel GAMS eller LINDO, hvorimod det i praksis er sjældent, at der

foretages en implementering af beregningerne i et 3. generationssprog som Fortran, C eller Pascal. Valget af beregningsværktøj implicerer et trade-off mellem aspekter som muligheder, begrænsninger, brugervenlighed mv., som kan have væsentlige konsekvenser for analysen gennemførelse og resultater. Men det er kun i de færreste empiriske analyser, at der foretages en vurdering af de tekniske rammer for evalueringen og de konsekvenser, som det måtte have.

I dette kapitel skal der i afsnit 5.1 først redegøres for beregningernes omfang. Dernæst vil anvendelsen af algebraiske modelsprog blive diskuteret i afsnit 5.2 i lyset af deres anvendelighed til DEA-beregninger. Der eksisterer forskellige specialprogrammer til DEA-beregninger. Disse programmer samt deres muligheder og begrænsninger vil blive berørt i afsnit 5.4. I afsnit 5.3 vil forskellige aspekter af DEA-problemets struktur blive diskuteret med henblik på eventuelt at kunne tage hensyn hertil i de aktuelle beregninger. Beregningerne i afhandlingens empiriske del er udført ved hjælp af det algebraiske modelsprog GAMS. Dette program er kort beskrevet i afsnit 5.5.

5.1 Beregningernes omfang

En DEA-model udgøres af den givne specifikation af input og output, populationen af enheder som potentielt kan indgå i konstruktion af randen samt de aktuelle teknologiske antagelser - d.v.s. skalafkast, disposabilitet, tekniske restriktioner, monetære restriktioner etc. Grundlæggende er DEA-metoden *beregningsmæssigt intensiv*, da hver model kræver løsning af ét LP-problem for hver enhed, der evalueres¹. I den basale DEA-model, der blev præsenteret i kapitel 4, udregnes en efficiensscore for enheden, der producerer ved planen (x_0, u_0) , ved at løse LP-problemet:

$$\zeta = \min \lambda \quad (5.1)$$

$$\text{Under bibetingelserne} \quad (5.2)$$

$$zM \geq u^0 \quad (5.3)$$

$$zN \leq \lambda x^0 \quad (5.4)$$

$$z \in \mathbb{R}_+^k \quad (5.5)$$

$$\lambda \in \mathbb{R}_+, \quad (5.6)$$

¹De nærmere detaljer vedrørende lineær programmering falder uden for denne afhandlings emne. Se for eksempel Minoux (1986) for en god introduktion til lineær programmering, eller Sydsøter og Øksendal (1988), der beskriver de grundlæggende begreber og deres økonomiske betydning.

hvortil der under antagelse af NIRS tilføjes restriktionen $\sum_{i=1}^K z_i \leq 1$, under antagelse af NDRS $\sum_{i=1}^K z_i \geq 1$ og under antagelse af VRS $\sum_{i=1}^K z_i = 1$. I CRS tilfældet tilføjes ingen yderligere restriktioner. Herudover kan for eksempel yderligere tekniske eller monetære restriktioner indgå i modellen, således som det er beskrevet i kapitel 4.

Antallet af restriktioner i hvert LP-problem er i al væsentlighed bestemt af summen af input og output, dvs. $N + M$, i den specifikke model, mens antallet af variabler svarer til antallet af analyserede enheder plus én, altså $K+1$. LP-problemerne involverer desuden datamatricer, der oftest har en 100 procent tæthed. I de empiriske analyser, der ligger til grund for denne afhandling, er der opereret med datasæt bestående af op til 1000 enheder i det fælles-nordisk datasæt, og der har været specificeret op til 10 input/output, hvorved matricerne har indeholdt omkring 10.000 elementer forskellig fra nul. Da der desuden er store niveauforskelle inden for matricerne, er numerisk stabilitet og præcision² uhyre vigtige for beregningerne (jf. Ali 1989, 1990b, 1993, 1994). En del forfattere (f.eks. Charnes, Cooper og Thrall 1986; Sueyoshi 1990) har på grund af beregningernes specielle krav argumenteret for udviklingen af specielle DEA algoritmer, men der er principielt ikke noget, der hindrer, at beregningerne implementeres i et algebraisk modelsprog, eller at eksisterende FORTRAN optimeringsrutiner tilpasses, som det for eksempel er gjort af Green og Davis (1988).

5.2 Anvendelse af modelsprog

Løsning af store matematiske programmer indebærer i praksis mere end blot minimering eller maksimering af en kriteriefunktion under bibetingelser. Først må den underliggende model formuleres og de nødvendige datastrukturer genereres. I 1950'erne og 1960'erne skete der store fremskridt i udviklingen af algoritmer og edb-programmer til løsning af lineære programmer, men den industrielle anvendelse heraf var op i 1970'erne stadig meget mindre end forventet af mange. I de tidlige faser af den matematiske programmerings historie blev der lagt et stort arbejde i at transformere modelbyggerens algoritmiske opfattelse af

²Tone (1993) foreslår på baggrund af konkrete erfaringer, at det i det mindste er nødvendigt at anvende dobbeltpræcisionsaritmetik og at typiske simplex-tolerancer vil være 10^{-5} for reducerede omkostninger, 10^{-8} for valg af pivoteringselementer og 10^{-10} som nul-kriterie. Men disse erfaringer er ikke nødvendigvis overførbare til datasæt, der besidder andre fordelingsmæssige karakteristika.

problemet til en form, hvorunder den faktiske løsning af problemet kunne finde sted på en edb-maskine. Men der var ingen umiddelbar forbindelse mellem den algoritmiske problembeskrivelse og slutbrugerens problemopfattelse.

Ved løsning af LP-problemer er det især håndteringen af koefficientmatrisen tilknyttet bibetingelserne, der er afgørende, og der udvikledes da også hurtigt adskillige programmer – såkaldte matrixgeneratorer (se Ellison og Mitra 1982, UNICOM Consultatants 1974 samt referencerne i disse publikationer) til håndtering af data. Selv med anvendelsen af matrixgeneratorer var der dog lang vej fra den økonomiske forståelse af problemet over algoritme til beregning. Det viste sig også yderst vanskeligt at finde og eliminere fejl da programmerne oftest kun kunne forstås og betjenes af de eksperter, der konstruerede dem. Desuden var det hyppigt andre personer end de økonomer, operationsanalytikere og andre, der havde den faktiske indsigt i det konkrete problem, som anvendte modellernes resultater.

For at gøre det nemmere og sikrere at ændre især store og komplekse modeller anvendes nu oftest *modelsprog*³. Et modelsprog er ikke et programmeringssprog, men derimod "a declarative language that expresses the modeler's form of a linear program in a notation that a computer system can interpret" (Fourer 1983, side 144). Nogle af de mest kendte eksempler på modelsprog til matematisk programmering er GAMS (Brooke, Kendrick and Meeraus 1988), MGG (Simons 1987), AMPL (Fourer, Gay og Kernighan 1987; 1990) og LINGO (Schrage og Cunningham 1988). De nævnte modelsprog giver alle mulighed for symbolsk indeksering, hvilket er væsentligt for den praktiske anvendelse af sproget. Symbolsk indeksering indebærer, at de enkelte restriktioner *ikke* skal skrives fuldt ud, og at de numeriske parametre *ikke* skal angives direkte i restriktionerne, således som det ellers kendes fra f.eks. programpakken LINDO (Schrage 1989), der er vidt udbredt til undervisningsbrug.

Der findes desuden flere regnearks-baserede softwaresystemer, for eksempel Excel, Quatro Pro og Lotus 1-2-3 (Salzman 1994), der omfatter optimeringsfunktioner/-moduler, der kan anvendes til DEA-beregninger. Ved at anvende disse systemer lettes håndteringen af både data til modeller og resultater herfra, men det er mere tvivlsomt, om optimeringen kan afvikles tilfredsstillende. Optimeringsmoduler i mere omfattende softwaresystemer som for eksempel SAS/OR giver også mulighed for håndtering af data, og der er

³Se også om anvendelsen af modelsprog i temanummeret "Feature issue on Software Tools for Mathematical Programming" *European Journal of Operations Research* volume 72, nummer 2, 1994.

desuden mulighed for en meget omfattende statistisk behandling af data. SAS har da også i praksis fundet en vis anvendelse ved DEA-beregninger.

I et appendiks til afhandlingen vises et eksempel på, hvorledes DEA-beregninger kan formuleres i det algebraiske modelsprog GAMS (Brooke, Kendrick and Meeraus 1988), som har været anvendt til alle beregninger. GAMS er et veludbygget algebraisk modelsystem, hvori det er muligt på en særdeles fleksibel måde at specificere sammenhænge mellem modeller, således at f.eks. variabler fra én model bliver parametre i en anden. Under arbejdet med GAMS viste programmet sig at være særdeles velegnet til udvikling og implementering af DEA-modeller.

5.3 Problemets specialstruktur

Den første observation af DEA-problemets specialstruktur er, at efficiensberegningerne foretages K gange kun med udskifning af x_0 og u_0 , mens datamatricerne N og M er uændrede. Dernæst bemærkes det, at i alle realistiske beregninger vil antallet af evaluerede enheder, N , være langt større end antallet af input plus antallet af output $N + M$; og dermed vil antallet af søjler ved simplex-løsning være tilsvarende større end antallet af rækker.

Ved anvendelse af modelsprog vindes en høj grad af fleksibilitet i forhold til brug af specialprogrammer, men det sker på bekostning af den større robusthed, akkuratise og effektivitet, som kan opnås ved anvendelse af et program, der kan tage hensyn til og udnytte det konkrete problems specielle struktur. I dette kapitel ses der på nogle af DEA-problemets beregningsmæssige karakteristika med henblik på at vurdere de implementeringsmæssige konsekvenser.

Det lineære program (5.1) – (5.6) går i DEA-litteraturen under betegnelsen et *indhyldningsproblem* ("envelopment problem") (f.eks. Seiford og Thrall 1990; Ali og Seiford 1993), da "the input data from the j^{th} DMU is being covered or 'enveloped' from one side by all inputs and from the other side by all outputs for all the DMU's" (Lewin and Morey 1981, p. 274). Det LP duale problem hertil betegnes *multiplikatorproblemet* ("multiplier problem") med reference til matematisk programmerings dualitetsteori (f.eks. Minoux 1986, teorem 2.3).

Der svarer en multiplikatormodel til enhver indhyldningsmodel (jf. kapitel 4), da der til ethvert LP-problem svarer et dualt problem. De forskellige modeller vil især være karakteriserede ved forskellige antagelser om skalaafkast og input/outputorientering (se f.eks. Seiford og Thrall 1990; Chang og Guh 1991; Ali

og Seiford 1993), men der kan i sagens natur formuleres multiplikatorproblemer svarende til alle tænkelige indhyldningsmodeller. Traditionelt har fortolkningen af de duale problemer været knyttet til de grundliggende DEA-modeller formuleret af Charnes, Cooper og Rhodes (1978) og Banker, Charnes og Cooper (1984) samt de input- og outputorienterede varianter heraf⁴, mens andre klasser af modeller næsten udelukkende diskuteres i indhyldningsformen. Det er for eksempel tilfældet for både grafmodeller (Färe, Grosskopf og Lovell 1985, 1994) og de senere udviklede indirekte modeller (Färe, Grosskopf og Lovell 1988, 1992, 1994; Färe og Grosskopf 1994).

I kapitel 4 er både indhyldnings- og multiplikatorversionen for forskellige modeller vist. Her vises multiplikatorproblemet svarende til den inputorienterede model:

$$\max \gamma = \mu^T u_o + \delta^* \quad (5.7)$$

$$\text{Under bibetingelserne} \quad (5.8)$$

$$\nu^T x_0 = 1 \quad (5.9)$$

$$\delta^* e^T + \mu^T M - \nu^T N \leq 0 \quad (5.10)$$

$$\nu^T \geq 0 \quad (5.11)$$

$$\mu^T \geq 0, \quad (5.12)$$

hvor $\delta^* = 0$ under antagelse af CRS, $\delta^* \geq 0$ under antagelse af NIRS, $\delta^* \leq 0$ under antagelse af NDRS; og δ^* er uden restriktioner under antagelse af VRS. e er en enhedsvektor og toptegnet T angiver transponering.

Den viste multiplikatormodel, (5.7)-(5.12), er identisk med den, der opnås af den inputorienterede brøkmodel ved anvendelse af den såkaldte Charnes-Cooper transformation (Charnes og Cooper 1962). Som følge af dualitetssammenhængen (f.eks. Dantzig 1963) mellem indhyldnings- og multiplikatorproblemet giver de to programmer samme information, og man kan frit vælge, hvilket der løses. Da antallet af banker er langt større end summen af specificerede input og output, kan det forventes, at det ved anvendelse af en primal simplex metode er mest hensigtsmæssigt at løse multiplikatorproblemet, da antallet af mulige basisløsninger hermed er mindst. I praksis har det mindre betydning for beregningernes effektivitet, dvs. den forbrugte computertid, om det er den primale

⁴Dualiteten mellem indhyldningsmodeller og multiplikatormodeller diskuteres og analyseres blandt andre af Ali (1989), Ali og Seiford (1993), Charnes, Cooper og Rhodes (1978), Lewin og Morey (1981) samt Seiford og Thrall (1990).

(indhyldningsproblemet) eller duale model (multiplikatorproblemet), der løses, fordi de anvendte edb-programmer typisk "selv" tager højde herfor. Men for nogle problemer af en vis størrelse⁵ vil det duale problem i praksis være mest numerisk stabilt.

5.3.1 Initialt brugbare løsninger

En af de første tilpasninger til DEA-problemet specialstruktur var specifikationen af en initialt brugbar basisløsning, således som det både blev gjort af Assad (1986) i DEA3 programmet og i de tidligere versioner heraf udviklet på University of Texas at Austin i 1980'erne (Bessent og Kennington 1980).

Ved løsning af indhyldningsproblemerne for enhed j startes optimeringen med den initialt brugbare løsning $\lambda = 1$, $z_j = 1$, med resten af basisvariablene valgt mellem slackvariablene. Denne specialisering var også anvendt i de første special-programmer til DEA-beregninger (Bessent og Kennington 1980; Bessent *et al* 1981).

5.3.2 Skalering: Niveauforskelle mellem variabler

De væsentligste numeriske problemer udspringer af datamatricens beskaffenhed. Som det fremgår af normaliseringsrestriktionen (5.9) i multiplikatorproblemet, er værdierne af de duale variabler i indhyldningsproblemet – dvs 'priserne' i normal fortolkning – omvendt proportionale med input- og outputmålene. I de inputorienterede modeller viser normaliseringsrestriktionen:

$$\sum_{i=1}^m \nu_i x_{it} = 1 \quad (5.13)$$

($\sum_{r=1}^s \mu_r u_{rt} = 1$ for de outputorienterede modeller), i multiplikatorproblemet at multiplikatorerne ν_i , $i = 1, \dots, m$ (μ_r , $r = 1, \dots, s$ for de outputorienterede modeller) er omvendt proportionale med input (output) variablerne, og at multiplikatorerne derfor bliver mindre, jo større input (output) er. Da de reducerede omkostninger beregnes på baggrund af de duale variabler, kan disse blive meget tæt på et givet edbsystems (hard- og software) numeriske tolerance og derved fejlagtigt blive forvekslet med et nul. Herved afsluttes simplex-iterationerne for

⁵Det afhænger af den konkrete modelspecifikation, den anvendte løsningsalgoritme, de algoritmiske styringsparametre og de anvendte data, om der opstår numeriske problemer.

tidligt, og den fundne løsning er ikke korrekt. Der er flere muligheder for at reducere dette problems praktiske betydning. Ali (1994) foreslår, at normaliseringsrestriktionen omformuleres, så højresideværdien på 1 erstattes med for eksempel 100 eller 1000. Det gælder nemlig generelt i et LP-problem, at hvis højresiden skaleres med en positiv skalar λ , så skaleres den optimale løsning med λ , dvs. hvis x^* er optimal i $\{\min cx | Ax = b, x \geq 0\}$, så er λx^* optimal i $\{\min cx | Ax = \lambda b, x \geq 0\}$. Herved skaleres også multiplikatorerne med λ .

Ved at skalere datamatricerne forbedres den numeriske stabilitet, men naturen af den mulige skalering og konsekvenserne heraf afhænger af den specificerede model. Det væsentligste resultat i relation hertil er formuleret i det såkaldte *enhedsinvariansteorem* ("unit invariance theorem"), (Rhodes 1978; Charnes og Cooper 1985, side 63-64, teorem 1), der fastlægger, at den optimale løsning til DEA problemerne er uafhængig af, hvilken enhed de observerede input og output måles i, hvis blot måleenhederne er de samme for hver enhed. Det er imidlertid kun selve efficiensscoren, der er enheds invariant. Både slackvariableerne og projektionspunkterne er afhængige af måleenhederne, og det samme gælder resultater fra tofase-modeller. Der er altså grund til at advare mod ukritisk at skalere variabler.

5.3.3 Skalering: Niveauforskelle indenfor variabler

En anden meget væsentlig årsag til numerisk ustabilitet findes, hvis der er stor størrelsesmæssig spredning imellem de analyserede enheder. Det er helt aktuelt tilfældet i den danske banksektor, hvor den største bank har totale aktiver på langt over 300 milliarder danske kroner, mens de mindste banker i gruppe 3 kun har aktiver på omkring 100 millioner kroner; og størrelsesforskellen bliver endnu mere udtalt, hvis også de mindre sparekasser og andelskasser inddrages i analysen. De danske sparekasser findes helt ned til en størrelse på kun et par millioner i balance – og nogle af andelskasserne er endda mindre.

Mens forskelle i niveau mellem enheder ifølge enhedsinvariansteoremet er uden numerisk betydning, er det langt vanskeligere at undgå numeriske problemer som følge af niveauforskelle inden for de enkelte variabler. Ali (1994) foreslår at udskifte data ved at addere en konstant til ét eller flere input eller output, dvs. en affin afbildning, da dette i følge Ali og Seiford (1990) ikke ændrer den efficiente rands placering for VRS modellen (Banker, Charnes og Cooper 1984) og den tilsvarende additive model (Charnes, Cooper, Golany, Seiford og Stutz

1985). Ved addering af en konstant ændres klassifikationen i efficiente og inefficente enheder ganske vist ikke, men "the inefficiency scores (objective function values) for the inefficient DMUs will be different when the data is translated" (Ali and Seiford 1990, p. 405), og problemet er derfor langt fra løst ved en affin displacement. Det er for eksempel ikke muligt at beregne strukturelle efficiensmål etc., når data er udskiftet på denne måde.

Det vil dog være muligt at konstruere en to-trins metode, hvor der i første trin foretages en inddeling i efficiente og inefficente enheder ved at løse en DEA-model med udskiftede data. I næste trin løses en DEA-model med de originale data, men referenceenheder konstrueres ved udvælgelse blandt de enheder, der i første fase er klassificeret som efficiente. Metoden eliminerer ikke de numeriske problemer, men ved løsning af indhyldningsproblemet vil der være færre søjler i problemet og dermed også mulighed for, at en løsning inden for den numeriske tolerance kan nås på et færre antal iterationer. Dermed kan det også forventes, at de numeriske problemer bliver mindre.

I praksis giver skaleringsproblemer sig enten udslag i, at efficiente enheder evalueres som inefficente eller at inefficente enheders efficiensniveau fejlvurderes. I både input- og outputorienterede modeller tildeles efficiente enheder scoren $E = 1$, og skaleringsproblemer kan give sig udslag i, at de vurderes som inefficente, $E < 1$ – uanset, om indhyldnings- eller multiplikatorproblemet løses. For inefficente enheder giver skaleringsproblemer sig derimod forskelligt udslag for input- og outputorienterede modeller og for multiplikator- og indhyldningsproblemer.

I de inputorienterede indhyldningsproblemer løses minimeringsproblemer, og skaleringsproblemer betyder derfor, at inefficente enheder overvurderes. I de outputorienterede indhyldningsproblemer maksimeres $1/E$, hvorfor skaleringsproblemer medfører, at inefficente enheder undervurderes. Som følge af dualitetssammenhængen mellem multiplikatorproblemer og indhyldningsproblemer gælder den samme sammenhæng mellem input- og outputorienterede multiplikatorproblemer – fejlvurderingen er blot modsatrettet.

Det følger af disse betragtninger, at den skitserede to-trins metode for det første vil evaluere de efficiente enheder korrekt, at metoden for det andet vil indikere om de inefficente enheder er fejlvurderet, og for det tredje at fejlvurderingen af de inefficente enheder kan afgrænses. Generelt begrænses fejlvurderingen som følge af numeriske problemer til forskellen mellem den primale og duale løsning

$|\delta - \zeta|$, og da det i CRS tilfældet skal gælde at $\bar{K}_i = \bar{K}_o$, kan det desuden i denne situation verificeres, at løsningen er korrekt.

5.3.4 Klassifikationer

De fleste implementeringer af specialalgoritmer for DEA-beregninger udnytter en eller anden form for klassifikation af enhederne. Det kan for eksempel være Charnes, Cooper og Thralls (1986, 1991) opdeling i henhold til multiplikatorrummets dimensionalitet (Charnes, Cooper og Thrall 1991, side 200), Kittelsen og Førsunds (1992) opdeling i 'Pareto'-efficiente og -inefficiente enheder eller Sueyoshi og Changs (1989) dominansklassifikation, som Sueyoshi (1990) anvendte ved implementeringen af en efficient algoritme for den additive model (jf. Charnes, Cooper, Golany, Seiford og Stutz 1985).

Hovedformålet med at opdele enhederne i forskellige grupper er på forhånd dels at udpege en gruppe af enheder, som under ingen omstændigheder kan indgå som reference for andre, da de er inefficiente, og dels at udpege en gruppe enheder, der er efficiente og derfor er potentielle emner som referenceenheder for inefficiente enheder. Denne klassifikation kan udnyttes til at øge beregningernes effektivitet og stabilitet, således som foreslået i afsnit 5.3.3.

Det vil også være nærliggende at udnytte sammenhængen mellem forskellige modeller. For eksempel rangordner stordriftsantagelserne den individuelle enheds efficiensscore, idet $W_i(u, x) \leq W_i^*(u, x) \leq L_i(u^0, x^0) \leq K(u, x) \leq 1$, som vist i kapitel 4, og referenceenheder ved beregningen af $W_i^*(u, x)$ skal derfor søges blandt de enheder, hvor $W_i(u, x) = 1$ etc.

5.3.5 Degenerering

Lineære programmer udtrykkes sædvanligvis i kompakt form ved den såkaldte *simplex-tabel* (f.eks. Minoux 1986, side 41). For indhyldningsproblemet⁶ er simplex-tabellen en matrice med dimensionen $(M + N + 1) \times (K + 2 + M + N)$. Denne matrice partitioneres i en basismatrice med dimension $(M + N + 1) \times (M + N + 1)$ og en ikke-basismatrice bestående af de resterende søjler i matricen. En løsning til indhyldningsproblemet i variablene $\{z, \lambda\}$ udtrykkes ved

⁶Betydningen af degenerering i DEA-beregningerne diskuteres her for standard indhyldningsproblemer under antagelse af CRS, men tilsvarende betragtninger gør sig gældende for andre indhyldningsproblemer og for multiplikatorproblemerne.

vektoren $x = [x_B \ x_N]$, der partitioneres i en basis-vektor, x_B og en ikke-basisvektor $x_N = 0$, således at x_B udgøres af $(M + N + 1)$ basisvariabler og x_N af $(K + M + N + 2) - (M + N + 1) = (K + 1)$ ikke-basisvariabler. Hvis $x_B \geq 0$, betegnes x som en brugbar basisløsning, og hvis $x_B > 0$, betegnes x som en ikke-degenereret brugbar basisløsning. Brugbare basisløsninger til LP-problemer, hvori der forekommer 0'er, betegnes i LP-litteraturen som degenererede løsninger.

Ved en given simplex-iteration kan der optræde en degenereret løsning, men ved "normale LP-problemer" nås efter et endeligt antal iterationer en optimal løsning $x^* = [x_B^* \ x_N^*] = [x_B^* \ 0]$, der ikke er degenereret. Hvis der ikke eksisterer en entydig optimal løsning til LP-problemet (jf. kapitel 4) vil den optimale løsning dog være degenereret; men det modsatte er ikke nødvendigvis tilfældet (f.eks. Bazaraa, Jarvis og Sherali 1990, side 90). I indhyldningsproblemet udgøres x_B under antagelse af CRS af $(M + N + 1)$ variabler. Da $\lambda > 0$, vælges de resterende $M + N$ basisvariabler blandt intensitetsvariablene $\{z_i\}$. I praksis vil den optimale løsning oftest være degenereret og for en efficient enhed, k , vil den optimale løsning $\{\lambda = 1, z_k = 1, z_i = 0 \text{ for } i \neq k\}$ altid være degenereret.

Degenererede løsninger kan implicere et betragteligt antal simplex-iterationer for at nå den optimale løsning. Derfor har Ali (1989, 1993) for at forbedre beregningernes effektivitet foreslået alternative, DEA-tilpassede regler for valg af basisvariabler i simplex-iterationerne. Men disse skal ikke omtales nærmere her, da degeneration i de aktuelle beregninger, der blev udført i forbindelse med projekterne, der har ligget til grund for denne afhandling, ikke har udgjort noget væsentligt problem. Det står ikke i modsætning til Alis (1989, 1991) bemærkninger, men skal tages som et udtryk for, at GAMS/MINOS allerede anvender pivoteringsregler og anti-degenerations metoder, der imødekommer de aktuelle problemer.

I indhyldningsproblemer, der omfatter yderligere restriktioner, vil degenererede løsninger for inefficiente enheder typisk være sjældnere. I VRS tilfældet indskrænker restriktionen $\sum z_i = 1$ eksempelvis produktionsmulighedsområdet i en sådan grad, at der indgår flere enheder i konstruktionen af referenceenheder, og dermed er færre basisvariabler nul. Derfor kræves der i praksis også færre iterationer for at nå optimalitet i VRS-tilfældet end i CRS-tilfældet, og dermed er numeriske problemer sjældnere i VRS-tilfældet.

5.3.6 Skærpelse af efficiensevalueringen

Multiplikatorerne fortolkes sædvanligvis som *priser* på input og output, og det har i de senere år været forslået af flere forskellige forfattere⁷ at skærpe efficiensevalueringen ved at tilføje yderligere restriktioner til LP-problemerne. Disse restriktioner tilføjes med henblik på at udelukke urealistiske priser, som ikke afspejler et realiserbart trade-off (Ali og Lerne 1994). Ved at anvende viden om sammenhænge mellem input og output, kan der opnås større kontrol over DEA-modellens prisfastsættelsesmekanisme, og der kan tages hensyn til en lang række forhold. Et typisk eksempel på multiplikatorrestriktioner vil være tilføjelsen af ulighedsrestriktioner af følgende type:

$$\mu a_k + \nu b_k \leq 0, \quad k = 1, \dots, K \quad (5.14)$$

til multiplikatormodellerne, hvor a_k er en vektor af koefficienter til 'input-priserne', og b_k er en vektor af koefficienter til 'outputpriserne'.

5.4 Specialprogrammer

Den første offentliggørelse af et program specielt til udførelse af DEA-beregninger stammer fra The Center for Cybernetic Studies, University of Texas at Austin (Bessent og Kennington 1980), hvor Abraham Charnes og William Cooper i slutningen af 1970'erne og begyndelsen af 1980'erne ledede en række forskningsprojekter, der blandt andet resulterede i udviklingen DEA (Charnes og Cooper 1978, 1980a, 1980b; Charnes, Cooper og Rhodes 1978, 1980). Det oprindelige program er senere blevet videreudviklet (bla. Assad 1986; Ali 1990a), og i sin nuværende form er kildeprogrammer i Fortran tilgængelige for forskningsformål.

Programmerne fra The Center for Cybernetic Studies muliggør en langt mere effektiv og pålidelig implementering af DEA-programmer, end der kan opnås ved

⁷Den første inkorporering af multiplikatorrestriktioner blev gjort af Thompson, Singleton, Thrall og Smith (1986), som introducerede DEA/AR modellen, der senere er anvendt af blandt andre Lee (1988), Thompson, Dharmapala, Humphrey og Thrall (1991), Thompson, Dharmapala og Thrall (1991, 1993b), Thompson, Langemeier, Lee og Thrall (1990) samt Thompson, Lee og Thrall (1992). Inkorporeringen blev også forslået af Sexton, Silkman og Hogan (1986) uden at konkrete analyser blev foretaget. Andre eksempler på anvendelsen af multiplikatorrestriktioner bringes af Ali og Lerne (1994), Ali, Cook og Seiford (1991), Charnes, Cooper, Huang og Sun (1990), Cook, Kazakov og Roll (1991), Dyson og Thanassoulis (1988), Olesen og Petersen (1993a), Roll, Cook og Golany (1991), Wong og Beasley (1990) samt Sexton, Silkman og Hogan (1986).

en programmering fra grunden af. Man har stadig en udstrakt grad af fleksibilitet, men til gengæld er anvendelsen af programmerne relativt kompliceret, hvis man ikke besidder operationsanalytiske forkundskaber.

En mere tilgængelig mulighed er at gennemføre beregningerne ved anvendelse af et program specielt udviklet til løsning af DEA-modeller. Der er flere mere eller mindre kommercielle programpakker på markedet. De mest udbredte er IDEAS (Ali 1990a) og Warwick DEA, der begge er menustyrede programmer. Begge disse programmer inkluderer data- og modelhåndtering, så brugeren af programmet kan vælge en specifik DEA-model på grundlag af modelegenskaber som for eksempel indhyldningsform (CRS, VRS etc.) og målemetode (f.eks. radiær). Funktionelt er der ikke så stor forskel på IDEAS og Warwick DEA. Begge programmer giver mulighed for en tofase-analyse og beregning af slack og projicerede punkter. Warwick DEA giver desuden mulighed for at operere med restriktioner på multiplikatorerne, mens IDEAS nok tilbyder den mest brugervenlige modelhåndtering.

Et tredje specialprogram, der især er udbredt i Norden er LPMOD, som er udviklet ved Nationalekonomiska Institutionen, Handelshögskolan vid Göteborgs Universitet af Anders Hjalmarsson. LPMOD er baseret på et tidligere program udviklet af Finn R. Førsund og Lennart Hjalmarsson, og det løser standard DEA-problemer under alternative antagelser om skalaafkast (CRS, VRS og NIRS). Der beregnes radiære (Farrell) input- og outputorienterede efficiensmål, og slack mv. rapporteres. I den seneste version er LPMOD desuden suppleret med MALMQ-programmet, der udfører Malmquist-indeks beregninger for produktivitetsvækst (jf. Førsund 1990; Berg, Førsund og Jansen 1991).

Alle de tre omtalte programmer, er udmærkede til helt standardiserede beregninger, og de er øjensynligt også rimeligt pålidelige. Men de er samtidig meget lidt fleksible og er ude af stand til at foretage mange state-of-the-art beregninger. For eksempel kan kun ét af programmerne beregne Malmquist indices. Der er også kun ét, der kan operere med multiplikator-restriktioner – og det endda kun visse former for restriktioner.

Ud over de tre programmer, der er omtalt i dette afsnit og som alle findes i PC-versioner, har Green og Davis (1988) på baggrund af NAG Fortran rutiner og standard Unix værktøjer udviklet et program til løsning af DEA-problemer, men dette har øjensynligt ret lille udbredelse og det samme er tilfældet med Tones DEA-program (Tone 1993), som det ikke har været muligt at afprøve i forbindelse med udarbejdelsen af denne afhandling.

5.5 Anvendelse af GAMS

GAMS (Brooke, Kendrick og Meeraus 1988) er et algebraisk modelsprog, der letter konstruktion og udvikling af store og komplekse modeller inden for matematisk programmering. Der er ved udviklingen af GAMS både taget hensyn til modelbyggerens arbejde og til, at brugere med forskellig baggrund, f.eks. økonomer, skal kunne anvende og forstå modellerne. Ved anvendelse af GAMS er det muligt at introducere nye løsningsmetoder, nye optimeringsalgoritmer, nye implementeringer af eksisterende metoder etc. uden at ændre brugerens repræsentation af modellen. Det betyder, at formulering og håndtering af modellen er separeret fra optimeringen, samt at brugeren har en vis kontrol både over, hvilken optimeringsalgoritme der anvendes, og hvilke parameterværdier der vælges hertil.

Alle optimeringer i denne afhandling er foretaget ved anvendelse af modeller implementeret i GAMS. Den konkrete optimering er i hvert tilfælde udført ved hjælp af en specielt tilpasset version af MINOS (Murtagh og Saunders 1987), kaldet GAMS/MINOS (Gill *et al* 1988), der leveres sammen med GAMS. GAMS/MINOS er et FORTRAN-baseret system til at løse store lineære eller nonlineære optimeringsproblemer. De lineære problemer, hvorunder hører de DEA problemer, der er formuleret i denne afhandling, løses ved hjælp af en implementering af den primale simplex-metode (Dantzig 1963).

*"My dear Watson, try a little analysis yourself",
said he, Holmes with a touch of impatience.
"You know my methods. Apply them,
and it will be instructive to compare results"
—CONAN DOYLE Sign of the Four (1890)*

Kapitel 6

Introduktion til den empiriske del

I den sidste snes år har de finansielle markeder undergået dramatiske forandringer. I flæng kan nævnes: deregulering, internationalisering, krediteksponering, brancheglidning, finansiell ustabilitet og øget samfundsmæssig betydning af den finansielle sektor (jf. også Colwell og Davis 1992). Specielt har de senere års fusioner blandt finansielle virksomheder – og især i banksektoren – rejst en række vigtige spørgsmål omkring konsekvenserne for den øvrige del af samfundet og omkring årsagerne til de eventuelle fusionsgevinster. Generelt har de danske pengeinstitutters driftsresultater i slutningen af 1980'erne og begyndelsen af 1990'erne været utilfredsstillende, men inden for sektoren har de enkelte virksomheder opereret med forskellige grader af succes, og der vil derfor være en betragtelig interesse for at vurdere og karakterisere præstationsforskelle inden for branchen. Den empiriske analyse i afhandlingen bidrager til billedet af pengeinstitutsektorens struktur ved at bestemme de enkelte pengeinstitutters efficiens. Herved kastes der også lys over den udbredte antagelse, at pengeinstitutter skal vokse for at kunne sænke omkostningsniveauet.

De empiriske analyser repræsenterer en række skridt mod udviklingen af en randbaseret model for finansielle virksomheders produktion. Inden for rammerne af denne model vil man for eksempel kunne analysere enkeltvirksomheders præstationer, sektorens udvikling, sammenligne delsektorer, analysere teknologiske karakteristika, udpege potentielle problembanker, vurdere betydningen af forskelle i ledelse osv.

Analyserne i den empiriske del er sektorstudier, og det vil derfor ikke være rimeligt at basere ledelsesmæssige handlinger på resultater for de enkelte pengeinstitutter. Derfor er de enkelte virksomheder i branchen også kun i begrænset udstrækning identificeret ved navn. Problemstillingen er behandlet ud fra bran-

chens eller samfundets synsvinkel. Men driftsøkonomisk er der principielt ikke nogen forskel på, om analyser af denne type gennemføres for branchen som helhed eller for enkelte virksomheder, jf. note 2, side 26.

Dette kapitel tjener som en introduktion til analysen i de efterfølgende kapitler, idet baggrunden for at interessere sig for pengeinstitutsektorens struktur og efficiens/produktivitet diskuteres i afsnit 6.1. Dernæst resumeres de empiriske erfaringer fra tidligere studier i udlandet i afsnit 6.2, og det diskuteres, hvilke metoder der tidligere har været anvendt til at vurdere pengeinstitutters produktionsøkonomi. I afsnit 6.3 beskrives forskellige synsvinkler på specifikation af input og output i produktionsøkonomiske studier af pengeinstitut-teknologi. Herunder diskuteres kriterier for valg af output, og afhandlingens modelvalg motiveres.

6.1 Baggrund for analysen

1980'ernes og 1990'ernes ændringer i reguleringen af pengeinstitutsektoren og i anvendelsen af informations- og kommunikationsteknologi har skabt nye muligheder for pengeinstitutter og andre finansielle virksomheder¹. Det gælder både, hvad angår nye produkter og markedsområder, og hvad angår vilkårene på de hidtidige markeder. Ændringerne har været medvirkende til at sætte spørgsmålstejn ved de eksisterende strukturer, og der har både i medierne og blandt fagøkonomer været mange bud på, hvad der ville og burde ske i den finansielle sektor. En del indlæg i debatten har været præget af den underliggende antagelse, at ændringerne skulle motiveres med stordrifts- og breddefordele ("economies of scope"). Men det har i realiteten ikke været entydigt empirisk påvist, at der skulle være hverken stordrifts- eller breddefordele i pengeinstitutsektoren². Det er imidlertid en kendsgerning, at der har været utallige fusioner i pengeinstitutsektorer, ikke blot i Danmark, men i hele verden.

I den industripolitiske debat i Danmark har man ofte fremhævet betydningen af store nationale virksomheder, som kan klare sig i den internationale konkur-

¹En nærmere redegørelse for pengeinstitutsektorens udvikling ligger uden for denne afhandlings formål. Se i stedet Wendt (1994), Østrup (1989, 1990, 1991), Industriministeriet (1991), KonkurrenceRådet (1992), Erhvervsfremmestyrelsen (1994), Industriministeriets betænkninger nr. 1108, "Branchetidning i den Finansielle Sektor" (1987) og nr. 1232, "Fremtidens Finansielle Sektor" (1992) samt rapporten fra det tværministerielle kontaktudvalg vedr. det finansielle marked (Økonomiministeriet 1994).

²Det samme billede tegner sig i øvrigt også i mange andre brancher, jf. Madsen (1983).

rence – og ikke mindst på hjemmemarkedet. Dette er udtryk for et traditionelt skandinavisk industripolitisk synspunkt³, der har lagt vægt på erhvervssektorens produktivitet/effektivitet og på såkaldte strukturrationaliseringer⁴, der har haft til formål at forbedre ressourceudnyttelsen og at fjerne de mindre effektive virksomheder fra markedet. I de senere år har der i Danmark været en stadig stigende fokusering på effektivitetsproblemer og problemer omkring den strukturelle udvikling i den finansielle sektor. Årsagen hertil har dels været, at bankernes indtjening i en årrække har været utilstrækkelig, og dels at der har været en række problemer knyttet til enkelte virksomheder i sektoren (se Økonomiministeriet 1994). Indtjeningsproblemerne har givet sig udslag i, at forrentningen af den investerede kapital har været lav sammenlignet med alternative investeringer, samtidig med at den har været utilstrækkelig til at sikre en rimelig konsolidering og deraf følgende vækstmuligheder⁵.

For at sikre en tilstrækkelig indtjening må sektorens produktivitet øges. Da efficiens er af afgørende betydning for virksomhedens produktivitet, bliver efficiens også en væsentlig determinant for de enkelte virksomheders succes og overlevelsessevne. Hvis ikke pengeinstitutternes efficiens forbedres, vil de ikke kunne opnå en tilstrækkelig indtjening til at forøge egenkapitalen. Dermed vil det ikke være muligt at øge aktivitetsniveauet, og det vil være nødvendigt at tiltrække kapital på markedsvilkår, men for et inefficiant pengeinstitut vil dette fremover være vanskeligt, netop fordi dets indtjening er utilstrækkelig.

6.2 Empiriske erfaringer

Der har uden for USA været en relativ lille forskningsmæssig interesse for modellering af bankers teknologi, og som følge af strukturelle forskelle landene imellem kan erfaringer ikke uden videre overføres fra USA til for eksempel Danmark.

³Se Førsund og Hjalmarsson (1987) samt Madsen (1983, side 47), der anfører, at "den generelle økonomiske politik og den gennemførte erhvervs politik (eller mangel på samme) har fremmet fusionstendenserne i dansk industri og erhvervsliv", eller Nielsen (1991, side 7) der anfører, at dansk industri i 1980'erne blandt andet var kendetegnet ved, at de danske virksomheder var "for små til at gøre sig gældende i international sammenhæng".

⁴Vagn Madsen definerer strukturrationaliseringer som "Rationalisering af Produktions- og Distributionsapparatet inden for en Branche som Helhed" (Madsen 1951, side 159), idet han fremhæver, at der udemærket kan anlægges driftsøkonomiske vurderingskriterier på brancheniveau, selvom samfundets krav til effektivitet i første omgang må "rettes til branchen som helhed" (p. 160) og ikke til de enkelte virksomheder.

⁵Se Bartholdy (1991), Nielsen (1992), Wedel-Heinen (1994), samt Økonomiministeriet (1994).

Forskelle i institutionelle, demografiske, infrastrukturelle og erhvervsstrukturelle forhold har betydning for, hvorledes den finansielle sektor har udviklet sig i forskellige lande. Danmark har for eksempel haft en selvstændig realkreditsektor, der ikke umiddelbart kan sammenlignes med andre landes, den danske erhvervsstruktur er karakteriseret ved relativt mange små og mellemstore virksomheder, der er et udbredt samarbejde omkring elektronisk betalingsformidling, og rentefradragsret samt realrentebeskatning har påvirket det danske finansielle system (jf. KonkurrenceRådet 1992). Derfor er spørgsmålet om eksistens af stordriftsfordele i den danske pengeinstitutsektor meget sparsomt empirisk belyst.

Faglitteraturen har koncentreret sig om det amerikanske banksystem, og der har kun været sporadiske empiriske studier af stordriftsfordele og efficiens uden for USA. En undtagelse er en serie studier af den norske pengeinstitutsektors efficiens (Berg 1992; Berg, Førsund og Jansen 1991, 1992) og senere af den samlede nordiske sektor⁶ (Berg, Claussen og Førsund 1993; (Berg, Førsund, Hjalmarsson og Suominen 1993; Bukh, Berg og Førsund 1995).

Der har været opbrud i de finansielle sektorer over hele verden. De østeuropæiske lande opbygger finansielle institutioner nærmest fra grunden, de asiatiske og sydamerikanske lande restrukturerer og deregulerer, og i Vesteuropa har der været et stigende antal fusioner og virksomhedsovertagelser, både inden for landene og – som en forsmag på en kommende europæisk integration – også imellem landene (jf. Berger, Humphrey og Timme 1993). Men de empiriske studier har haft vanskeligt ved at holde trit med den hastige samfundsudvikling. Det generelle billede fra udenlandske undersøgelser har været, at der eksisterer stordriftsfordele for de mindre pengeinstitutter, men gennemsnitsomkostningskurverne er svagt U-formede, og stordriftsfordelene er generelt udtømte ved en størrelse, som mange pengeinstitutter kan leve op til. Imidlertid dækker det generelle udsagn over en stor spredning i de hidtidige empiriske analysers resultater. En række Nordamerikanske studier har vurderet eksistensen af stordriftsfordele, og i en del af disse studier, hvor datasættet enten kun har omfattet pengeinstitutter med en aktivmasse på op til omkring \$1 milliard eller har omfattet pengeinstitutter i alle

⁶Den danske pengeinstitutsektor har tidligere været analyseret af Carstensen (1986a, 1986b), der søgte efter stordriftsfordele ved estimation af parametriske gennemsnitsomkostningsfunktioner (Cobb-Douglas og translog). Der fandtes for pengeinstitutsektoren som hovedtræk stordriftsfordele over hele størrelsesspektret, men Carstensen tog ikke hensyn til forskelle i efficiens. Da forskelle i efficiens generelt er af større betydning end produktion ved en inoptimal skala (jf. Berger og Humphrey 1991; Berger, Hunter og Timme 1993), er de empiriske resultater i denne afhandling ikke nødvendigvis sammenlignelige med Carstensens.

størrelser (f.eks. Berger, Hanweck og Humphrey 1987; Ferrier og Lovell 1990; Berger and Humphrey 1991; Bauer, Berger og Humphrey 1993), er resultaterne generelt, at den optimale størrelse for et pengeinstitut er en aktivmasse på mellem \$75 og 300 millioner. Samtidig har en gruppe andre studier (f.eks. Hunter og Timme 1986, 1991; Noulas, Ray og Miller 1990; Hunter, Timme og Yang 1990; Shaffer og David 1986; Shaffer 1991; Evanoff og Israilevich 1991; Evanoff, Israilevich og Merris 1989) analyseret den samme problemstilling på baggrund af datasæt, der kun omfatter pengeinstitutter med en aktivmasse på over \$1 milliard, og fundet, at gennemsnitsomkostningerne minimeres for pengeinstitutter med en aktivmasse på mellem \$2 og 10 milliarder.

En hovedårsag til denne tilsyneladende forskel er, at den funktionelle specifikation af produktions- eller omkostningsfunktioner i mange traditionelle empiriske studier ikke har været tilstrækkelig fleksibel til at modellere både meget store og meget små pengeinstitutter i en enkelt model (jf. Berger, Hunter og Timme 1993). Men forskellen kan også skyldes, at forklarende faktorer, der varierer med produktionsskalaen, er udeladt af modellen. McAllister og McManus (1993) demonstrerer for eksempel, at den meget udbredte translog-funktion ikke er en hensigtsmæssig global approksimation af produktionsteknologien, fordi den tvinger store og små pengeinstitutter til at ligge på en symmetrisk U-formet gennemsnitsomkostningskurve. Herudover demonstrerer McAllister og McManus også at den manglende modellering af risici i traditionelle studier undervurderer skalainefficiens for små pengeinstitutter, fordi de større pengeinstitutter som følge af deres bedre mulighed for risikospredning kan operere ved lavere soliditetsprocenter uden at være mere risikable. Se desuden Humphrey (1990) for en systematisk diskussion af årsager til, at skalaforholdene varierer mellem de forskellige empiriske studier.

Beregningsmetoder

Hovedparten af de produktionsøkonomiske sektorstudier, der har været publiceret, har estimeret stordriftsfordele og ofte også forskellige former for breddefordele, men det er kun ganske få studier, der har interesseret sig for forskelle i teknisk efficiens. Det er uheldigt, fordi resultaterne fra de empiriske undersøgelser, der både har beregnet skalainefficiens og teknisk inefficiens, peger på, at forskelle i teknisk efficiens har mindst lige så stor – og typisk endda endnu større

– betydning for pengeinstitutternes omkostningsniveau som stordriftsforhold⁷. Når relativt få studier har interesseret sig for teknisk inefficiens, hænger det formentlig sammen med, at estimation heraf generelt nødvendiggør anvendelsen af en eller anden form for randmetode. Disse metoder er dels relativt nye og ikke særligt udbredte, og dels bryder de radikalt med nogle af de sædvanlige økonometriske metoder og antagelser, hvorfor de kun langsomt er blevet accepteret. Den mest udbredte forskningsmetode i den økonometriske tradition, har som diskuteret tidligere i afhandlingen, været estimation af gennemsnitsomkostningsfunktioner. Det er ofte sket på grundlag af teknikker, der grundlæggende er de samme, som blev anvendt i 1950'erne og 1960'erne (f.eks. Johnston 1960), selvom mere avancerede metoder er kommet til siden.

I den senere økonometriske forskning er det dog blevet mere udbredt at estimere randfunktioner⁸. Det har især været udbredt at estimere stokastiske translogfunktioner med specifikation af inefficiens, da denne form har været anset for tilstrækkelig fleksibel til både at kunne give information om skalafordele ved en forskellig produktionsvolumen og til at give information om breddefordele ved at modellere afhængighed mellem produkter.

I de senere år har der dog på verdensplan (men især i USA) været foretaget et stærkt stigende antal studier af finansielle sektors struktur ved anvendelse af DEA. Disse studier kan i forhold til de traditionelle økonometriske metoder kendetegnes ved tre forhold. For det første tager de hensyn til forskelle i virksomhedernes efficiens, for det andet kræver de ikke specifikation af en funktionel form for produktionsfunktionen, d.v.s. de er ikke-parametriske, og for det tredje er de ikke stokastiske, men deterministiske⁹. I en oversigtsartikel konkluderer Collwell og Davis (1992, p. S120) ligefrem, at DEA har "emerged as a leading tool for efficiency evaluation in terms of both the number of research

papers published and the number of applications to real-world problems", og det samme billede kan man danne sig på baggrund af artiklerne i temanummeret om finansielle institutioners efficiens, som *Journal of Banking and Finance* (vol 17, number 2/3) bragte i 1993.¹⁰

6.3 Input og output i den finansielle sektor

Det grundlæggende problem ved studier af bankteknologi og specielt af teknologiens empiriske karakteristika er specifikation af egnede outputmål¹¹. Pengeinstitutter genererer mange forskellige output, der ofte er forbundne eller gensidigt afhængige, og som ikke kan separeres eller prissættes enkeltvis; det er ikke alle pengeinstitutternes produkter, som kunderne betaler direkte for, og bankvirksomhed er underlagt en række restriktioner, der påvirker priser, omkostninger og produktion (jf. Colwell og Davis 1992). Hermed adskiller banksektorstudier sig fra tilsvarende analyser af de fleste andre industrier, hvor der sædvanligvis ikke blot findes relativt veldefinerede outputmål, men også en udbredt enighed omkring anvendelsen heraf.

Uenigheden omkring anvendelse af vidt forskellige modelspecifikationer er uheldig, fordi den gør de empiriske studier vanskeligt sammenlignelige, og hovedparten af uklarheden, der eksisterer omkring den finansielle sektors teknologiske karakteristika, kan, som Sealey og Lindley (1977, p. 1252) gør opmærksom på, netop henføres til uenigheder omkring specifikation af input og output for finansielle virksomheder.

Det har desuden ofte været praktiske hensyn, hvad angår tilgængeligheden af data, der har dikteret, ikke blot specifikationen af input og output, men også det valgte udsnit af den samlede finansielle sektor. På baggrund af de data, man

⁷Se for eksempel Berger og Humphrey (1991), Ferrier og Lovell (1990) samt oversigterne i Berger, Hunter og Timme (1993) og Neff, Dixon og Zhu (1994).
⁸Se for eksempel Bauer, Berger og Humphrey (1993), Bauer og Hancock (1993), Berger (1993), Bhattacharyya (1990), Caudill, Ford og Gropper (1995), Ferrantino og Ferrier (1995), Ferrier and Lovell (1990), Good, Röller og Sickless (1995), Heshmati, Kumbhakar og Hjalmarsson (1995), Ivaldi, Monier-Dilhan og Simioni (1995), Mester (1993), Pi and Timme (1993) samt Timme and Yang (1991).
⁹DEA-studier af pengeinstitutter på sektorniveau omfatter Barr, Seiford og Siems (1991, 1994), Barr og Siems (1992), Berg, et al (1993), Berg, Førsund og Jansen (1991, 1992), Charnes, Cooper, Huang og Sun (1990), English et al (1993), Greil og Schmidt (1995), Elyasiani og Mehdian (1990a, 1990b), Ferrier et al (1992), Ferrier og Lovell (1990), Ferrier, Kerstens og Vanden Eeckaut (1994), Fixler og Zieschang (1991), Fukuyama (1993a, 1993b), Rangan et al (1988), Siems (1992), og Yue (1992).

¹⁰Herudover har også andre randmetoder i de senere år fået stor udbredelse ved analyser af pengeinstitutters efficiens, der gælder både stokastiske randfunktioner (f.eks. Bhattacharyya 1990; Ferrier og Lovell 1990; Bauer, Berger og Humphrey 1993; Bauer og Hancock 1993; Mester 1993; Berger 1993; Pi og Timme 1993; Timme og Yang 1991), FDH-metoden (Bauer og Hancock 1993; Tulkens 1993; Fried og Lovell 1994; Fried et al 1993) samt de såkaldte "tykke randfunktioner" (Bauer, Berger og Humphrey 1993; Bauer og Hancock 1993; Berger 1993; Berger og Humphrey 1991, 1992a, 1992b; Evanoff og Israilevich 1990; Lucy 1994; Shaffer 1993; Yuengert 1993).
¹¹Dette synspunkt har blandt andet været fremført af Moshe Kim, der skriver, at "the specification of an appropriate measure of output... is a fundamental difficulty associated with studying banking technology and its characteristics" (Kim 1986 p. 181). Bemærk også, at det i den danske nationalregnskabsstatistik er nødvendigt at behandle den finansielle sektors produktion særskilt. Se også Berger og Humphrey (1992a).

normalt kan forestille sig, at der kan være forskningsmæssig adgang til, kan der i det mindste anlægges tre forskellige synsvinkler, der i empiriske studier af bankteknologi kan anvendes ved specifikationen af output (j.f. Humphrey 1991). For det første kan man anvende et strømmål ("flow measure"), som for eksempel antallet af transaktioner, der behandles på indskuds- og udlånskonti. For det andet kunne man anvende et beholdningsmål ("stock measure") som det monetære indestående på forskellige konti, og for det tredje kunne antallet af konti anvendes, hvilket også ville være et beholdningsmål.

Generelt er det vanskeligt at få adgang til oplysninger om antallet af transaktioner, der behandles i de enkelte pengeinstitutter, så de fleste empiriske studier betjener sig af en eller anden form for beholdningsmål. Det er også sjældent, at man har adgang til antallet af konti i de enkelte pengeinstitutter. Med hensyn til det anvendte datamateriale adskiller de nordamerikanske studier sig også fra, hvad man normalt kan få adgang til i Europa. Dels stilles visse oplysninger til rådighed for forskningsformål, og dels offentliggøres detaljerede oplysninger for et udsnit af den amerikanske pengeinstitutsektor via Federal Reserve's årlige FCA (Functional Cost Analysis¹²) program. Men selv i USA har de fleste analyser, som anført af Humphrey (1991, 1992), været baseret på beholdningsmål fremfor transaktionsmål, selvom output typisk må opfattes som et flow, fordi beholdningsmål er tilgængelige for alle pengeinstitutter over en årrække.

Formidling eller produktion

Ofte (f.eks. Colwell og Davis 1992; Humphrey 1992) skelnes mellem to synsvinkler på pengeinstitutternes aktiviteter. I henhold til *produktionssynsvinklen* ("production approach") opfattes pengeinstitutter som virksomheder, der anvender kapital og arbejdskraft til at fremstille indskuds- og udlånskonti. Output måles som antal konti eller antal transaktioner på de specificerede konti, og input udgøres af de samlede driftsomkostninger. Som alternativ til produktionssynsvinklen fremhæves den såkaldte *formidlingssynsvinkel*, der opfatter pengeinstitutter som finansielle mellemmand, der producerer serviceydelser. Output udgøres af udlån

¹²FCA programmets erklærede formål er at hjælpe de deltagende pengeinstitutter med at øge deres indtjeningssevne og efficiens ved at etablere standarder, så pengeinstitutterne kan sammenligne deres egne tal med gennemsnitstal fra en gruppe sammenlignelige pengeinstitutter. Se også Ferrier and Lovell (1990). Deltagelsen i FCA programmet er frivillig, og specielt de største banker medvirker ikke. Det er også vanskeligt at anvende FCA programmets data til tidsseriestudier, da der er en ret stor (15-20 %) udskiftning blandt de deltagende pengeinstitutter fra år til år.

og investeringer, mens input ud over arbejdskraft og kapital udgøres af finansieringsomkostninger. Desuden er det meget omdiskuteret, om indskud under formidlingssynsvinklen er input eller output (f.eks. Colwell og Davis 1992; Wykof 1992, p. 283-287;).

De tidligste studier af pengeinstitutsektorteknologi (f.eks. Alhadeff 1954; Schweiger og McGee 1961) anvendte i følge Colwell og Davis (1992) formidlingssynsvinklen, mens produktionssynsvinklen blev introduceret af Benston (1965). De to synsvinkler besidder hver deres problemer. Specielt kan det under hensyntagen til de data, der er tilgængelige i Norden, være mest hensigtsmæssigt at opfatte balancer fremfor antal transaktioner som output, og hvis man endvidere specifikt fokuserer på pengeinstitutternes drift, kan det være hensigtsmæssigt at opfatte både indskud og udlån som output, således at renteforholdene ikke inddrages.

Kriterier for valg af output

Det er, som antydnet ovenfor, langt fra entydigt, hvilke output, der skal specificeres i en model af pengeinstitutters produktion. Den klare skelnen mellem formidlings- og produktionssynsvinklen synes ikke indlysende under hensyntagen til de tilgængelige data i Norden, og det kan også være vanskeligt ud fra et teoretisk entydigt kriterium at afgøre, hvilket output, der skal specificeres. Da den største uoverenstemmelse omkring modelspecifikationen angår hvilke output, der specificeres, diskuterer blandt andre Berger og Humphrey (1992a) tre forskellige metoder til at fastlægge, hvordan et pengeinstituts produktion skal opgøres. Den første metode betegnes *aktivmetoden* ("the asset approach"). Ved denne metode opfattes pengeinstitutterne kun som finansielle mellemmand, som bringer ejere af aktiver i forbindelse med dem, som har brug for aktiverne. Det betyder, at udlån på lige fod med andre aktiver må anses for output, mens indskud sammen med andre passiver er input til produktionsprocessen. Denne synsvinkel blev fremført af Sealey og Lindley (1977), som argumenterede direkte på baggrund af Frisch's (1965) produktionsdefinition: "by production in the *economic* sense we mean the attempt to create a product which is *more highly valued* than the original input elements" (Frisch 1965, p. 8). Da Frisch ikke udtalte sig om, hvem der skulle foretage vurderingen, søgte Sealey og Lindley (1977) derfor at fastlægge et operationelt kriterium for vurderingen af en virksomheds aktiviteter. Mere specifikt foreslog Sealey og Lindley, at den finansielle virksomhed for det første

selv skal vurdere produktet højere end den vurderer de anvendte produktionsfaktorer og for det andet at vurderingen skal foretages ved markedspriser (Sealey og Lindley 1977 p. 1253). Herved var det hensigten at udvikle en normativ teori for finansielle virksomheder ved at bevæge sig ud over den rent tekniske beskrivelse af produktionsteknologien. Det synes dog ikke oplagt, at Sealey og Lindley's kriterium altid er operationelt, og Berger og Humphrey (1992b) finder da også, at metoden har adskillige ulemper. I nogle situationer giver metoden formodentlig et egnet kriterium. Det kan for eksempel være tilfældet i et isoleret studie af udlånsprofitabilitet, hvor omkostninger og finansieringsformer kan opfattes som eksogene. Aktivmetoden, der er nært knyttet til formidlingssynsvinklen anvendes af blandt andre Drake og Weymann-Jones (1992a, 1992b).

Den anden metode (j.f. Berger and Humphrey 1992b) er *user cost metoden*, som blev udviklet af Donovan (1978) og Barnett (1980), og som i følge Berger og Humphrey (1992b) først blev anvendt af Hancock (1985a, 1985b). Senere har metoden især været anvendt af Fixler og Zieschang i en serie artikler, hvori der ved hjælp af DEA bestemmes prisindices (Fixler 1988, 1993; Fixler og Zieschang 1991a, 1991b, 1992a, 1992b, 1993). Grundliggende set drejer det sig om en slags alternativindtjeningsmetode, der har til formål at bestemme, hvor meget en given aktivitet bidrager til pengeinstituttets indtjening. Hvis bidraget er positivt, klassificeres aktiviteten som et output. Da metoden i praksis har ret lille udbredelse og da den gennemgås detaljeret af Fixler og Zieschang (1992b), skal den ikke beskrives i yderligere detaljer her i kapitlet.

Den tredje metode til fastlæggelse af et pengeinstituts outputvektor betegnes *værdimetoden* ("value added approach") har været anvendt af blandt andre Berger, Hanweck og Humphrey (1987) samt Berger og Humphrey (1992a). Metoden adskiller sig fra de to andre, idet alle aktiver og passiver antages at have karakter af output, selvom de ikke nødvendigvis medtages som output i modellen. Kun de output, der ved allokering af driftsomkostningerne tillægges betydelig værdi ved produktionsprocessen, klassificeres som output. Metodens afgørende karakteristika er, at driftsomkostningerne anvendes direkte til at fastlægge output fremfor at anvende alternativomkostninger som ved *user cost metoden*.

Hvis priserne kan fastlægges korrekt ved *user cost metoden*, vil denne metode principielt give samme resultat som *værdimetoden*, men der er, som anført af Berger og Humphrey (1992b), netop det væsentlige problem, at *user cost metoden* baserer sig på marginale alternativomkostninger, som i praksis er meget følsomme for målefejl – ikke mindst, når de beregnes ved hjælp af DEA. Det vil i praksis

også være meget svært at justere målene for kreditrisiko, likviditetsforskelle og varighed, så i praksis er *værdimetoden* både nemmere og mere pålidelig at operere med. Typisk vil udlån til erhvervs- og privatkunder samt indlån blive identificeret som de vigtigste output, mens f.eks. lån i Nationalbanken vil være et input. Desuden vil værdipapirbeholdningen blive opfattet som et ubetydeligt output, fordi den kun kræver et ganske lille input.

Det aktuelle valg i afhandlingen

I denne afhandling er analyseenheden den enkelte bank med tilhørende filialer. Det vil være den foretrukne enhed for et sektorstudie, fordi den samlede virksomhed handler i sin helhed (jf. Gilligan *et al* 1984). Desuden er der normalt ikke adgang til data for det enkelte pengeinstituts filialer.

Hovedparten af de eksisterende studier af nationale pengeinstitutsektorer har anvendt en beholdningsopgørelse af output, se f.eks. Collwell og Davis' (1992) oversigt. I forhold hertil har meget få studier haft adgang til transaktionsdata, og næsten lige så få til oplysninger om antal konti. Berg, Førsund og Jansen (1991) havde et enkelt år mulighed for at sammenligne resultater fra den norske pengeinstitutsektor baseret på henholdsvis antal konti og på balancestørrelser. De to outputdefinitioner havde ikke afgørende betydning for produktionsrandens kvalitative karakteristika, stordriftsaspekter og efficiensniveau, men for de enkelte virksomheder kunne resultaterne være meget forskellige.

Ved outputspecifikationerne følges i denne afhandling de definitioner, der er anvendt i studierne af den norske pengeinstitutsektor (Berg, Førsund og Jansen 1991, 1992), idet der anvendes en modificeret formidlingssynsvinkel. Det er dels det mest praktiske, hvis der skal tages hensyn til tilgængeligheden af data, og dels fremmer det de nordiske resultaters sammenlignelighed. Ved valg af output følges værdikriteriet (jf. Berger, Hanweck og Humphrey 1987; Berger og Humphrey 1992a). I henhold hertil specificeres både lån og indskud som output, mens der bl.a. ikke tages hensyn til aktiekapital, hvis størrelse i store træk er bestemt af lovgivningen (jf. Thompson *et al* 1991).

Specifikationen af input er langt mindre kontroversiel. Det ville have været at foretrække, hvis input kunne være specificeret i mængder, men af hensyn til de data, der er tilgængelige, anvendes regnskabsdata for omkostninger og afskrivninger på maskiner og udstyr.

Kapitel 7

Teknisk efficiens i pengeinstitutsektoren

You should never confuse efficiency with a liver condition.

—MARY POPPINS

Dette kapitel udgør første del i den empiriske analyse af den danske pengeinstitutsektor. Der beregnes i kapitlet input- og outputorienterede tekniske efficiensmål for de enkelte pengeinstitutter, og der beregnes strukturelle efficiensmål for sektoren som helhed. Herudover vurderes betydningen af stordriftsfordele/-ulemper, og alternative modelspecifikationer sammenlignes for så vidt angår modellering af tab og aggregering af output med henblik på at vurdere resultaternes følsomhed for modelspecifikation.

Modellen og efficiensmålene beskrives i afsnit 7.1, hvori modelleringen af tab også diskuteres. Herefter præsenteres datamaterialet i afsnit 7.2, de empiriske resultater bringes i afsnit 7.3 og analysens resultater diskuteres i afsnit 7.4.

7.1 Model og metode

Den empiriske analyse gennemføres ved anvendelse af DEA. Da denne metode er bekræftet i detaljer i afsnit 4.4, skal der ikke redegøres nærmere herfor i dette kapitel. Det samme gælder notationen, der svarer til, hvad der er anvendt i afhandlingens første del. Der vil i kapitlet blive beregnet input- og outputorienterede mål i forhold til både CRS- og VRS-teknologier. Da der specielt vil blive fokuseret på en sammenligning af to forskellige opfattelser af tab i en DEA-model, skal der redegøres herfor i dette afsnit.

7.1.1 Modellering af tab

Antag, at de evaluerede enheders aktiviteter kan beskrives ved v faktorer, der kan tjene som input og/eller output til produktionsprocessen. Vi kan beskrive en specifik produktionsplan ved en netput-vektor (jf. afsnit 3.2), $y \in R^v$. Alle teknologisk mulige produktionsplaner, som virksomhederne står overfor, beskrives fuldstændigt ved produktionsmulighedsmængden $T \subseteq R^v$, der består af alle brugbare kombinationer af input og output.

Lad nu $x = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) \in R_+^n$ være produktionsfaktorer, og lad $u = (u_1, \dots, u_j, \dots, u_m) \in R_+^m$ være "almindelige", produkter, dvs. output, der vurderes positivt i en eller anden forstand, og lad $w = (w_1, \dots, w_j, \dots, w_s) \in R_+^s$ repræsentere produktionsprocessens uønskede aktiviteter. Vektoren $(x, u, w) \subseteq T \subseteq R^n$ udgør en produktionsplan, og $v = n + m + s$ og (s, m) -matricen af (observerede) uønskede konsekvenser betegnes V , og hermed er produktionsmulighedsmængden, T , defineret som:

$$T = \{(x, u, w) \in R_+^{n+m+s} | (x, u, w) \text{ er en mulig produktionsplan}\}. \quad (7.1)$$

I dette kapitel vil tab blive opfattet som den uønskede konsekvens af produktionsprocessen, således at $s = 1$, og den observerede V er en vektor. Vi vil sammenligne to alternative modelleringer af produktionens uønskede konsekvenser. Begge modellerne kan implementeres inden for DEA-modellerne i kapitel 4 ved at tilføje restriktionerne i tabel 7.1 til de sædvanlige LP-problemer.

Tabel 7.1

Model I og II: Oversigt over restriktioner, der tilføjes til de almindelige DEA-modeller for at konstruere de to alternative modeller

	Inputorienterede mål	Outputorienterede mål
Model I	$zV \leq w^0$	$zV \leq \lambda w^0$
Model II	$zV \leq \lambda w^0$	$zV \leq w^0$

Model I, som blev foreslået af Berg, Førsund og Jansen (1992) i en analyse af den norske pengeinstitutsektor, er måske den mest indlysende måde at modellere tab i produktionsmodellen på. I model I opfattes tab som et output, og de inputorienterede mål beregnes med den restriktion, at referenceenhedens tab

ikke må være større end hos den analyserede enhed. Ved beregning af de outputorienterede mål tillades det, at tabet øges proportionalt med de øvrige output.

I *Model II*, som blev introduceret af Charnes, Cooper, Huang og Sun (1990), beregnes de outputorienterede mål derimod med den forudsætning, at tab højst må være på det oprindelige niveau, mens de inputorienterede mål beregnes således, at både tab og almindelige input reduceres med den samme faktor. På denne måde opfattede Charnes, Cooper, Huang og Sun tab som et input, men man kan også fortolke dette efficiensmål som et hyperbolsk mål eller et grafmål, jf. 4.7.

Vi kan også vælge at opfatte den viste modellering af tab som en såkaldt subvektormodel (jf. afsnit 4.8). Denne type modeller antager netop, at en del af netputvektoren er pålagt variabilitetsrestriktioner. Efficiensmålene på baggrund af den inputorienterede version af model I (jf. Berg, Førsund og Jansens 1992) kan inden for disse rammer opfattes som et subvektormål af samme form som Färe, Grosskopf og Lovells "input subvector efficiency measure" (1994, side 244), og tilsvarende kan Charnes, Cooper, Huang og Sun's (1990) implementering af tab, d.v.s. den outputorienterede version af Model II, også opfattes som en subvektormodel. I praksis kan målene i model I beregnes ved at opfatte minus tabet som et output, og målene i model II kan beregnes ved at opfatte tab som et almindeligt input.

7.2 Data

Det danske bankssystem minder i hovedtræk om, hvad der kendes i de fleste andre vesteuropæiske lande, og den danske sektor opererer i hovedtræk også under de samme regler som gælder for resten af Det Indre Marked¹. Sektoren består af banker, sparekasser og andelskasser. Oprindeligt var der en række forskelle af organisatorisk, juridisk, ideologiske og regnskabsmæssig karakter, men efterhånden ligner de forskellige typer pengeinstitutter² mere og mere hinanden. Det

¹I Industriministeriets betænkning nr. 1232, *Fremtidens Finansielle Sektor* gives en omfattende oversigt over den finansielle sektors lovgivning og regulering i et internationalt perspektiv. Det konkluderes blandt andet, at selvom reguleringen af fremtidens finansielle sektor ikke er lagt endeligt fast endnu, så er resultaterne efterhånden så omfattende, at man ved udgangen af 1991 kan "konstatere, at Det Indre Marked for finansielle ydelser, stort set er realiseret i kraft af domspraksis og direktiver" (Industriministeriet 1992, side 45).

²Den danske pengeinstitutsektor består også af filialer af udenlandske pengeinstitutter, men disse filialer fylder med en andel af sektorens balance på mindre end 1/4 %, kun ganske lidt på markedet. Desuden havde 4 udenlandske pengeinstitutter i 1990 såkaldte repræsentationskontorer i Danmark.

gælder også lovgivningsmæssigt, hvor både sparekasser og andelskasser blandt andet kan omdannes til aktieselskaber. De tre typer pengeinstitutter besidder dog stadig forskellige karakteristika, som kan have indflydelse på deres præstationer, men det vendes der tilbage til i kapitel 9. Konkurrenter på pengeinstitutternes markeder er især realkreditinstitutioner, forsikringselskaber og pensionskasser, men disse indgår ikke i denne analyse.

Tabel 7.2

Markedsandel, antal virksomheder, antal filialer samt antallet af ansatte i den danske pengeinstitutsektor i 1990, grupperet efter pengeinstitutternes størrelse

Gruppe	Antal virksomheder	Markedsandel		Antal	
		aktiver	indskud	filialer	ansatte
1 Store dominerende banker	2	63.0%	60.9%	1255	28425
2 Landsdækkende pengeinstitutter	12	27.2%	28.2%	917	14891
3 Små provinspengeinstitutter	104	8.9%	10.5%	612	6295
4 Mindre sparekasser	71	0.2%	0.3%	82	286
Samlet	189	100.3%	99.9%	2920	49897

Anmærkning: Tabellen medtager ikke 76 andelskasser i gruppe 4, 6 færøske banker og sparekasser samt 6 filialer af udenlandske pengeinstitutter. Antallet af medarbejdere er opgjort pr. 31. december 1990 og omfatter også ledelsen. Også markedsandelene er opgjort pr. 31. december 1990.

Kilde: Finanstilsynet.

Finanstilsynet³ opdeler som vist i tabel 7.2 pengeinstitutsektoren i fire grupper. Sektoren er domineret af de to store banker, mens de helt små pengeinstitutter har en meget lille markedsandel. Analysen omfatter i dette kapitel pengeinstitutterne i grupperne 1, 2 og 3 på nær 3 pengeinstitutter, som er holdt ude fra analysen, da de afviger fra de resterende⁴. Antallet af pengeinstitutter, der indgår i analysen er således N=115. Analysen baseres på de offentligt tilgængelige regnskabsdata for pengeinstitutter i 1990. Der er som beskrevet i det foregående kapitel anvendt en monetær specifikation både af input og output. I tabel 7.3

men ikke tilladelse til pengeinstitutvirksomhed. De udenlandske filialer har som det påpeges af KonkurrenceRådet (1992) ligesom repræsentationskontorerne til formål at formidle forretninger til deres hovedkontorer og filialer udenfor landets grænser. Men denne virksomhed er ikke talmæssigt belyst.

³Finanstilsynets funktion, administrative placering, virkemidler og lovgivningsmæssige rammer beskrives af Mølgaard (1992). Se også Industriministeriet (1992) og Økonomiministeriet (1994).

⁴Analysen omfatter ikke ét pengeinstitut, hvis output er nul i alle kategorier, samt to pengeinstitutter, hvis aktiviteter ikke afspejles i de valgte variabeldefinitioner.

gives en oversigt over de input og output, der indgår i analysen i dette kapitel. Output u_3 og u_4 dækker alle indskud i pengeinstitutterne bortset fra obligationer og ansvarlige indskud, som anses for en del af kapitalstrukturen. Input x_1 , x_2 og x_3 omfatter pengeinstitutternes samlede driftsomkostninger.

Udover indlån (u_1 og u_2) og udlån (u_3 og u_4) er indtægt fra garantiprovision samt øvrige ordinære indtægter (u_5) specificeret som et output for at opfange betydningen af de såkaldte off-balance-sheet⁵.

Desuden indgår tab på udlån og garantistillelser i modellen. Tab har haft en stor betydning for pengeinstitutternes driftsresultater⁶, men har generelt ikke indgået i empiriske studiers modellering af pengeinstitutteknologi. Undtagelser er Charnes, Cooper, Huang og Sun (1990), der opfattede tab som en risikoinikator, og inkluderede tab som et input, samt Berg, Førsund og Jansen (1992), der inkluderede tab som et negativt output, jf. afsnit 7.1.1. I dette kapitel sammenlignes disse to forskellige opfattelser af tab i en DEA-model, idet de relevante restriktioner tilføjes den sædvanlige DEA-model, således som det er angivet i afsnit 7.1.1. De summariske data for input og output er vist i tabel 7.7 for hver gruppe for sig.

7.3 Empiriske resultater

De lineære programmer løses for hver af de 115 pengeinstitutter, og der bestemmes både input- og outputorienterede Farrell-efficiensmål under antagelse af henholdsvis CRS og VRS. Desuden beregnes de afledte skaleefficiensmål S_i og S_o samt skaleindikatorerne Z_i^* og Z_o^* i henholdsvis det input- og det outputorienterede tilfælde, jf. afsnit 4.4.3.

7.3.1 Fordelingen af inefficiens

I tabel 7.8 (som er placeret sidst i kapitlet) vises efficiensmål og skalaforhold for de enkelte pengeinstitutter. For at give et bedre billede af efficiensscorenes

⁵Off-balance-sheet aktiviteter omfatter en række forhold som skaber indkomst, men hvis størrelse ikke afspejles i den regnskabsindberetning, der blev anvendt i 1990. Se Lewis (1991) for en detaljeret diskussion af den øgede betydning, som off-balance-sheet aktiviteter har fået, samt Berg, Førsund og Jansen (1991) for en diskussion af de implicite forudsætninger, som specifikationen af dette output indebærer.

⁶Tabsniveauet har siden midten af 1980'erne været stigende i den danske pengeinstitutsektor, men det er dog hverken internationalt eller historisk højt (jf. Økonomiministeriet 1994).

Tabel 7.3: Definition af input og output anvendt i model I og II

Output	
u_1	Kortfristede indlån (anfordring eller opsigelse under 12 måneder)
u_2	Langfristede indlån (med opsigelse over 12 måneder samt særlige indlånsformer)
u_3	Udlånskonti med adgang til variabel benyttelse
u_4	Andre udlån
u_5	Indtægt fra garantiprovision samt øvrige ordinære indtægter
Tab	
w_1	Afskrivninger og hensættelser på debitorer (netto)
Input	
x_1	Personaleudgifter samt lønninger og vederlag til best., direkt. og repræsentatskab
x_2	Husleje og intern lejeværdi af lokaler i egne ejendomme mv.
x_3	Reparation, vedligeholdelse, annoncer, reklamer, rejser, kursusudgifter mv.
x_4	Afskrivninger på maskiner og bygninger

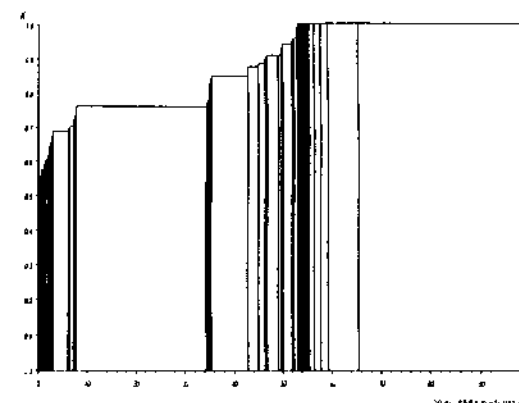
Anmærkning: Variablene korresponderer med oplysninger i Finanstilsynets beretning for 1990 på følgende måde: u_1 =passiverne nr. 1.1 + nr. 1.2, u_2 =passiverne nr. 1.3 + nr. 1.5, u_3 =aktiv nr. 8.1, u_4 =aktiver nr. 8.2 + nr. 8.3 + nr. 8.4 + nr. 8.5, u_5 =konto nr. 4.1 + nr. 4.3, w_1 =konto nr. 6.1 - nr. 7.1, x_1 =konto nr. 5.1 + nr. 5.2, x_2 =konto nr. 5.3, x_3 =konto nr. 5.4 + nr. 5.5 + nr. 5.6 + nr. 5.7, x_4 =konto nr. 6.3.

fordeling og for at kunne sammenligne de to alternative skalaantagelser anvendes såkaldte Salter-diagrammer, hvor alle pengeinstitutterne er ordnet efter stigende bruttoskalaefficiens⁷. Hvert rektangel i diagrammet repræsenterer i princippet ét pengeinstitut, efficiens måles langs ordinataksen, og den relative andel af pengeinstitutternes totale aktivmasse kumuleres langs abscisseaksen. Figur 7.2 og 7.1 viser efficiensscorene for model I under antagelse af henholdsvis CRS og VRS, dvs. brutto skalaefficiens (K) og den (inputorienterede) tekniske efficiens (W_i), mens figurene 7.3 og 7.4 viser de tilsvarende Salter-diagrammer for model II.

Umiddelbart er det muligt at identificere de to store pengeinstitutter i gruppe 1 under VRS, hvor de begge er fuldt efficiente og under CRS, hvor kun Den danske Bank er fuldt efficient. I VRS-tilfældet er omkring 70 % af enhederne

⁷Denne grafiske præsentation anvendes i stor udstrækning af Førsund, Hjalmarsson og andre (f. eks. Berg 1993, Berg, Førsund og Jansen 1991, 1992; Førsund og Hjalmarsson 1979a, 1987) og den betegnes sædvanligvis et Salter-diagram efter økonomien W. E. G. Salter, der anvendte sådanne diagrammer i sin bog *Productivity and Technical Change* fra 1960 til at vise fordelingen af faktorinput-koefficienter. Førsund og Hjalmarsson (1987) giver flere historiske detaljer. Se også Hoel og Moene (1987, afsnit 2.3).

fuldt efficiente, mens antallet af efficiente enheder under CRS er langt færre både i antal og som andel af sektoren. Flere af de større pengeinstitutter er i VRS-tilfældet efficiente, mens de efficiente enheder under CRS især udgøres af ret små pengeinstitutter. Der er flere input i modellen, og Salterdiagrammerne kan derfor ikke gives en præcis geometrisk fortolkning; men arealet over grafens rektangler er en approksimation af sektorens efficiensstab (jf. Kittelsen og Førsund 1992).



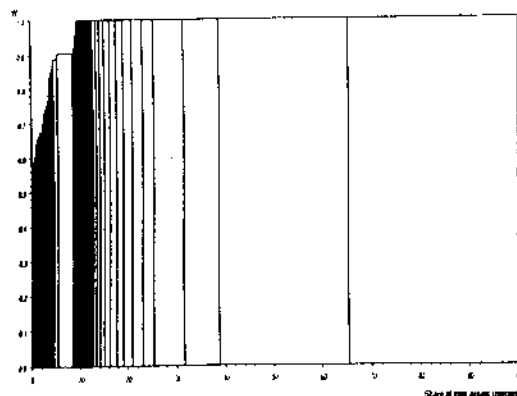
Figur 7.1

Fordelingen af bruttoskalaefficiens (K) mod andelen af sektorens totale aktivmasse under model I

Da den størrelsesmæssige spredning er stor, og da de små pengeinstitutter kun udgør en lille del af sektoren, er det vanskeligt at se efficiensfordelingen for pengeinstitutterne i gruppe 3 af de almindelige Salter-diagrammer. For at råde bod herpå vises efficiensscorene for gruppe 3 pengeinstitutterne i figur 7.5 og 7.6 under model I. Fordelingen af gruppe 3 pengeinstitutternes efficiens under model II er nogenlunde tilsvarende og vises derfor ikke her.

7.3.2 Strukturel efficiens

Med udgangspunkt i Farrells (1957 p. 262) mål for "the extent to which an industry keeps up with the performance of its own best firms", introducerede Førsund og Hjalmarsson (1979a, 1987) to forskellige mål for strukturel efficiens. I overensstemmelse med Førsund og Hjalmarssons forslag beregnes her for det



Figur 7.2
Fordelingen af inputorienteret teknisk efficiens (W_i) mod andelen af sektorens totale aktivmasse under model I

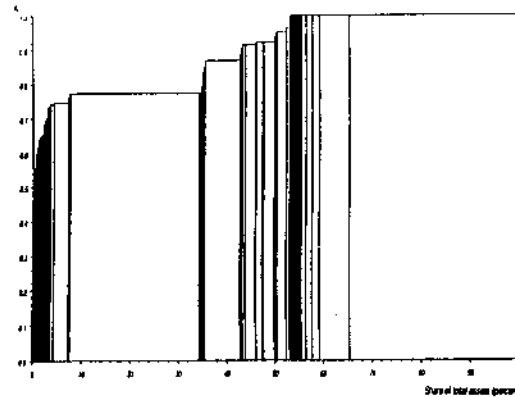
første efficiensen for et gennemsnitspengeinstitut konstrueret ved at beregne det aritmetiske gennemsnit af hvert input og output. For det andet beregnes et partielt strukturelt mål ved at vægte de individuelle efficiensmål med et størrelsesmål. Førsund og Hjalmarsson (1979a, 1987) vægtede efficiensmålene med størrelsen af input, men da dette mål er afhængigt af, hvilket input der anvendes som vægt, vælges det i dette kapitel at vægte de individuelle efficiensmål med totale aktiver i stedet for at vægte med input. Udover disse to strukturelle efficiensmål beregnes også et simpelt, dvs. uvægtet, gennemsnit af de individuelle efficiensmål.

Resultaterne af disse efficiensberegninger vises i tabel 7.4. Ved at sammenholde de individuelle efficiensmål (som for model I er vist i tabel 7.8) og det uvægtede strukturelle efficiensmål, findes det, at ren teknisk efficiens (W_i og W_o) er af relativ lille betydning for gruppe 1 og 2 pengeinstitutter, mens den har stor betydning for gruppe 3 pengeinstitutter. Billedet for sektoren som helhed er, når der ses på de vægtede mål for strukturel efficiens, at den rene tekniske efficiens er af mindre betydning. Men teknisk inefficiens er naturligvis af vital betydning for de enkelte pengeinstitutter.

Den væsentligste årsag til inefficiens for pengeinstitutterne i gruppe 1 og 2 er produktion i for stor skala. Resultaterne for pengeinstitutterne i gruppe 3 er mere blandede. Overordnet er både teknisk efficiens og skaleefficiens af betydning for

Tabel 7.4: Sammenfatning af mål for strukturel efficiens

	Model I			Model II		
	K	W_o	W_i	K	W_o	W_i
Alle pengeinstitutterne i datasættet (N=115)						
Minimum	0.4448	0.4449	0.4736	0.4491	0.4497	0.4986
Uvægtet						
Gennemsnit	0.8064	0.8623	0.8657	0.8248	0.8769	0.8792
Standardafvigelse	0.1709	0.1558	0.1561	0.1574	0.1425	0.1420
Vægtet						
Gennemsnit	0.8870	0.9833	0.9822	0.8977	0.9856	0.9846
Std. Afv.	382.6	196.4	209.6	352.9	173.1	185.0
Gruppe 1: Store dominerende banker (N=2)						
Minimum	0.7611	1.0000	1.0000	0.7732	1.0000	1.0000
Uvægtet						
Gennemsnit	0.8805	1.0000	1.0000	0.8866	1.0000	1.0000
Standardafvigelse	0.1689	0.0000	0.0000	0.1604	0.0000	0.0000
Vægtet						
Gennemsnit	0.8962	1.0000	1.0000	0.9014	1.0000	1.0000
Standardafvigelse	3100.6	0.0000	0.0000	2943.8	0.0	0.0
Gruppe 2: Mellemstore banker og sparekasser (N=12)						
Minimum	0.6876	0.9018	0.8883	0.7425	0.9309	0.9244
Uvægtet						
Gennemsnit	0.8954	0.9842	0.9827	0.9161	0.9885	0.9878
Standardafvigelse	0.1085	0.0369	0.0405	0.0911	0.0268	0.0286
Vægtet						
Gennemsnit	0.8940	0.9880	0.9872	0.9145	0.9911	0.9907
Standardafvigelse	543.0	169.8	181.2	450.3	126.1	131.9
Gruppe 3: Små provinsbanker og -sparekasser (N=101)						
Minimum	0.4448	0.4449	0.4736	0.4491	0.4497	0.4986
Uvægtet						
Gennemsnit	0.7943	0.8451	0.8492	0.8127	0.8612	0.8639
Standardafvigelse				0.1607	0.1450	0.1448
Vægtet						
Gennemsnit	0.8069	0.8619	0.8528	0.8231	0.8772	0.8683
Standardafvigelse	175.2	151.6	161.9	161.2	135.1	144.3
Efficiensscorer for gennemsnitspengeinstituttet						
Gennemsnit	0.7632	0.8370	0.8212	0.7854	0.8719	0.8621



Figur 7.3
Fordelingen af bruttoskalaefficiens (K) mod andelen af sektorens totale aktivmasse under model II

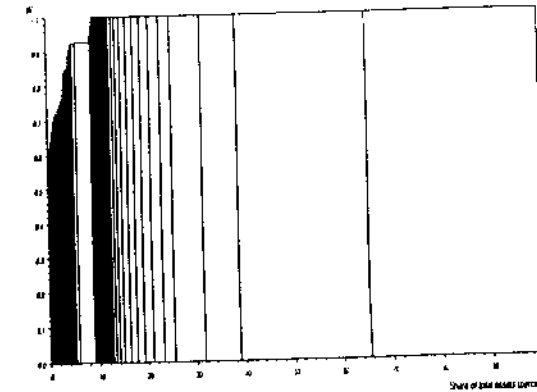
pengeinstitutterne i gruppe 3, men for de fleste af pengeinstitutterne i midten af gruppen er ren teknisk efficiens langt den vigtigste komponent.

7.3.3 Stordrift og optimal bankstørrelse

Udover teknisk efficiens, som både beregnes under antagelse af VRS og under antagelse af CRS, beregnes også skalaefficiens i henhold til definitionen i afsnit 4.4.2. Disse efficiensmål vises i tabel 7.8 for både model I og model II. Desuden indeholder tabel 7.8 en angivelse af, om pengeinstituttet opererer ved stigende, konstant eller faldende skalaafkast⁸, hvilket for model I og model II er vist i tabel 7.8. Da de teknologiske karakteristika, herunder skalaforhold, ikke nødvendigvis er identiske i de to retningsorienteringer, vises både skalaforhold for input- og for outputorienteringen.

Resultaterne af disse beregninger er, at der fordelt over hele størrelsesspektret findes pengeinstitutter, som opererer i nærheden af den optimale størrelse givet deres kombination af input og output. Pengeinstitutter, der producerer ved

⁸Skalaforholdene er bestemt ved at beregne Z_i^* og Z_o^* i henholdsvis det input- og det outputorienterede tilfælde og anvende Banker, Charnes og Coopers (1984) beslutningsregel, jf. afsnit 4.4.3. Resultaterne blev også sammenlignet med Färe, Grosskopf og Lovell (1985) procedure, og de to metoder gav samme resultat, hvad angår skalaforhold.



Figur 7.4
Fordelingen af inputorienteret teknisk efficiens (W_i) mod andelen af sektorens totale aktivmasse under model II

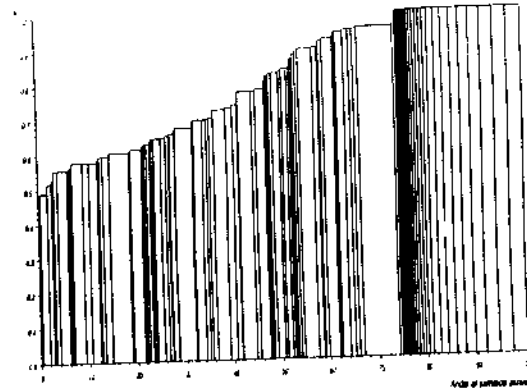
en for lille skala, findes som ventet blandt de mindre pengeinstitutter, mens pengeinstitutter, der producerer i for stor skala, hovedsageligt findes blandt pengeinstitutterne i gruppe 1 og 2 samt de større pengeinstitutter i gruppe 3.

Sammenholdt med de strukturelle efficiensmål og fordelingen af de individuelle mål viser skala-indikatorerne, at produktion i forkert skala er den væsentligste årsag til inefficiens blandt pengeinstitutterne i gruppe 1 og 2, mens resultaterne er mere blandede for gruppe 3. Generelt er både rent teknisk efficiens og skalaefficiens af betydning for pengeinstitutterne i gruppe 3, mens teknisk efficiens er den væsentligste årsag til inefficiens for de mellemstore pengeinstitutter.

På baggrund af skala-indikatorerne findes den optimale pengeinstitutstørrelse at være omkring DKK 400-600 millioner i balance, hvilket er bemærkelsesværdigt mindre end de dominerede danske pengeinstitutters størrelse.

7.3.4 Sammenligning af model I og model II

I tabel 7.8 vises de individuelle efficiensscorer kun for model I, idet resultaterne ikke afviger ret meget fra resultaterne i model II. Det samme kan observeres ved at sammenligne Salter-diagrammerne for de to specifikationer, eller ved at sammenligne de strukturelle efficiensmål mellem modeller. For de strukturelle



Figur 7.5
Pengeinstitutterne i gruppe 3: Fordelingen af bruttoskalaefficiens (K) mod andelen af sektorens totale aktivmasse under model I

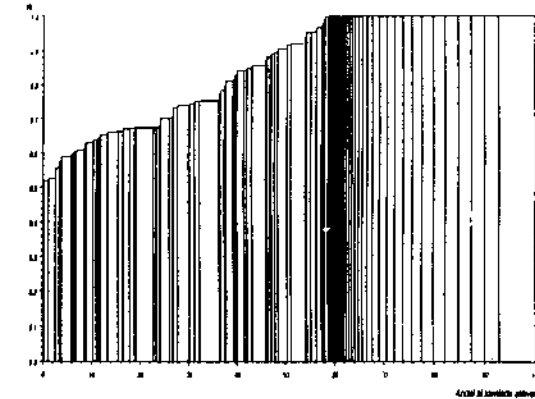
efficiensmål bemærkes det dog, at alle efficiensmålene er mindre under model I end under model II.

For yderligere at belyse forskellen mellem at behandle tab som et negativt output og som et input, afbildes de to modelleres rangordning af enhederne i figur 7.7 mod hinanden. Som det ses, er rangordenen under de to alternativer næsten identisk, og rangkorrelationen er også statistisk signifikant. Et helt tilsvarende billede kunne man danne sig for både den inputorienterede tekniske efficiens (W_i), den outputorienterede tekniske efficiens (W_o) og de to skalaefficiensmål. Resultater fra de to modelspecifikationer må derfor anses for sammenlignelige, og der vil i de følgende afsnit ikke blive lagt vægt på forskellen mellem modellerne.

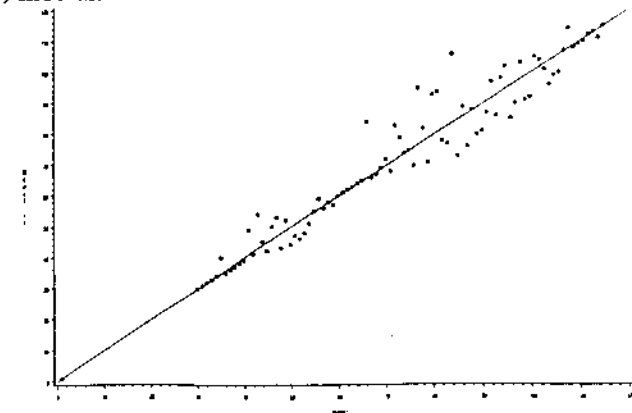
7.3.5 Følsomhed for modelspecifikation

I mange af de evalueringssituationer, hvor DEA anvendes, er der betragtelig uoverensstemmelse i empiriske studier om, hvorledes input og output skal specificeres. Det gælder som beskrevet i kapitel 6 også i pengeinstitutsektoren, hvor der tillige er flere alternative teoretiske synsvinkler på modelspecifikationen.

For at kunne sammenholde resultaterne fra forskellige empiriske undersøgelser vil det være vigtigt at vide, hvorledes resultaterne ændres, når der tilføjes eller fjernes variabler, når variabler aggregeres eller disaggregeres, eller når



Figur 7.6
Pengeinstitutterne i gruppe 3: Fordelingen af inputorienteret teknisk efficiens (W_i) mod andelen af sektorens totale aktivmasse under model I



Figur 7.7
Pengeinstitutternes rangorden i henhold til brutto skalaefficiens under antagelse af model I henholdsvis model II

DEA-modellen ændres. DEA er rettet mod evaluering af individuelle enheders efficiens, og det er som påpeget af blandt andre Ahn, Charnes og Cooper (1989) uundgåeligt, at efficienskaraktistikken for nogle enheder er forskellige fra model til model. I analyser på sektorniveau må der imidlertid lægges mere vægt på resultaternes stabilitet, mens ændringer i de enkelte enheders efficiens ikke

har så stor betydning. Derfor vil det i en følsomhedsanalyse være relevant at se på de aggregerede resultater (jf. Ahn og Seiford 1993), og på, om enhedernes rangorden er nogenlunde uændret, da det blandt andet vil have betydning for statistiske test. De individuelle enheders efficiens er som også anført af Lovell, Sarkar og Sickless (1988, side 196), mere følsomme for aggregering af variabler end for eksempel populationens gennemsnitsefficiens.

Nunamaker (1983, 1985) analyserede betydningen af at fjerne/tilføje variabler og af at disaggregere/aggregere data. Hvad angår enheder, der evalueres som *efficiente*, konkluderede Nunamaker, at disse hverken kan overgå til inefficiente ved at tilføje variabler eller ved at disaggregere eksisterende variabler. Hvad angår de *inefficiente* enheder, konkluderede Nunamaker, at deres efficiensscore hverken kunne formindskes ved tilføjelse af variabler, der ikke er perfekt korrelerede med eksisterende variabler i modellen, eller ved disaggregering. Sandsynligvis vil flere enheder blive evalueret som *efficiente*, og da den *efficiente* rand i begge tilfælde potentielt indsnævres mod de evaluerede enheder, vil disse formodentlig blive evalueret som mindre inefficiente⁹.

I praksis er aggregeringen af output til dels bestemt af de data, der er adgang til. For eksempel har der i nyere empiriske pengeinstitutsektorstudier været en vis interesse for at opfatte erhversudlån og lån til private som forskellige produkter, der eventuelt sælges på adskilte markeder og med en vis grad af uafhængighed – se f.eks. Berg, Claussen og Førsund (1993) samt Berg og Kim (1995) – men sådanne oplysninger er ikke offentligt tilgængelige i Danmark.

I dette afsnit skal aggregeringsproblematikken belyses yderligere ved, at indskud og lån aggregeres til én kategori for hver. De nye definitioner af output vises i tabel 7.5, og resultaterne for model I og II genberegnes med de nye definitioner. De ændrede datadefinitioner angives ved at tilføje et 'a' til modellen, altså model Ia og IIa.

Thompson *et al.* (1991, p. 8) bemærkede, at "the use of arbitrary fixed weights to aggregate multiple outputs into a single output may distort if not fault the efficiency analysis". Hvis det ved aggregeringen kan antages, at produktion i de aggregerede kategorier har samme værdi for pengeinstitutterne, kan det synes umiddelbart rimeligt at foretage aggregeringen. I den konkrete situation haves ikke

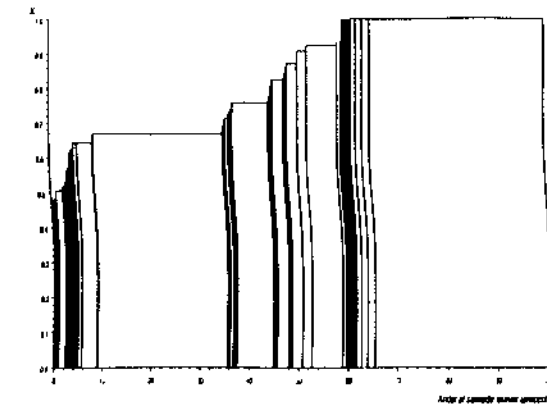
⁹Nunamakers resultater forudsætter for det første, at der ikke findes enheder, som er "operating on the same output-input ratio" (Nunamaker 1988), dvs. der må ikke findes enheder, som er er radiære skaleringer af hinanden. I situationer af praktisk betydning er denne betingelse opfyldt, og Nunamakers (1983, 1985) resultater er derfor gældende.

Tabel 7.5: Definition af output i model Ia og IIa

u_1	Totale indskud: anfordring, opsigelse samt specielle indlånsformer
u_3	Totale udlån: kassekreditter og andre udlån
u_5	Indtægt fra garantiprovision samt øvrige ordinære indtægter

Anmærkning: Definition af input og tab er uændret i forhold til model I og II.

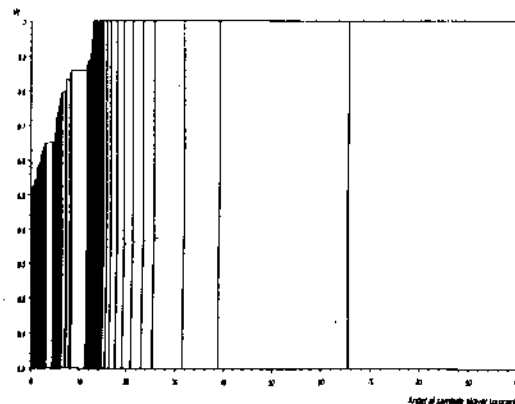
adgang til information om renteindtægter og -udgifter fordelt på kategorier, men Finanstilsynets oplysninger om summariske tal for renteindtægter og -udgifter indikerer, at der ikke er væsentlig forskel.



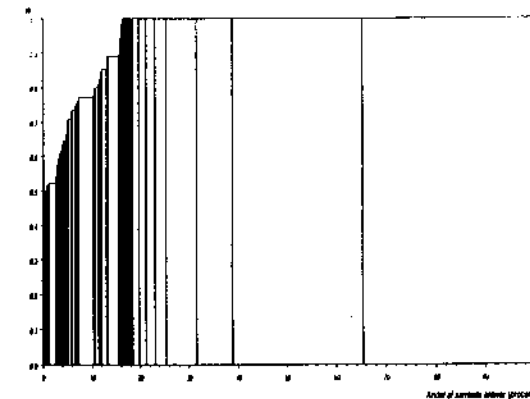
Figur 7.8

Fordelingen af bruttoskalaeficiens (K) mod andel af samlede aktiver for model Ia

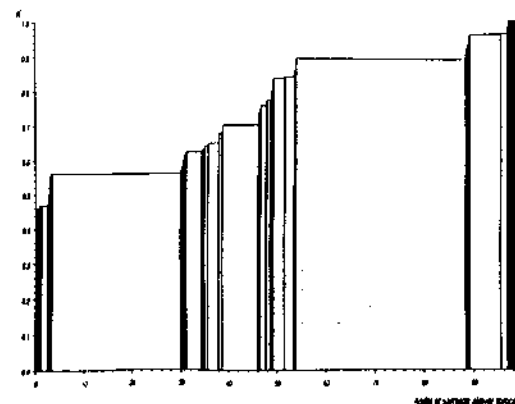
Resultaterne for det aggregerede datasæt vises for model Ia i figur 7.8 og 7.9 og for model IIa i figur 7.10 og 7.11. En nærmere inspektion af de strukturelle efficiensmål (som ikke er gengivet her) indikerer, at efficiens er en smule lavere under model IIa end under model Ia, hvilket især skyldes at efficiensscoren for de to dominerende banker er mindre. Desuden er efficiensmålene noget mindre for de aggregerede modeller end for Model I og II, hvilket var at forvente, fordi antallet af elementer i (x , u) mindskedes.



Figur 7.9
Fordelingen af inputorienteret teknisk efficiens (W_i) mod andel af samlede aktiver for model Ia



Figur 7.11
Fordelingen af inputorienteret teknisk efficiens (W_i) mod andel af samlede aktiver for model IIa



Figur 7.10
Fordelingen af bruttoskalaeficiens (K) mod andel af samlede aktiver for model IIa

7.3.6 Vurdering af referencemængden

Fordelingen af pengeinstitutternes størrelse er meget skæv. Det betyder, at banker kan blive evalueret som efficiente under antagelse af VRS, fordi de øvrige banker ikke er sammenlignelige med dem. Ved antagelse af VRS kræves det, at summen af vægtene skal være én, og den største bank vil derfor automatisk blive evalueret som fuldt efficient, da der ikke findes andre banker, der er lige så store. Det samme problem er til en vis grad aktuelt for de øvrige pengeinstitutter i gruppe 1 og 2. Når der antages CRS, kan storbankerne sammenlignes med banker i alle størrelser. Det resulterer i praksis i, at flere af de små og mellemstore banker indgår med positive vægte, $z_i > 0$, ved konstruktion af referencebanken.

Alle evalueringerne i analysen er foretaget i forhold til den *efficiente delmængde* af de evaluerede pengeinstitutter. Ved at kombinere pengeinstitutter fra den efficiente delmængde dannes et referencepengeinstitut, der mindst producerer u_0 ved anvendelse af input, der højst er $100 \times E\%$ af x_0 , hvor E er $W_i(u_0, x_0)$ eller $K(x_0, u_0)$, afhængig af modellen.

De pengeinstitutter, der indgår med positive vægte ved konstruktion af referencebanken for pengeinstitut k , betegnes *referencemængden*, Ref_k , for pengein-

stituttet:

$$\text{Ref}_k = \{i \in J | z_i > 0 \text{ ved evalueringen af pengeinstitut } k\}. \quad (7.2)$$

Det bemærkes først, at hvis et pengeinstitut, $\hat{k}$, evalueres som efficient, d.v.s., $W_i(x_0, u_0) = 1$ eller $K(x_0, u_0) = 1$, afhængig af hvilken LP-model, vi betragter, da er $z_{\hat{k}} = 1$, og $z_k = 0$ for $k \neq \hat{k}$ en brugbar løsning. Hvis løsningen er entydig (jf. side 69), er det i sagens natur også den eneste løsning, d.v.s., $\text{Ref}_{\hat{k}} = \{\hat{k}\}$. "Normalt" vil $\hat{k}$ indgå i referencemængderne for andre inefficente pengeinstitutter. Det er dog ikke sikkert, at pengeinstituttet indgår i andre referencemængder end sin egen, idet det kan være evalueret som efficient, blot fordi det har specielle karakteristika. På denne måde kan pengeinstituttet være placeret et sted i input-output rummet, hvor det ikke kan konstrueres som en ikke-negativ kombination af andre pengeinstitutter.

For at vurdere problemets betydning kan man se på, hvor mange gange de enkelte efficiente enheder indgår i andre enheders referencemængder, idet der må lægges mindre vægt på efficiensevalueringen for de "efficiente" pengeinstitutter, der kun sjældent eller aldrig indgår i referencemængden for andre pengeinstitutter, da de kan være vanskelige at sammenligne med de øvrige pengeinstitutter.

Der er i det hele taget flere problemer med hensyn til fortolkningen af analysens resultater for de store pengeinstitutter. På grund af deres størrelse udfører disse pengeinstitutter en række opgaver, som ikke afspejles fuldt ud i den valgte outputdefinition i dette kapitel. Ligeledes kunne det være hensigtsmæssigt i analysen at skelne mellem pengeinstitutter, der betjener "almindelige" kunder og mere specialiserede pengeinstitutter - de såkaldte nichebanker. I dette kapitel indgår alle bruttoskalaefficiente pengeinstitutter ($K = 1$) i referencemængderne for andre pengeinstitutter. Disse pengeinstitutter, der vises i tabel 7.6, kunne afvige fra hovedparten af den resterende pengeinstitutsektor, fordi de betjener specielle kundekategorier, men de kunne også blive udpeget som efficiente, fordi de besidder ledelsesmæssige eller andre karakteristika, der gør dem fortjent til at blive udpeget som mønsterbanker, som de andre pengeinstitutter kan lære af.

7.3.7 Betydning af nuller i datasættet

I DEA-modeller bliver det ofte anset for et potentielt problem, hvis der er nuller i datasættet, idet disse "may have inferential substance in identifying the overall efficient firms" (Thompson, Dharmaphala, Humphrey og Thrall 1991, p. 7).

Tabel 7.6

Efficiente banker og sparekasser, der indgår i andre pengeinstitutters referencemængder: Frekvens og størrelse målt som samlede indskud

Reference bank	Mill. DDK aktiver	Antal af referencer		Værdi af for banken af		%andel af aktiver	
		I	II	Lån	Indskud	Lån	indskud
3000 Den Danske Bank	387563	1	2	1.13	3.41	39.40	45.01
7858 Jyske bank	69024	14	10	1.31	1.95	34.07	43.87
5260 Baltica Bank	16628	53	42	-0.96	2.17	52.24	35.11
5201 Amagerbanken	10983	2	2	0.94	3.66	61.03	41.76
5301 Arbejdernes Landsb.	14459	2	2	3.32	3.23	42.34	66.42
5250 Topdanmark Bank	2881	15	12	2.23	1.92	71.28	55.17
7600 Vestjysk Bank	2804	17	19	2.42	3.48	64.05	55.36
7670 Ringkjøbing Landb.	2373	3	3	3.49	2.72	52.67	59.57
7681 Alm. Brand Bank	1818	50	59	-0.27	1.03	58.07	54.23
5140 Københavnske Bank	1647	24	29	2.21	1.73	53.85	62.19
520 Nordvestsjælland sp.	2079	4	4	4.52	3.51	36.35	53.78
9100 Morsø Sparekasse	1551	1	2	3.85	2.87	37.22	55.80
6850 Vestfyns Bank	761	24	19	5.30	3.33	45.24	61.56
6830 Langelands Bank	688	9	7	4.93	3.24	49.23	51.94
9682 Nr. Nebel Sparek.	385	80	78	2.71	3.13	65.12	79.34
561 Ringsted Sparek.	488	1	2	3.99	5.97	40.98	74.94
6100 Hafnia Kapitalbank	3040	42	43	0.83	3.60	6.58	76.62
5426 Alfred Berg Bank	297	4	11	0.53	-0.19	60.28	74.16
8117 Sankt Annæ Bank	343	2	3	1.20	-0.36	42.20	38.18
7790 Vinderup Bank	191	3	7	3.96	3.87	67.61	70.34
9231 Als Sparekasse	159	15	20	4.96	2.15	69.75	76.44
9827 Bredebro Sparek.	216	2	2	4.41	3.32	46.44	74.36
9551 Jelling Sparekasse	234	2	2	5.45	3.97	39.74	72.72
7680 Bonusbanken	577	43	43	3.54	1.13	9.85	86.70
9313 Durup Sparekasse	149	2	5	6.24	3.23	37.28	57.59
847 Rise Sparekasse	132	24	17	2.28	3.77	38.01	81.78

Anmærkning: Tabellen angiver, hvor mange gange hver enkel (efficient) pengeinstitut indgår i referencemængden for sig selv eller andre pengeinstitutter. Sammentællingen vedrører efficiensberegningerne under antagelse af CRS, altså bruttoskalaefficientes for model I og II. Prisene på lån og indskud er for hvert enkelt pengeinstitut beregnet som forskellen mellem den gennemsnitlige rentesats og interbankrenten i 1990.

Positivitetskravet til datamatricen har traditionelt været en del af DEA-modellen (f.eks. Charnes, Cooper og Rhodes 1978; Charnes, Cooper, Huang og Sun 1990; Banker, Charnes og Cooper 1984), men som det påpeges af Thompson, Dharmaphala og Thrall (1993a) fandtes et tilsvarende krav hverken i den tidlige produktionsteori (f.eks. Shephards 1970, kapitel 9) eller i de tidlige anvendelser af aktivitetsanalysemodellen (f.eks. Karlin 1959, afsnit 9.9).

I analysen i dette kapitel er minimusværdierne, som det fremgår af tabel 7.7 nul for både u_2 og u_4 . En nærmere inspektion af datasættet afslører, at problemet vedrører tre mindre pengeinstitutter, der har nul i det ene eller begge af de berørte output. Problemet kunne undgås ved yderligere aggregering af variabler, men da nulkerne er i output¹⁰, har problemet ikke nødvendigvis så alvorlige konsekvenser, som antydtes af Thompson, Dharmaphala, Humphrey and Thrall (1991).

Det ene af de tre pengeinstitutter evalueres som inefficiant, mens de to andre er efficiente. Da de to efficiente pengeinstitutter indgår som i andre pengeinstitutters referencemængder pengeinstitutter findes det ikke, at pengeinstitutterne er evalueret som efficiente alene på grund af mangel på enheder med et tilsvarende nul-mønster. Som et yderligere tjek af resultaternes følsomhed blev de tre pengeinstitutter med nul i outputmatricen fjernet, og alle efficiensmålene blev herefter genberegnet. Ændringerne var meget begrænsede både i de aggregerede mål og i de individuelle efficiensscorer. Kun et enkelt pengeinstituts efficiens ændredes mere end 2 procentpoint, når de tre pengeinstitutter blev fjernet fra datasættet.

7.4 Diskussion og konklusion

I dette kapitel er den danske pengeinstitutsektors struktur i 1990 blevet analyseret ved at beregne de enkelte bankers og sparekassers efficiens. Hovedbilledet er, at der er en stor spredning i virksomhedernes efficiens. Indenfor de fortolkningsmæssige begrænsninger, som de tilgængelige data og den anvendte beregningsmetode giver, indikerer resultaterne, at hovedårsagen til inefficiens er produktion i forkert skala både blandt de mindste og de største pengeinstitutter. Inefficiensen blandt pengeinstitutterne i midten af det størrelsesmæssige spektrum er domineret af ren teknisk inefficiens, mens de mindste pengeinstitutter har

¹⁰Hvis der derimod er nul i inputmatricen vil de involverede pengeinstitutter kun kunne sammenlignes med pengeinstitutter med et tilsvarende nul-mønster, og "any zero input coefficient will lead the way to an [efficient unit]" (Charnes, Cooper and Thrall 1991 p. 217; jf. også teorem 9A).

et ret højt inefficiensniveau, både hvad angår teknisk inefficiens og skalainefficiens. Her findes hovedsagelig pengeinstitutter, der opererede ved CRS omkring balancestørrelser på 400-600 mio. kroner.

Tab på udlån og garantier har været modelleret på to forskellige måder. Den første metode, der var foreslået af Berg, Førsund og Jansen (1992), inddrager tab som et uønsket output, mens den anden metode, der blev introduceret af Charnes, Cooper, Huang og Sun (1990), behandler tab på linje med modellens ordinære input. Ved at sammenligne de to modeller kan det konstateres, at de for det givne datasæt giver næsten identiske resultater.

I kapitlet er der både beregnet input- og outputorienterede mål. I de senere år har der været fokuseret meget på pengeinstitutternes omkostninger. Samtidig er konkurrencen på pengeinstitutternes markeder blevet øget, mens størrelsen af det samlede marked for de traditionelle produkter, indskud og udlån, ikke er øget. Derfor har inefficiante pengeinstitutter formodentlig større mulighed for at tilpasse kapaciteten til deres markedsandel end for at øge andelen. Traditionelt vil man også fortolke forskellen mellem VRS og CRS som en forskel i tidshorisont, idet pengeinstitutterne på kortere sigt måske nok kan justere deres aktuelle produktionsplan, mens større justeringer af den skala, som de opererer i, kun kan ske på langt sigt (jf. Førsund og Hjalmarsson 1979a, 1987 afsnit 3.4).

Den øgede konkurrence i den finansielle sektor vil sandsynligvis nødvendiggøre, at de inefficiante pengeinstitutter må sænke deres omkostninger for at klare sig på længere sigt. De empiriske resultater i dette kapitel indikerer generelt ikke, at pengeinstitutterne - bortset fra de allermindste sparekasser - kan øge deres efficiens ved at opnå skalafordele ved en fusion. De mellemstore pengeinstitutter vil sandsynligvis ikke møde den alvorligste konkurrence fra de største pengeinstitutter, fordi disse dels ikke har ledig kapacitet i form af teknisk inefficiens (W), og dels har begrænsede muligheder for at øge deres aktiviteter på udlånsmarkedet som følge af soliditetskrav. Til gengæld kan de mellemstore pengeinstitutter møde konkurrence fra pengeinstitutter af en lignende størrelse og med nogenlunde samme produktsammensætning. Da det kan forventes, at forskelle i efficiens vil have større betydning for pengeinstitutternes konkurrencemæssige fordele end størrelsesforskelle, kan det ikke forventes, at de store pengeinstitutter generelt vil fortrænge mindre og mellemstore banker og sparekasser.

Som tidligere nævnt er der kun få europæiske empiriske studier, der analyserer stordriftsfordele inden for en teoretisk ramme, der tillader eksistensen af

inefficiens. De fleste empiriske DEA-studier (jf. afsnit 6.2) giver resultater, der svarer nogenlunde til resultaterne i dette kapitel mht. graden af stordriftsfordele og betydningen af skalainefficiens i forhold til teknisk inefficiens, selvom de danske resultater som diskuteret i det foregående kapitel ikke er direkte sammenlignelige.

Ved fortolkning af resultaterne må det også erindres, at hverken renteindtægter eller -udgifter indgår i analysen. Generelt kan der udpeges to grundformer af pengeinstitutters markedsadfærd. Nogle pengeinstitutter har alle typer kunder, mens andre pengeinstitutter kun betjener en del af markedet. Blandt den sidstnævnte slags pengeinstitutter findes typisk pengeinstitutter, der søger at tiltrække indskud ved at tilbyde højere renter, mens der etableres et lav-omkostnings serviceudbud på specifikke felter. Tilsvarende tilbydes der favorable lån, som kan ydes enten på standardvilkår, på store beløb eller til bestemte kundekategorier. Det er tvivlsomt, om analysen i tilstrækkelig grad kan afspejle disse forskelle i adfærd.

Problemet er illustreret i tabel 7.6, hvor de efficiente pengeinstitutter i både model I og II er vist. Det ses, at der er ganske bemærkelsesværdige forskelle i værdien af indskud og lån pengeinstitutterne imellem. For eksempel kan et pengeinstitut som Nordvestsjælland Sparekasse opnå relativt høje "priser" for både lån og indskud, mens beregningerne indikerer, at Baltica Bank øger sin aktivitet ved at "sælge" lån til en særdeles lav pris, hvorved pengeinstitutets produktion bliver stor, og det evalueres herved som efficient i denne analyse. For andre pengeinstitutter, f.eks. Hafnia Kapitalbank, dækker en tilsyneladende god indtjening på indskud over, at banken kun i mindre grad finansieres ved indskud, hvorimod udlånene sælges til en langt dårligere pris.

Tabel 7.7: Summariske tal for input og output anvendt i analysen i kapitlet

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	x_1	x_2	x_3	x_4	w_1
Gruppe 1: Store landsdækkende og dominerende banker (N=2)										
Gennemsnit	100666859	34519363	51243251	92596692	1105493	3836991	623291	1532634	401967	3120275
Standardafvigelse	24264850	947860	4698300	7835029	113977	496017	112	236970	98629	167344
Minimum	83509019	33849125	47921051	87056490	1024899	3486254	623212	1365071	332226	3001945
Maksimum	117824700	35189602	54565451	98136895	1186087	4187728	623371	1700198	471709	3238606
Gruppe 2: Mellemstore banker og sparekasser (N=12)										
Gennemsnit	9656009	2755765	4048382	8988289	120092	355915	46307	183766	24639	272967
Standardafvigelse	9301919	2925596	3576946	8519515	115449	328828	39564	188813	20131	239846
Minimum	2682003	74677	776415	2259233	29622	59710	14209	37137	5695	62700
Maksimum	32863326	10344807	11303342	34064686	441059	1252145	149790	739615	71678	801939
Gruppe 3: Små provinspengeinstitutter (N=101)										
Gennemsnit	408274	171783	176551	331164	6853	18355	1939	10919	1309	16911
Standardafvigelse	387714	179498	179689	418271	10536	16798	2146	10878	1416	20631
Minimum	11292	0	4422	0	135	1522	91	872	85	183
Maksimum	1609098	1019498	888988	2328402	82069	80544	10691	54483	6025	124106
Alle pengeinstitutter i datasættet (N=115)										
Gennemsnit	3116883	1038765	1468685	2839134	37776	119990	17375	55420	10712	97602
Standardafvigelse	13841745	4637250	6863037	12593214	151849	519843	83037	214028	53949	418886
Minimum	11292	0	4422	0	135	1522	91	872	85	183
Maksimum	117824700	35189602	54565451	98136895	1186087	4187728	623371	1700198	471709	3238606

Tabel 7.8

Detaljerede resultater fra model I: Bruttoskalaefficiens (K^*), inputorienteret teknisk efficiens (W_i), ren inputkorrigeret skalaefficiens (S_i), outputorienteret teknisk efficiens (W_o), ren outputkorrigeret skalaefficiens (S_o), inputorienterede stordriftsforhold (Z_i^*) samt outputorienterede stordriftsforhold (Z_o^*) for danske banker og sparekasser i 1990

Nr	GR	1000 DKK		K	Inputorienterede efficiensmål			Outputorienterede efficiensmål		
		aktiver	indskud		W_i	S_i	Z_i^*	W_o	S_o	Z_o^*
3000	1	387563854	174424579	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
2222	1	297806622	137577056	0.761	1.000	0.761	DRS	1.000	0.761	DRS
200	2	81939933	44494229	0.848	1.000	0.848	DRS	1.000	0.848	DRS
7858	2	69024271	30282837	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
8079	2	34371865	15362143	0.688	0.904	0.760	DRS	0.909	0.757	DRS
9380	2	25287628	12912484	0.906	1.000	0.906	DRS	1.000	0.906	DRS
9548	2	23938693	10004221	0.874	1.000	0.874	DRS	1.000	0.874	DRS
7700	2	20918579	7211585	0.938	1.000	0.938	DRS	1.000	0.938	DRS
5260	2	16628854	5838604	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
7045	2	15247088	6597586	0.883	1.000	0.883	DRS	1.000	0.883	DRS
5301	2	14459257	9604343	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
5201	2	10983405	4586266	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
725	2	7973050	3784261	0.702	0.888	0.790	DRS	0.902	0.778	DRS
6700	3	7787824	1366931	0.956	1.000	0.956	DRS	1.000	0.956	DRS
7620	2	7057506	3899008	0.907	1.000	0.907	DRS	1.000	0.907	DRS
5470	3	4402462	2019270	0.604	0.753	0.803	DRS	0.769	0.786	DRS
6160	3	3807254	1962730	0.672	0.675	0.996	DRS	0.682	0.986	DRS
8099	3	3179001	2097575	0.897	0.922	0.973	DRS	0.928	0.966	DRS
7450	3	3047975	1942389	0.774	0.857	0.904	DRS	0.868	0.891	DRS
6100	3	3040870	2330005	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
5250	3	2881619	1589679	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
7600	3	2804011	1552197	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
400	3	2780195	2002175	0.724	1.000	0.724	DRS	1.000	0.724	DRS
9260	3	2447932	1303995	0.613	0.739	0.829	DRS	0.772	0.794	DRS
7650	3	2377248	1059678	0.924	1.000	0.924	DRS	1.000	0.924	DRS
9335	3	2375365	1611624	0.577	0.662	0.872	DRS	0.692	0.834	DRS
7670	3	2373518	1413914	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
681	3	2167869	1342253	0.555	0.588	0.944	DRS	0.627	0.886	DRS
1601	3	2088485	839554	0.781	0.904	0.864	DRS	0.920	0.849	DRS
520	3	2079115	11118245	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
828	3	1956411	792542	0.695	0.702	0.990	DRS	0.729	0.953	DRS
7220	3	1935341	931769	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
6060	3	1857972	1273773	0.578	0.607	0.952	DRS	0.658	0.878	DRS
7681	3	1818385	986135	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS

Nr	GR	1000 DKK		K	Inputorienterede efficiensmål			Outputorienterede efficiensmål		
		aktiver	indskud		W_i	S_i	Z_i^*	W_o	S_o	Z_o^*
7730	3	1712728	921584	0.943	1.000	0.943	DRS	1.000	0.943	DRS
5140	3	1647132	1024334	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
7320	3	1627910	1130690	0.828	0.841	0.984	DRS	0.854	0.969	DRS
6471	3	1603058	934997	0.490	0.526	0.932	DRS	0.613	0.800	DRS
9217	3	1574427	802548	0.730	0.812	0.899	DRS	0.852	0.856	DRS
9100	3	1551128	865469	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
7890	3	1485062	735384	0.644	0.671	0.960	DRS	0.693	0.930	DRS
9090	3	1468277	1068321	0.594	0.654	0.909	DRS	0.683	0.870	DRS
9686	3	1435286	870556	0.578	0.629	0.918	DRS	0.693	0.834	DRS
7470	3	1156424	530199	0.949	0.955	0.993	DRS	0.956	0.992	DRS
7380	3	1143504	696105	0.900	1.000	0.900	DRS	1.000	0.900	DRS
6910	3	1141133	550204	0.839	0.848	0.990	DRS	0.850	0.987	DRS
7780	3	1081293	557328	0.738	0.752	0.982	DRS	0.770	0.959	DRS
6010	3	1068016	258198	0.657	0.663	0.991	IRS	0.658	0.998	DRS
9080	3	1044287	557567	0.645	0.673	0.958	DRS	0.694	0.929	DRS
6810	3	1040552	511710	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
9351	3	1036081	703567	0.702	0.745	0.943	DRS	0.800	0.877	DRS
7810	3	997914	655283	0.950	0.967	0.982	DRS	0.970	0.979	DRS
6300	3	987425	706203	0.515	0.518	0.994	DRS	0.550	0.938	DRS
9174	3	913707	421112	0.774	0.784	0.988	DRS	0.791	0.979	DRS
7160	3	894005	609039	0.696	0.734	0.948	DRS	0.751	0.926	DRS
6440	3	884113	557044	0.949	0.955	0.994	DRS	0.956	0.993	DRS
844	3	866399	539872	0.555	0.556	0.997	DRS	0.584	0.950	DRS
7270	3	836417	307920	0.918	0.918	0.999	IRS	0.918	1.000	IRS
6150	3	785813	466242	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
6850	3	761049	468495	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
570	3	733846	583644	0.593	0.675	0.878	DRS	0.715	0.829	DRS
6880	3	721264	329146	0.628	0.639	0.983	DRS	0.653	0.963	DRS
9486	3	715905	479986	0.890	0.997	0.892	DRS	0.998	0.892	DRS
7460	3	714043	389996	0.825	0.892	0.926	DRS	0.903	0.913	DRS
6830	3	688462	357612	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
6520	3	666210	377889	0.882	0.894	0.986	DRS	0.899	0.981	DRS
6070	3	662312	509637	0.652	0.675	0.966	DRS	0.710	0.918	DRS
755	3	660089	442853	0.697	0.704	0.989	IRS	0.707	0.985	DRS
6600	3	621940	165847	0.833	0.884	0.942	IRS	0.869	0.958	IRS
6140	3	609430	351301	0.842	0.842	1.000	IRS	0.844	0.998	DRS
5999	3	588118	102767	0.964	1.000	0.964	IRS	1.000	0.964	IRS
7680	3	577292	500501	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
7230	3	499870	262906	0.628	0.639	0.983	IRS	0.640	0.982	DRS
561	3	488479	366053	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
9020	3	487674	384896	0.642	0.648	0.991	DRS	0.699	0.918	DRS

Nr	GR	1000 DKK		K	Inputorienterede efficiencimål			Outputorienterede efficiencimål		
		aktiver	indskud		W_i	S_i	Z_i^*	W_o	S_o	Z_o^*
6860	3	456946	280991	0.527	0.595	0.886	IRS	0.545	0.967	IRS
7930	3	453352	310995	0.819	0.826	0.992	IRS	0.825	0.993	DRS
9261	3	432747	310491	0.589	0.602	0.977	IRS	0.610	0.965	DRS
9740	3	419634	310802	0.940	0.975	0.965	DRS	0.977	0.962	DRS
7800	3	418089	305549	0.623	0.626	0.995	DRS	0.645	0.966	DRS
7370	3	411082	293285	0.559	0.573	0.975	IRS	0.568	0.984	DRS
9070	3	396165	241497	0.607	0.674	0.901	IRS	0.607	0.999	IRS
9682	3	385457	305811	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
8117	3	343411	131105	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
7990	3	317570	241703	0.843	0.886	0.951	IRS	0.867	0.972	IRS
6220	3	310414	239968	0.867	0.872	0.995	IRS	0.875	0.991	DRS
5426	3	297255	220445	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
9033	3	292506	170892	0.902	1.000	0.902	IRS	1.000	0.902	IRS
5410	3	282185	93241	0.563	0.766	0.735	IRS	0.659	0.854	IRS
9022	3	256812	179152	0.822	0.982	0.837	IRS	0.974	0.844	IRS
9044	3	255221	167338	0.642	0.708	0.907	IRS	0.663	0.969	IRS
9298	3	246389	128691	0.693	0.813	0.852	IRS	0.750	0.924	IRS
9551	3	234965	170859	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
6420	3	234408	121505	0.993	1.000	0.993	IRS	1.000	0.993	IRS
9797	3	232861	190162	0.654	0.680	0.962	IRS	0.655	0.998	IRS
6090	3	228168	153980	0.445	0.474	0.939	IRS	0.445	1.000	DRS
9201	3	223973	168945	0.464	0.603	0.770	IRS	0.476	0.976	IRS
9827	3	216300	160840	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
7500	3	214011	144834	1.000	1.000	1.000	IRS	1.000	1.000	CRS
9824	3	200592	154835	0.637	0.741	0.859	IRS	0.659	0.966	IRS
9048	3	195878	115575	0.561	0.787	0.713	IRS	0.666	0.843	IRS
9388	3	193552	144652	0.806	0.806	1.000	IRS	0.806	1.000	IRS
7790	3	191889	134977	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
9690	3	178304	147385	0.932	0.959	0.972	IRS	0.933	0.999	DRS
9695	3	177860	127392	0.768	1.000	0.768	IRS	1.000	0.768	IRS
9231	3	159710	122086	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
9307	3	151836	117685	0.573	0.829	0.691	IRS	0.710	0.807	IRS
9313	3	149842	86289	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
537	3	148108	105176	0.623	0.951	0.655	IRS	0.851	0.732	IRS
9283	3	146783	113502	0.870	1.000	0.870	IRS	1.000	0.870	IRS
9212	3	134970	110221	0.999	1.000	0.999	IRS	1.000	0.999	IRS
847	3	132342	108232	1.000	1.000	1.000	CRS	1.000	1.000	CRS
9025	3	121442	92527	0.664	1.000	0.664	IRS	1.000	0.664	IRS
9312	3	111048	78908	0.601	0.947	0.634	IRS	0.849	0.707	IRS
9684	3	109128	83240	0.622	0.990	0.628	IRS	0.817	0.762	IRS

Anmærkning: Stordriftsforhold (Z_i^* og Z_o^*) indikeres som CRS (kontant skalaafkast), DRS (aftagende skalaafkast) eller IRS (stigende skalaafkast). Variablen GR angiver pengeinstituttets placering i henhold til Finanstilsynets gruppering, vist i tabel 7.2 og Nr er pengeinstituttets registreringsnummer.

Kapitel 8

Stordriftsfordele, skalaantagelser og efficienstab

I dette kapitel videreføres analysen fra det foregående kapitel, idet der foretages en udvidelse på tre områder: der indføres en alternativ skalaantagelse, der defineres et mål for optimal størrelse, og sektorens samlede tab som følge af inefficent produktion beregnes.

De sædvanlige skalaantagelser i empiriske analyser, VRS og CRS, besidder, som diskuteret i kapitel 7, hver for sig ulemper, når de anvendes til modellering af den danske pengeinstitutsektors teknologi. Derfor introduceres for det første en ny referenceteknologi, den såkaldte Koopmans-teknologi, og resultater heraf sammenlignes med VRS- og CRS-resultater. For det andet defineres der et intervaludtryk for optimal skalastørrelse, og graden af stordriftsfordele i sektoren vurderes. Endelig vises det, hvorledes sektorens samlede økonomiske tab som følge af inefficent produktion kan beregnes under hensyntagen til både Farrell-inefficiens og yderligere besparelspotentiale¹ som følge af slack i LP-problemerne.

Samtidig ændres modelspecifikationen således, at garantiprovision ikke indgår i outputvektoren, og husleje ikke indgår i inputvektoren. Desuden ændres analyseperioden til 1991. På baggrund af metodernes robusthed (jf. afsnit 7.3.5), forventes disse ændringer ikke at have stor betydning for udsagn om stordriftsspekter etc.

¹Beregningerne af sektorens tab som følge af inefficent produktion er blandt andet motiveret af en diskussion i *Ugebrevet Mandag Morgen* nummer 44, den 13. december 1993; nummer 6, den 7. februar 1994 samt nummer 8, den 21. februar 1994, hvor det blev anslået, at de danske pengeinstitutter skulle reducere deres årlige omkostninger med omkring 2 milliarder kroner, hvis de skulle forrente den investerede kapital rimeligt. Se desuden lignende synspunkter hos Bartholdy (1991), Wedel-Heinen (1994) samt Økonomiministeriet (1994).

I afsnit 8.1 introduceres Koopmans-teknologien, som er en teknologi, der er kendetegnet ved en bestemt form for ikke-stigende skalaafkast. I afsnit 8.2 udvides LP-modellen til også at bestemme det yderlige besparelspotentiale, der udgøres af slack i inputrestriktionerne. I afsnit 8.3 introduceres begrebet 'mest produktive størrelse', og der defineres et intervalmål herfor. Endeligt beskrives datasættet i afsnit 8.4, de empiriske resultater præsenteres i afsnit 8.5, og der gives afsluttende bemærkninger i afsnit 8.6.

8.1 Koopmans-teknologien

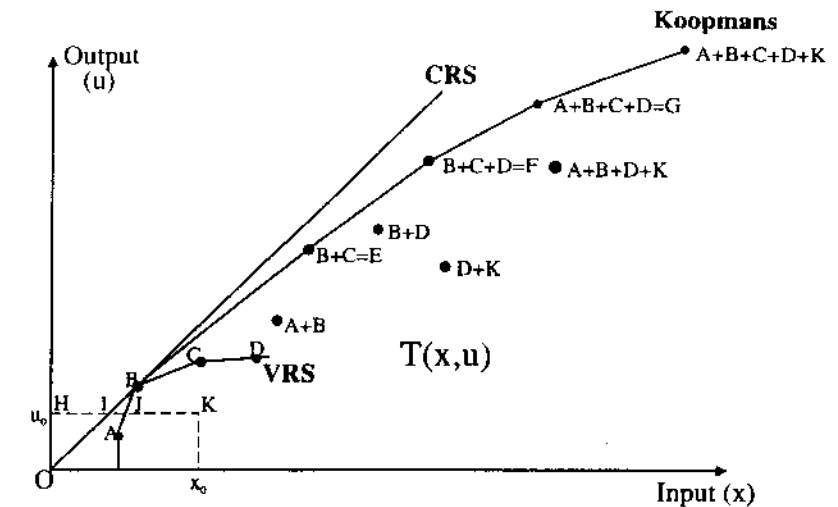
I en artikel, der fokuserede på referenceteknologiens betydning for efficiensmåling, opererede Grosskopf (1986) udover de sædvanlige skalaantagelser CRS, NDRS og NIRS (jf. afsnit 3.9) også med en alternativ version af ikke-aftagende skalaafkast. Den alternative teknologi blev tilskrevet Koopmans (1977) og er derfor siden (f.eks. Färe og Primont 1993) blevet refereret til som en Koopmans-teknologi, men både empirisk og teoretisk har denne teknologispecifikation indtil videre haft ret lille betydning².

Figur 8.1 og 8.2 illustrerer de grundliggende ideer og sammenhænge mellem Koopmans-teknologien og de sædvanlige (jf. kapitel 3) teknologispecifikationer i $M=N=1$ tilfældet. De to figurer viser de samme observationer, men figur 8.2 viser kun et udsnit af figur 8.1.

Antag, at der observeres produktionsplaner, (x, u) , for enhederne A, B, C, D og K. Den efficiente rand er under antagelser af VRS udspændt af EABCD samt linjen fra D, mens den efficiente rand er strålen gennem B, hvis randen er kendetegnet ved CRS. Enheden K, der skal evalueres, producerer u_0 ved anvendelse af x_0 . Bruttoskalaefficiensen, $K(u^0, x^0)$, for enhed K måles som HI/HK , mens den inputorienterede tekniske efficiens, $W_i(u^0, x^0)$, for enhed K måles i forhold til VRS randen som HJ/HK . Som sædvanligt bestemmes den inputorienterede skalefficiens, $S_i(u^0, x^0)$, geometrisk som HI/HJ .

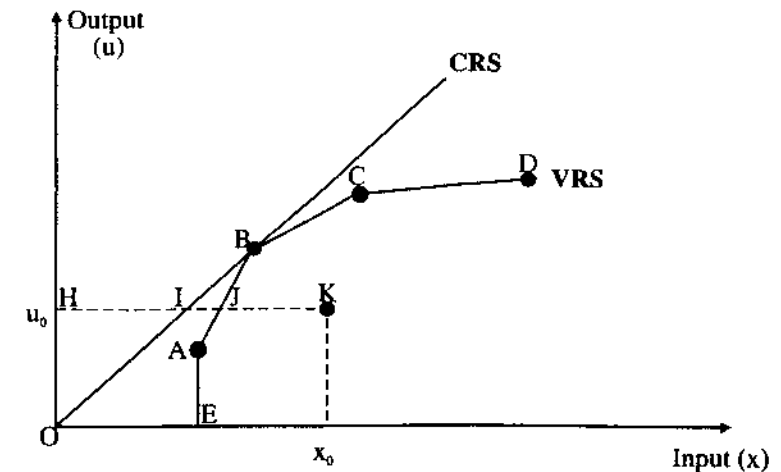
Koopmans-teknologien, der også (jf. Grosskopf 1986) kan opfattes som en NIRS-teknologi, indeholder alle additioner af observerede enheder samt kon-

²Siden Grosskopf (1986) introducerede Koopmans-teknologien indenfor rammerne af DEA, har Koopmans-teknologien været anvendt til at konstruere diversificerede virksomheder som en kombination af specialiserede virksomheder (Färe, Grosskopf og Lovell 1994), virksomheder med flere produktionsanalæg (Färe og Primont 1988, 1993) samt til at beskrive industrikapaciteten (jf. Färe, Grosskopf og Li 1992, appendiks). Se desuden Färe (1988a) samt Färe (1986, note 3).



Figur 8.1

Illustration af den efficiente rand for VRS-, CRS- og Koopmans-teknologien.



Figur 8.2

Illustration af den efficiente rand (udsnit af figur 8.1) for VRS- og CRS-teknologien samt de dertil svarende radiære Farrell efficiensmål.

vekse kombinationer heraf. Den efficiente rand er i Koopmans tilfældet OBEFG, og i forhold hertil defineres et radiært (Farrell-inspireret) efficiensmål, som betegnes *Koopmans inputefficiens*, $L_i(u^0, x^0)$. Geometrisk kan $L_i(u^0, x^0)$ på samme måde som de to andre radiære efficiensmål bestemmes som HI/HQ, hvor Q er projektpunktet på den efficiente rand for Koopmans-teknologien. I figurene 8.1 og 8.2 er $Q=I$, hvorfor $L_i(u^0, x^0) = K(u^0, x^0)$. Den geometriske fortolkning af efficiensmålene kan som sædvanligt uden problemer generaliseres til flere dimensioner.

I forhold til den klassiske NIRS-teknologi beregnes som vist i kapitel 4 også et radiært efficiensmål, $W_i^*(u^0, x^0)$, som vi her ikke giver en særskilt økonomisk fortolkning, men som derimod vil blive anvendt ved fortolkningen af skalaefficiensen. Ved ikke at give $W_i^*(u^0, x^0)$ en særskilt fortolkning følges hovedparten af litteraturen. Se Chambers (1989) for en undtagelse.

Koopmans-teknologien afviger fra CRS teknologien ved at intensitetsvariablene begrænses til at ligge mellem 0 og 1 fremfor blot at være ikke-negative. På denne måde opfylder teknologien "additivitet" i Färe, Grosskopf og Lovell's (1994, afsnit 10.4; se også Färe og Primont 1993) forstand. Det betyder i hovedtræk, at hvis $(u_i, x_i), i = 1, 2, \dots, K$ observeres, så er $(\sum_{i=1}^K z_i u_i, \sum_{i=1}^K z_i x_i), 0 \leq z_i \leq 1$, en realiserbar produktionsplan. Da $\sum_{i=1}^K z_i \leq 1 \Rightarrow z_k \in [0, 1] \forall i$, indeholder Koopmans-teknologien som, anført af Grosskopf (1986), den klassiske NIRS-teknologi, jf. (3.53) på side 50, samt dens radiære sammentrækning.

I forhold til Koopmans-teknologien beregnes den inputorienterede Koopmans efficiens, $L_i(u^0, x^0)$, for hver enhed (x^0, u^0) som løsning til det lineære program:

$$L_i(u^0, x^0) = \min \lambda \quad (8.1)$$

$$\text{u.b.b. } zM \geq u^0 \quad (8.2)$$

$$zN \leq \lambda x^0 \quad (8.3)$$

$$z_i \leq 1 \quad (8.4)$$

$$z \in \mathbb{R}_+^K \quad (8.5)$$

$$\lambda \in \mathbb{R}_+ \quad (8.6)$$

Sammenhængen mellem de radiære inputorienterede efficiensmål, der diskuteres i dette afsnit, er som vist af Grosskopf (1986):

$$0 < W_i(u^0, x^0) \leq W_i^*(u^0, x^0) \leq L_i(u^0, x^0) \leq K(u, x) \leq 1.$$

Der kan defineres et tilsvarende mål, $L_o(x^0, u^0)$, for *outputorienteret Koopmans efficiens*, og der vil gælde en lignende sammenhæng mellem de outputorienterede efficiensmål.

I DEA-litteraturen anbefales det sædvanligvis³ at vejen til efficiens lettes for de inefficiete enheder, dvs. $k \notin V$, hvis de tager ved lære af de efficiente enheder i Ref_k , da disse enheder er "most like the units being evaluated" (Charnes *et al* 1985, p. 109). Det skal bemærkes, at denne fortolkning af referencemængden ikke holder for Koopmans-teknologien, fordi de inefficiete enheder, herunder den evaluerede enhed selv, kan indgå i referencemængden. Hvorledes denne situation opstår, ses af figur 8.1, hvor observation C evalueres som inefficiet i Koopmans tilfældet i forhold til en referenzenhed, der bla. er konstrueret af C.

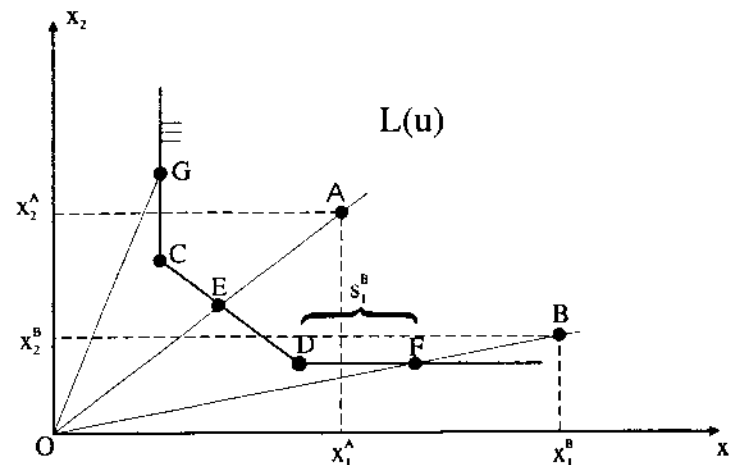
8.2 Beregning af sektorens reduktionspotentiale

Inefficiens betyder enten, at output kan øges uden at øge input eller, at input kan reduceres uden at reducere output. Det er den konkrete problemstilling, der bestemmer, om inefficiensen skal fortolkes i input- eller i outputrummet. I dette kapitel anvendes inputorienterede efficiensmål, fordi det for pengeinstitutterne anses for den mest realistiske vej til et mere hensigtsmæssigt forhold mellem input og output.

Sektorens totale potentiale for reduktion i input beregnes som summen af de enkelte enheders reduktionspotentiale, hvis de skal operere lige så efficient, som de mest efficiente pengeinstitutter i sektoren. Det enkelte pengeinstitut, der opererer ved (x^0, u^0) , kan for det første reducere input proportionalt, hvilket udtrykkes ved de radiære efficiensmål, der blev beregnet i kapitel 7. Dernæst vil det ofte også være muligt at reducere forbruget i nogle yderligere dimensioner, jf. afsnit 4.6. Denne yderligere reduktion vil i forbindelse med DEA sædvanligvis blive betegnet som *slack* (f.eks. Kittelsen og Førsund 1992; Lovell 1993; Charnes og Cooper 1985), fordi det ikke-radiære reduktionspotentiale er relateret til slack i de lineære programmer.

³Se for eksempel Bell og Morey (1994b), som udvælger potentielle benchmarking partnere for rejsebureauer fra referencemængden samt Thanassoulis (1994a), der i en analyse af det engelske politikorps anvender information fra referencemængden til at gøre DEA-resultaterne mere intuitivt forståelige. Se desuden Bowlin (1986), Lewin og Morey (1981), Charnes *et al* (1985), Ganley og Cubbin (1992), Epstein og Henderson (1989), Charnes *et al* (1989) samt Thanassoulis, Dyson og Foster (1987).

Figur 8.3 illustrerer i inputrummet for fastholdt output, hvorledes reduktionspotentialet fordeles på de to komponenter, radiær reduktion og slackreduktion. A, B, C og D er observerede produktionsplaner, og input-isokvanten, som udgør den efficiente referenceteknologi for den radiære reduktion, er linjestykket CD samt den lodrette og vandrette udvidelse heraf. Produktionsplanerne C og D er efficiente, mens A og B er inefficente.



Figur 8.3: Den efficiente teknologi i inputrummet for N=2

Virksomheden A med inputkombinationen (x_1^A, x_2^A) tildeles en efficiensscore - W_i , K eller L_i afhængigt af skalaantagelsen - som måles ved en proportional reduktion af x_1^A og x_2^A til punktet E på $\text{Eff } L(u)$. B, som anvender inputkombinationen (x_1^B, x_2^B) er også inefficent og tildeles en radiær efficiensscore ved proportional reduktion til punktet F på $\text{Isoq } L(u)$. Imidlertid domineres F af punktet D, hvilket betyder, at det er muligt at reducere input x_1 yderligere og stadig forblive inden for produktionsmulighedsområdet. Denne yderligere reduktion udgøres af slack i x_1 og til, at referencenheden D er placeret på $\text{Eff } L(u)$. Se også Kittelsen og Førsund (1992).

Implementering

I kapitel 7 blev der beregnet radiære efficiensmål ved løsning af LP-problemer. I det inputorienterede tilfælde blev der herved bestemt en kunstig eller syntetisk

(“virtuel”) referenceenhed (z^N, z^M) , der mindst producerer outputvektoren u_0 , og hvis inputforbrug mindst er $(1 - E) \times 100$ procent mindre end x_0 , hvor $E = K(x_0, u_0)$ under antagelse af CRS, $E = L_i(u_0, x_0)$ i Koopmans tilfældet og $E = W_i(u_0, x_0)$ under antagelse af VRS.

De radiære efficiensmål angiver den proportionale reduktion af input, indtil mindst én af begrænsningerne i $z^N \leq \lambda x^0$ er bindende, og den dertil svarende slackvariabel er 0. Hvis der herefter er yderligere slack knyttet til andre input, er det imidlertid også muligt at reducere inputforbruget svarende til slack'et.

For at bestemme den samlede reduktion af input anvendes en to-trins procedure (jf. Ali og Seiford 1993), hvor den proportionale reduktion beregnes i det første trin og slack-eliminationen i andet trin. Det første trin, der bestemmer den radiære komponent svarer til de sædvanlige LP programmer, der blev anvendt i kapitel 7, mens det andet trin i CRS-tilfældet består af følgende LP-problem:

$$\max \left[\sum_{m=1}^M s_m^u + \sum_{n=1}^N s_n^z \right] \quad (8.7)$$

$$\text{u.b.b. } z^M + s^u = u^0 \quad (8.8)$$

$$z^N + s^z = K(x_0, u_0)x^0 \quad (8.9)$$

$$z \in R_+^K \quad (8.10)$$

$$s^z \in R_+^N, \quad s^u \in R_+^M. \quad (8.11)$$

I dette LP-problem er $K(x_0, u_0)$ bestemt i trin 1 og er således ikke en variabel. LP-problemet bestemmer dels reduktionen af input, $s^z = (s_1^z, s_2^z, \dots, s_n^z, \dots, s_N^z)$, der er mulig efter at den radiære reduktion i input er foretaget og dels et slack, $s^u = (s_1^u, s_2^u, \dots, s_m^u, \dots, s_M^u)$ i outputvektoren.

Under antagelse af VRS bestemmes s_0^z og s_0^u på tilsvarende måde blot ved at erstatte $K(x_0, u_0)$ med $W(x_0, u_0)$ i (8.9) samt ved at tilføje restriktion (4.12) til det lineære program; og i Koopmans-tilfældet bestemmes slack ved at substituere $L_i(u_0, x_0)$ for $K(u_0, x_0)$.

Denne to-trins procedure stemmer overens med Lovells (1993, side 14) forslag om, at teknisk efficiens og slack skal rapporteres hver for sig og ikke sammenfattes i ét fælles ikke-radiært mål. Proceduren er i sin grundidé identisk med Ali og Seiford's (1993) procedure samt Charnes og Coopers (1985, side 68) og Maindirattas (1990, note 7) forslag. Endvidere er proceduren relateret til to-trins proceduren, implementeret i Førsund og Hjalmarssons DEA-program⁴

⁴Se også Kittelsen og Førsund (1992, appendiks A) samt Torgersen, Førsund og Kittelsen (1994). Førsund, Hjalmarsson m.fl. anvender i første trin Charnes, Cooper, Golany, Seiford og Stutz's (1985)

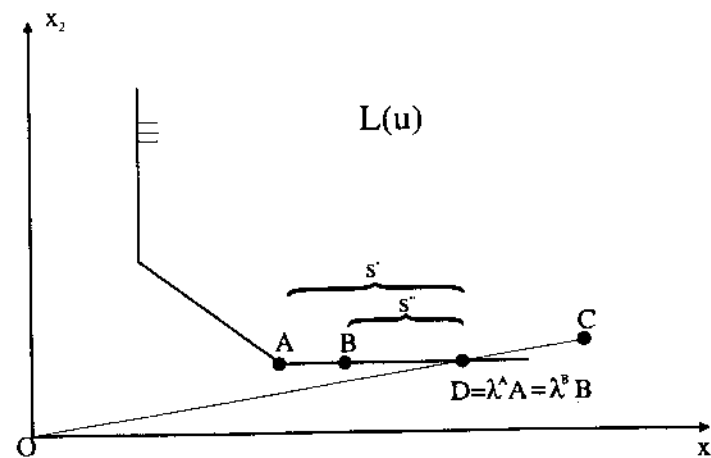
Den optimale løsning bestemmer som anført også slack i restriktion (8.8). Afhængigt af de konkrete omstændigheder kan s'' fortolkes som potentialet for yderligere produktion, men da der i denne analyse fokuseres på inputorienteret efficiens, dvs. vi opfatter output som eksogent, ignoreres s'' . Det vil være et spørgsmål om fortolkningen af resultaterne, hvordan slack i henholdsvis input og output skal behandles. Nogle forfattere (f.eks. Ganley og Cubbin 1992, kapitel 2; Lewin og Morey 1981) justerer også output, når de optimale slack-variabler er ikke-negative, men da vi i denne analyse opfatter outputvektoren som eksogen, foretrækkes det at fortolke output-slack som en ekstra ledig kapacitet, der ikke inddrages i beregningen af besparelspotentialet.

Färe and Lovell (1978) viste, at enheder kunne blive evalueret som efficiente i henhold til LP-modellerne i kapitel 7 uden at være Pareto-Koopmans efficiente (jf. afsnit 4.6). Dermed er Farrell-efficiens ikke ensbetydende med at enhederne er placeret på Shephards (1970, side 13) efficiente delmængde af produktionsteknologien. Det betyder for inputrummet i CRS tilfældet, at

og analogt i VRS og Koopmans tilfældene. Vi kan med andre ord generelt forvente at finde $s^u \neq 0$ eller $s^x \neq 0$ hos enheder, der betegnes som "efficiente".

Ved bestemmelse af de radiære efficiensmål løses LP problemer med ulighedsrestriktioner. Hermed indgår der implicit slack-variable i den optimale løsning, men ligesom løsningen af LP problemet ikke bestemmer en entydig intensitetsvektor $\{\lambda\}$, bestemmes der heller ikke en entydig slack-vektor i fase 1. Problemstillingen illustreres i figur 8.4, hvor A, B og C er observerede enheder. Både A og B er Farrell-efficiente, mens C evalueres som inefficent i forhold til referencenheden D. Imidlertid kan D både konstrueres som $\lambda^A A$ og $\lambda^B B$, hvor $\lambda^A \neq \lambda^B$, eller som en linearkombination af A og B. Simplexalgoritmens

DEA-model til simultant at bestemme slack i input og output for Pareto-Koopmans efficiente enheder. I andet trin af Kittelsen og Førsunds procedure bestemmes et radiært efficiensmål givet slack-vektorene bestemt i første trin. Efficiensmålene bestemt ved Førsund og Hjalmarsson procedure svarer til målene, der bestemmes i dette kapitel, men referenceenhederne er generelt ikke de samme, og dermed er de optimale vægte $\{\lambda_i\}$ heller ikke de samme.



Figur 8.4: Illustration af bestemmelsen af slack i fase 1 og 2

slack i fase 1 vil svarende hertil heller ikke være entydigt bestemt, mens den slackvariabel, der rapporteres i fase 2, under alle omstændigheder er entydig⁵.

Potentialet for reduktion af input x_n er for den enkelte virksomhed $(1 - E)x_n + s_n^x$, mens hele sektorens reduktionspotentiale findes ved summation over alle enheder i sektoren. Generelt kan reduktionspotentialet i de enkelte input ikke adderes, da det måles i forskellige enheder, men da alle input i denne analyse måles i DKK, er det muligt at addere reduktionspotentialet til et samlet udtryk.

Det er næppe hensigtsmæssigt at forestille sig, at den her anvendte procedure til bestemmelse af efficienstab - eller andre lignende procedurer for dens sags skyld - er generelt anvendelige. Derimod er det nødvendigt meget nøje at overveje, hvordan beregningerne skal udføres i den aktuelle situation, og hvilke fortolkninger der er holdbare. Hvis måleenheder for input eller output ændres, vil formen af den efficiente rand ændres; men enhedernes klassifikation som efficiente eller inefficente ændres ikke. Det er den egenskab, der henvises til, når Charnes og Cooper (1985) samt andre refererer til, at DEA-modeller er enhedsinvariante. Derimod kan ændringer i måleenheder have betydelig indflydelse

⁵Nogle forfattere (f.eks. Charnes og Cooper 1985, side 74) adskiller denne i praksis ret usandsynlige situation (jf. Zieschang 1984b) at LP problemerne i fase 1 har alternative løsninger for $\{\lambda, s^x, s^u\}$, ved kun at kendetegne de enheder, hvor $\lambda = 1$ og $s^x = s^u = 0$ som "DEA-efficiente". Se også Charnes, Cooper og Thrall (1991, Lemma 6C) samt Charnes og Cooper (1985, teorem 2).

på projektionen i beregningernes anden fase, fordi det relative størrelsesforhold mellem slack-variable, som indgår i kriteriefunktionen, ændres.

8.3 Den mest produktive bankstørrelse

Der samler sig betragtelig interesse for at bestemme ikke blot efficienstab som følge af afvigelse fra den optimale pengeinstitutstørrelse, men også for at bestemme, hvor stort det "optimale" pengeinstitut skal være. Hvis der kun produceres et enkelt output ved anvendelse af et enkelt input, er *den mest produktive skala* (MPSS) den produktionsskala, hvor gennemsnitsproduktiviteten målt ved forholdet mellem input og output er størst. Når begrebet skal udvides til flere dimensioner, er det hensigtsmæssigt (jf. Banker 1984) at skelne mellem dels bestemmelsen af det omkostningsminimerende og/eller indtjeningsmaksimerende mix af input og output for en given adfærdsmålsætning, og dels bestemmelsen af den mest produktive skala for et bestemt mix af input og output. Det første spørgsmål kræver kendskab til relative priser og vil ikke blive berørt i dette kapitel⁶, mens det andet spørgsmål kan besvares på baggrund af den optimale løsning til LP-problemet for bestemmelse af $K(x_0, u_0)$.

Ved indførelse af MPSS-begrebet uddybede Banker (1984; se også Charnes og Cooper 1985) sammenhængen mellem konstant skalaafkast og de efficiente produktionsplaner. Mere specifikt viste Banker i det inputorienterede tilfælde, at

$$K(x_0, u_0) = 1 \Leftrightarrow (x_0, u_0) \text{ er MPSS}, \quad (8.13)$$

samt at

$$(x^*, u^*) = \left(\frac{K(x^0, u^0)x^0 - s^x}{Z^*}, \frac{u_0 + s^u}{Z^*} \right) \quad (8.14)$$

udgør en efficient kombination af input og output, der også repræsenterer den mest produktive skala for den valgte kombination. Ved anvendelse af (8.14) kan den optimale størrelse bestemmes for produktion ved den kombination af input og output, som er valgt af hvert enkelt pengeinstitut. I denne afhandling vil den mest produktive skalastørrelse imidlertid blive udtrykt ved totale aktiver, da man herved får et mere håndterbart mål. Det er desuden det begreb, der oftest anvendes for pengeinstitutters størrelse. Som en analogi til Bankers (1984)

⁶Se diskussionen af allokativ efficiens i kapitel 4.

MPSS-begreb, defineres her den mest produktive skalastørrelse for pengeinstituttet, der producerer ved (x_0, u_0) , som referencepengeinstituttets samlede aktiver, hvilket beregnes som:

$$TA_0^* = \frac{\sum_{i=1}^K z_i TA_i}{Z^*}, \quad (8.15)$$

hvor TA_i er pengeinstitut i 's aktiver.

Da TA_0^* beregnes på grundlag af $\{z_i\}$, er entydighed på samme måde som tidligere anført ikke garanteret, og der skal derfor foreslås en intervalkarakteristik af den mest produktive skalastørrelse. Denne definition kan opfattes som en analogi til Banker og Thralls (1992) karakteristik af den mest produktive skala. Ideen er, at der bestemmes en øvre og en nedre grænse for den mest produktive skala ved at maksimere, respektive minimere summen af intensitetsvariable under bibetingelserne, at de evaluerede enheder er projiceret radiært til randen. Den øvre grænse for MPSS findes således ved at løse følgende program for hver enhed:

$$Z_{\text{Upper}} = \max \sum_{i=1}^K z_i^U \quad (8.16)$$

$$\text{u.b.b } z^U M + s^u \geq u^0 \quad (8.17)$$

$$z^U N + s^x = K(u_0, x_0)x^0 \quad (8.18)$$

$$z^U \in \mathbb{R}_+^K, \quad (8.19)$$

hvor z^U er den optimale aktivitetsvektor i LP-programmet, der bestemmer Z_{Upper} . Den nedre grænse findes tilsvarende ved at løse:

$$Z_{\text{Lower}} = \min \sum_{i=1}^K z_i^L \quad (8.20)$$

$$\text{u.b.b } z^L M + s^u \geq u^0 \quad (8.21)$$

$$z^L N + s^x = K(u_0, x_0)x^0 \quad (8.22)$$

$$z^L \in \mathbb{R}_+^K. \quad (8.23)$$

hvor z^L er den optimale aktivitetsvektor i LP-programmet, der bestemmer Z_{Lower} . I begge programmer er $K(u_0, x_0)$ bestemt i den første fase og er derfor ikke en variabel. På den måde er skala-indikatoren defineret som et interval $[Z_{\text{Lower}}, Z_{\text{Upper}}]$, og den mest produktive skalastørrelse kan derfor tilsvarende

defineres som et interval, $[TA_{\text{Lower}}^*, TA_{\text{Upper}}^*]$:

$$TA_{\text{Lower}}^* = \frac{\sum_{i=1}^K z_i^U TA_i}{Z_{\text{Upper}}^*} \leq TA_0^* \leq \frac{\sum_{i=1}^K z_i^L TA_i}{Z_{\text{Lower}}^*} = TA_{\text{Upper}}^* \quad (8.24)$$

I konstruktionen af (8.24) er det implicit antaget, at

$$\sum_{i=1}^K z_i^U TA_i / Z_{\text{Upper}}^* \leq \sum_{i=1}^K z_i^L TA_i / Z_{\text{Lower}}^* \quad (8.25)$$

Men dette er ikke en konsekvens af optimeringen men derimod den relation, der er mest sandsynlig, når man tager hensyn til sammenhængen mellem pengeinstitutternes totale aktivmasse og størrelsen af deres input og output. Hvis (8.25) ikke holder, skal uligheden (8.24) vendes, og TA_{Lower}^* ombyttes med TA_{Upper}^* .

8.4 Data

I dette kapitel omfatter analysen pengeinstitutterne i grupperne 1, 2 og 3 på nær 10 pengeinstitutter, som er holdt ude fra analysen, da de afviger fra de resterende⁷. Antallet af pengeinstitutter i analysen er således $N=109$.

Pengeinstitutternes output udgøres af samlede indlån fra ikke-finansielle institutioner (u_1) samt samlede udlån (u_2). Ved frembringelsen af output antages pengeinstitutterne at anvende tre input: personaleudgifter samt vederlag til bestyrelse og direktion (x_1), afskrivninger på maskiner og inventar (x_2) samt øvrige administrationsomkostninger⁸ (x_3). I tabel 8.1 er vist summariske tal for de anvendte input og output.

⁷ Analysen omfatter ikke de 3 nyoprettede banker (Girobank A/S, KP/PBU Banken A/S og Pen-Sam Bank A/S) samt 7 banker, der som følge af specielle forhold ikke er sammenlignelige med de øvrige pengeinstitutter i sektoren (Lannung Bank A/S, Alliance Bank of Copenhagen A/S, Citicorp Investment Bank, Denmark A/S, Sankt Annæ Bank A/S, Danske Andelskassers Bank A/S og Gudme Raaschou Bankaktieselskab og Baltica Bank A/S).

⁸ De anvendte regnskabsoplysninger offentliggøres i Finanstilsynets Beretning for 1991. Definitionerne svarer til Finanstilsynets kontoinddeling på følgende måde: u_1 = passivkonto 2, u_2 = aktivkonto 4, x_1 = resultatkonto 8.1 + resultatkonto 8.2, x_2 = regnskabskonto 9.3 og x_3 = resultatkonto 8.3 + resultatkonto 10.

Tabel 8.1

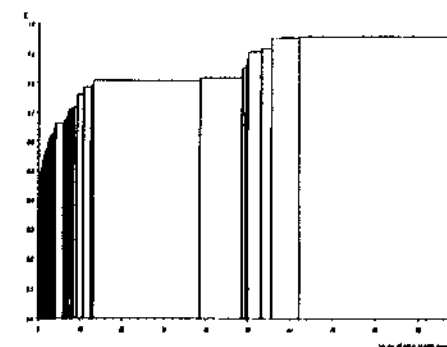
Summariske tal for input og output anvendt i analysen i kapitel 8 ($N=109$)

	Gennemsnit	Std. afvigelse	Minimum	Maksimum
x_1	133.871,67	568.694,85	1275	4.388.407
x_2	11.177,84	56.703,16	70	481.200
x_3	74.767,64	297.710,99	1149	2.188.888
u_1	4.279.930,17	18.090.291,66	70.725	140.779.228
u_2	4.606.364,03	20.111.561,71	48.034	154.456.240

Anmærkning: Alle tal angives i 100.000 DKK.

8.5 Empirisk analyse

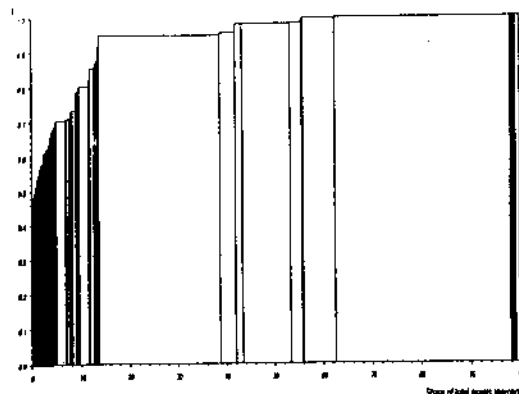
De lineære programmer løses for hvert af de 109 pengeinstitutter, og brutto skaleefficiens (K), ren teknisk efficiens (W) samt skaleefficiens (S) beregnes. Resultaterne er i CRS tilfældet summeret ved Salterdiagrammet i figur 8.5, i Koopmans tilfældet ved figur 8.6 og i VRS tilfældet ved figur 8.7.



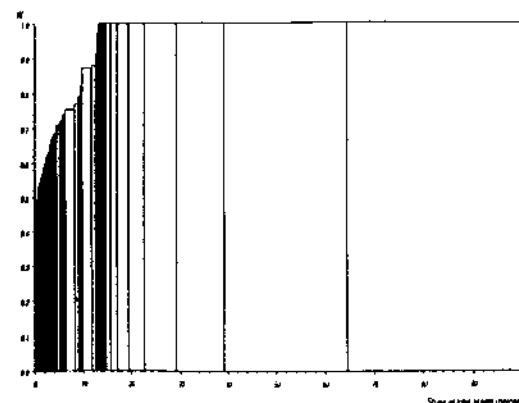
Figur 8.5

Fordelingen af bruttoskaleefficiens (K) mod andelen af sektorens totale aktivmasse

Som udgangspunkt minder fordelingen af efficiens i CRS og VRS tilfældet meget om resultaterne fra både model I og model II i det foregående kapitel (figur



Figur 8.6
Fordelingen af Koopmans efficiens (L_i) mod andelen af sektorens totale aktivmasse



Figur 8.7
Fordelingen af inputorienteret teknisk efficiens (W_i) mod andelen af sektorens totale aktivmasse

7.1, 7.2, 7.3 og 7.4). Det bemærkes dog af figur 8.7, at det kun er et antal mindre pengeinstitutter, der er fuldt efficiente under antagelse af VRS. Fordelingen af efficiensscorene i Koopmans tilfældet kan bedst beskrives som en mellemting mellem VRS og CRS.

8.5.1 Strukturel efficiens

De tre forskellige skalaantagelser kan opfattes som alternative scenarier. For at summere resultaterne beregnes, som i det foregående kapitel, et aggregeret efficiensmål $\bar{E}$, for $E \in \{K, W, L\}$, som det vægtede gennemsnit af de individuelle efficiensscore (med de samlede aktiver anvendt som vægt):

$$\bar{E} := \frac{\sum_{k=1}^K E_k TA_k}{\sum_{k=1}^K TA_k} \quad (8.26)$$

I tabel 8.2 vises disse aggregerede mål, $\bar{K}$, $\bar{W}$ og $\bar{L}$ sammen med summariske tal for de individuelle efficiensscore. De aggregerede mål beregnes både for hele datamaterialet og for de tre grupper separat.

I tabellens sidste række vises gennemsnitsbankens efficiensscore, som vi fortolker som et mål for strukturel efficiens, jf. afsnit 7.3.2.

De individuelle efficiensscore fra modellerne i dette kapitel er ikke vist, men billedet svarer nogenlunde til resultaterne fra forrige kapitel, og fortolkningen af de strukturelle og aggregerede mål er også nogenlunde uforandrede.

8.5.2 Stordrift og optimal bankstørrelse

Ved at beregne skalaindikatoren, Z^* , for hvert pengeinstitut bestemmes det, om pengeinstitutterne producerer ved konstant skalaafkast (dvs. er brutto skalaefficiente), eller om de er karakteriserede ved enten stigende eller ved aftagende skalaafkast, jf. metoden i 4.4.3.

Resultaterne af disse beregninger er, at der findes pengeinstitutter fordelt over hele størrelsesspektret, der opererer i nærheden af den optimale størrelse givet deres kombination af input og output. Pengeinstitutter, der producerer ved en for lille skala, findes som ventet blandt de mindre pengeinstitutter, mens pengeinstitutter, der producerer i for stor skala, hovedsageligt findes blandt pengeinstitutterne i gruppe 1 og 2 samt blandt de større pengeinstitutter i gruppe 3.

De brutto skalaefficiente ($K_i = 1$) pengeinstitutter producerer i den skala, som er mest efficient ved det valgte mix af input og output, mens de inefficiente pengeinstitutter ville forbedre deres efficiens ved at producere i en anden skala. I tabel 8.3 vises skalaindikatoren, Z^* , og den mest produktive skalastørrelse for det aktuelle mix af input og output, jf. definition (8.15) i afsnit 8.3. Gennemsnitsstørrelsen for pengeinstitutter i datasættet er omkring 8,7 milliarder

Tabel 8.2: Sumariske tal for aggregeret og strukturel efficiens

	Vægtet			Ikke vægtet		
	$\bar{K}$	$\bar{W}$	$\bar{L}$	$\bar{K}$	$\bar{W}$	$\bar{L}$
Hele datasættet (N=109)						
Minimum	0.3493	0.3895	0.3701	0.3493	0.3895	0.3701
Gennemsnit	0.8656	0.9652	0.9430	0.6938	0.7343	0.7052
Std. afvigelse	311.3972	297.1455	309.8011	0.1658	0.1771	0.1748
Gruppe 1 (N=2)						
Minimum	0.8094	1.0000	0.9479	0.8094	1.0000	0.9479
Gennemsnit	0.8960	1.0000	0.9779	0.8835	1.0000	0.9736
Std. afvigelse	1761.7705	0.0000	611.0592	0.1048	0.0000	0.0364
Gruppe 2 (N=10)						
Minimum	0.6610	0.7549	0.7043	0.6610	0.7549	0.7043
Gennemsnit	0.8553	0.9675	0.9447	0.8377	0.9277	0.8994
Std. afvigelse	484.2582	415.8066	490.4471	0.1084	0.1008	0.1156
Gruppe 3 (N=97)						
Minimum	0.3493	0.3895	0.3701	0.3493	0.3895	0.3701
Gennemsnit	0.7031	0.7353	0.7138	0.6750	0.7088	0.6796
Std. afvigelse	154.7063	160.7334	156.6296	0.1626	0.1683	0.1643
Efficienscorer for gennemsnitspengeinstituttet						
Efficiens	0.79984	0.84872	0.80047			

Tabel 8.3

Summariske tal for skalaindikatoren, pengeinstituttets samlede aktiver og den mest produktive skalastørrelse (N=109).

		Gennemsnit	Std. afvig.	Minimum	Maksimum
TA _i	Samlede aktiver	8.756.756,18	40.897.625,53	106919,00	339.250.000
Z*	Skalaindikator	5,4384771	19,9741175	0,1260000	129,5670000
MPSS		1.184.154,80	996.622,77	127.812,00	9.270.795,00

DKK i balance, mens den mest produktive skalastørrelse beregnes til omkring 1,2 milliarder DKK. Med en enkelt undtagelse er den beregnede MPSS for alle netputvektorer mindre end 3 milliarder

Den gennemsnitlige optimale skalastørrelse findes som nævnt ovenfor at være 1.184 millioner DKK i totale aktiver. Det dækker over, at gennemsnittet for gruppe 1 og 2 alene er 2.074 millioner DKK og for gruppe 3 alene 1.074 millioner DKK. Gennemsnitsbankens mest produktive skalastørrelse findes at være 1.737 millioner DKK i totale aktiver – eller omkring 1/5 af det aritmetiske gennemsnit af pengeinstitutternes totale aktiver.

Samlet indikerer disse resultater, at pengeinstitutterne i gruppe 1 og 2 samt en del af de større pengeinstitutter i gruppe 3 opererer ved for stor skala, mens hovedparten af pengeinstitutterne i gruppe 3 opererer ved for lille skala. De bruttoskalaeficiente pengeinstitutter findes fordelt blandt alle størrelser, og blandt de inefficiente pengeinstitutter ligger den mest produktive skalastørrelse mellem 183 millioner DKK for Interbank og 2.746 millioner DKK for Hafnia Erhvervsbank. Begge disse pengeinstitutter kan karakteriseres som nichebanker, og de er begge ret atypiske for den danske banksektor.

Blandt de pengeinstitutter, hvis aktuelle størrelse afviger mest fra den mest produktive skalastørrelse, findes Arbejdernes Landsbank, Lån & Spar Bank, Hafnia Kapitalbank og Grønlandsbanken. Disse pengeinstitutter er også på den ene eller den anden måde atypiske. Enkelte andre pengeinstitutter, hvis aktuelle størrelse afviger relativt meget fra den mest produktive størrelse, virker ikke umiddelbart atypiske; det gælder for eksempel Faaborg Sparekasse og Møns Bank.

8.5.3 Evalueringen af de store pengeinstitutter

Som anført i afsnit 7.3.6 er fordelingen af pengeinstitutternes størrelse meget skæv og en del af pengeinstitutterne evalueres derfor som efficiente under VRS, simpelthen fordi der ikke er andre pengeinstitutter at sammenligne dem med⁹. For eksempel indgår sektorens største pengeinstitut (Den Danske Bank) kun i sin egen referencemængde, og det næststørste pengeinstitut (Unibank) indgår

⁹Se også Schmid (1995), der hævder, at DEA under VRS antagelsen, ikke kan identificere teknisk efficiens korrekt i datasættets yderpunkter. Det må imidlertid fastholdes, at DEA-efficiensscoren, er den korrekte bestemmelse af Farrells (1957) tekniske efficiens og at den produktionsplan, som de 100% efficiente virksomheder har valgt, er den "bedste" måde at gennemføre produktionen for det givne mix af input og output. Problemet er snarere, at det er referenceteknologien, der defineres for snævert.

kun i referencemængden for ét enkelt andet pengeinstitut, og det er endda kun med en relativt lille vægt ($z_l = 0,034$ ved evaluering af Sydbank Sønderjylland, $l =$ Den Danske Bank). I realiteten kan det altså ikke afgøres, om de to gruppe 1 banker blot evalueres som fuldt efficiente i VRS tilfældet, fordi der ikke er nogen sammenlignelige pengeinstitutter eller om de ville få den samme efficiensvurdering, hvis de for eksempel blev sammenlignet med andre nordiske pengeinstitutter af samme størrelse (Se Bukh, Berg og Førsund 1995).

I det hele taget er det vanskeligt at sammenligne de store pengeinstitutter med resten af sektoren. De større banker udfører som følge af deres størrelse aktiviteter, som vanskeligt afspejles i de input- og outputspecifikationer, der anvendes i denne analyse – eller i andre studier af efficiens for den sags skyld. Det må der tages hensyn til ved fortolkningen af resultaterne.

Hovedforskellen på de tre scenarierne er, at i VRS-tilfældet vil pengeinstitutterne som hovedregel blive sammenlignet med pengeinstitutter på deres egen størrelse, hvorimod dette ikke gælder for CRS-tilfældet eller for Koopmans-tilfældet, der ligger midt imellem CRS og VRS. Da den danske pengeinstitutsektor domineres af pengeinstitutterne i gruppe 1 og 2, er det problematisk, at et stort antal af disse bliver evalueret som efficiente som følge af manglende sammenligningsgrundlag i VRS-tilfældet. På den anden side er det også problematisk, hvis de store pengeinstitutter i CRS-tilfældet sammenlignes med en kombination af ganske små pengeinstitutter. Resultater fra den svenske pengeinstitutsektor (Berg 1993; Berg, Claussen og Førsunds 1993) viser imidlertid, at de store pengeinstitutter ikke nødvendigvis vil klare sig dårligt i den sammenligning, så på baggrund af disse overvejelser kan det være rimeligt at lægge mest vægt på CRS-tilfældet.

I VRS-tilfældet sammenlignes de store banker hovedsageligt med pengeinstitutter af deres egen størrelse, hvilket kan virke mere rimeligt, når de store pengeinstitutter vanskeligt kan sammenlignes med de mindre. Der er stadig 8 ud af 14 pengeinstitutter i gruppe 1 og 2, der evalueres som efficiente under antagelse af VRS, men kun 2 af disse pengeinstitutter indgår mere end 2 gange i andre pengeinstitutters referencemængder.

Det er et generelt problem i mange former for analyser, at små enheder er kvalitativt forskellige fra større enheder, og en sammenligning mellem små og store enheder vil derfor, som anført af Adolphson, Cornia og Walters (1991), være påvirket heraf. I studier af banksektor-teknologi er det således oplagt, at de største pengeinstitutter udfører forskellige former for aktiviteter, som medvirker

til pengeinstitutts indtjening, men som ikke afspejles i de valgte mål for input og output.

Nogle af problemerne i relation til VRS- og CRS-antagelserne løses, når vi anvender Koopmans-teknologien. På den ene side lægges ikke restriktioner på intensitetsvariablenes sum, således som i VRS tilfældet. Det betyder, at der bliver flere muligheder for at konstruere en referenceenhed, når de store pengeinstitutter evalueres, og det samme er naturligvis tilfældet for de små pengeinstitutter. På den anden side er der krævet additivitet, hvilket bl.a. udelukker at de store pengeinstitutter sammenlignes med en skalering af små enheder. Derimod opereres i Koopmans tilfældet implicit med en antagelse om, at en succes kan gentages i samme eller mindre skala, mens efficiensen ikke kan fastholdes, hvis aktivitetsniveauet øges.

Alternativt kan referenceteknologien i Koopmans tilfældet fortolkes som en finansiell koncern - et holdingselskab - der kan eje et antal individuelle pengeinstitutter. De enkelte pengeinstitutter, der indgår i koncernen kan enten drives på samme niveau, som de observerede institutter, eller de kan reducere deres produktionsplan proportionalt. Men de kan ikke øge aktivitetsniveauet. På denne måde kan Koopmans-teknologien opfattes som en udvidelse af VRS-teknologien til at tillade holdingselskaber. En fortolkning af denne type ("Multibank holding company") blev foreslået af Färe og Primont (1993).

8.5.4 Sektorens efficienstab

De lineære programmer i afsnit 4.4.1 implementerer Farrells (1957) definition af efficiens, idet de bestemmer den proportionale (radiære) reduktion af input, der flytter en enhed, (u^0, x^0) , til den efficiente rand. Eventuelt slack i de lineære programmer for beregning af $K(u_0, x_0)$ og $W_i(u_0, x_0)$ implicerer, at det er muligt at reducere input og øge output yderligere i nogle dimensioner. I denne analyse er vi interesserede i at vurdere sektorens efficienstab som følge af, at ikke alle pengeinstitutter er lige så efficiente som de mest efficiente banker og sparekasser. Efficienstabet udgøres, som diskuteret i afsnit 8.2, af den radiære inefficiens samt af yderligere overforbrug af input (slack). Da alle input måles i kroner, er det muligt at sætte et beløb på det samlede efficienstab.

I tabel 8.4 er der foretaget en vurdering af pengeinstitutsektorens efficienstab¹⁰, d.v.s. den mulige reduktion af driftsomkostninger, hvis alle pengeinstitutter var lige så efficiente som de mest efficiente. Reduktionen er opgivet i procent af hvert enkelt input for sig, fordelt på mulig reduktion af input som følge af radiær inefficiens og reduktion ved yderligere elimination af slack i de enkelte input.

Tabel 8.4: Samlet (input) efficienstab i procent af input

		x_1	x_2	x_3
Samlede input (mill. DKK)	$\sum x_i$	1464062	121672	816026
CRS Radiær teknisk ineff.	$\sum (1 - K(x_o, u_o))x_i$	15.30%	13.68%	16.46%
Slack	$\sum s_i^+$	4.37%	23.62%	0.17%
Samlet (CRS) teknisk ineff.	$\sum [(1 - K(x_o, u_o))x_i + s_i^+]$	19.67%	37.30%	16.63%
Koopmans inefficiens	$\sum (1 - L_i(x_o, u_o))x_i$	7.40%	6.33%	8.32%
Slack	$\sum s_i^-$	0.55%	4.17%	0.33%
Total Koopmans ineff.	$\sum [(1 - L_i(x_o, u_o))x_i + s_i^-]$	7.95%	10.50%	8.64%
VRS Radiær teknisk ineff.	$\sum (1 - W_i(x_o, u_o))x_i$	5.03%	4.05%	5.75%
Slack	$\sum s_i^+$	0.36%	1.22%	0.53%
Samlet (VRS) teknisk eff.	$\sum [(1 - W_i(x_o, u_o))x_i + s_i^+]$	5.39%	5.27%	6.29%

Anmærkning: Alle summationer foretages over hele datasættet (N=109). Alle procentuelle tal er beregnet i forhold til sektorens samlede input, som er angivet i tabellens første linje.

Resultaterne, der gengives i tabel 8.4 viser, at virksomhederne i sektoren ved radiær reduktion af input kan reducere de enkelte omkostningskategorier med 4,05% - 5,75% i VRS-tilfældet. Besparelsen ved yderligere at eliminere slack er 0,36% - 1,22%. Under antagelse af CRS beregnes den potentielle radiære reduktion af input til 13,68% - 16,46%, mens besparelspotentialet ved reduktion af slack varierer fra et ubetydeligt niveau i x_3 til et meget stort besparelspotentiale på 23,62% i x_2 . Resultaterne for Koopmans-teknologien svarer stort set til VRS tilfældet bortset fra, at der er et højere slackniveau i x_2 .

Det relativt høje slack-niveau for input x_2 (afskrivninger på maskiner og inventar), kan skyldes, at enhederne i datasættet ikke er helt så homogene, som

¹⁰Beregningerne i tabel 8.4 svarer principielt til dem, som Kittelsen og Førsund (1992) foretager. Hvis man ønsker at fortolke slack-komponenten for de enkelte virksomheder, må man være opmærksom på, at de enkelte komponenter i slackvektoren vil være langt mere følsomme for fejl og afvigende observationer, end det er tilfældet for den radiære komponent.

analysemetoden forudsætter, for eksempel kan den fremhævede forskel i slack i x_2 skyldes forskelle på, om pengeinstitutterne ejer eller lejer edb, inventar mv., eller forskelle i afskrivningspraksis; men det kan også afspejle, at nogle pengeinstitutters forbrug af dette input er specielt efficient eller inefficient. I CRS tilfældet beregnes slack i x_2 til at være specielt højt; dette kan måske skyldes, at de store pengeinstitutter, der ejer maskiner og inventar, sammenlignes med en skalering af små pengeinstitutter, der ikke har foretaget store investeringer i edb mv. På denne måde indikerer det relative slack, at CRS-tilfældet måske er mindre realistisk og at modelspecifikationen er mindre egnet under disse skalaantagelser.

Der samler sig en særskilt interesse om input x_1 (vederlag til personale samt til bestyrelse og direktion). Ikke kun fordi det er den største driftsudgift, men også fordi der både i den offentlige debat og blandt ledelsernes forklaringer på de dårlige driftsresultater har været fokuseret på antallet af ansatte i pengeinstitutsektoren. For sektoren som helhed giver de summariske tal i tabellen ikke anledning til at fremhæve personaleomkostninger som en særlig årsag til inefficiens. En nærmere analyse af den potentielle besparelses sammensætning for de enkelte pengeinstitutter giver samme resultat, idet den radiære komponent for næsten alle pengeinstitutter er af større betydning end yderligere slack i x_1 . Kun et enkelt af de større pengeinstitutter, Arbejdernes Landsbank, har tilsyneladende et relativt stort overforbrug af x_1 , men dette kan skyldes, at pengeinstituttet er atypisk i forhold til de øvrige større pengeinstitutter. Hvad angår x_1 , afviser resultaterne i sig selv ikke, at der finder et overforbrug af x_1 sted for sektoren som helhed, men der er på den anden side heller ikke nogen indikation af, at det skulle være tilfældet.

Det må bemærkes, at selvom den potentielle besparelse ved reduktion af den radiære komponent er større end ved reduktion af slack, er slack-komponenterne ikke ubetydelige. Dette er væsentligt, da hovedparten af de foretagne DEA-studier kun rapporterer besparelspotentiale ved radiær reduktion af input. Det gælder ikke kun for studier inden for den finansielle sektor, men for DEA-studier i det hele taget.

De tre antagelser med hensyn til skalaafkast, som der har været opereret med i dette kapitel - CRS, Koopmans og VRS - repræsenterer tre forskellige scenarier, som imidlertid alle viser et stort besparelspotentiale i pengeinstitutsektoren. Der er dog betydelig forskel på, hvor stort besparelspotentialet er.

Under VRS varierer det samlede besparelspotentiale fra 5,27% til 6,29% i de enkelte input, og da de tre inputkategorier måles i kroner, kan det sam-

I de besparelspotentiale i datasættet findes ved at summere over antallet af observationer, K , samt antallet af input, N :

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^K [(1 - W(x_j, u_j)) x_{ij} + s_{ij}^x], \quad (8.27)$$

hvilket svarer til 1.367 millioner kroner. Under CRS-scenariet, hvor hvert enkelt pengeinstitut kan sammenlignes med en frit valgt kombination af pengeinstitutter, kan besparelspotentialet på tilsvarende vis beregnes til 4,693 milliarder kroner. Men dette beløb dækker som tidligere fremhævet over en langt større spredning i besparelspotentialet mellem de tre input, idet det varierer fra 16,63% til 37,30%. Endelig ligger besparelspotentialet i Koopmans tilfældet mellem CRS og VRS idet det er på 1,996 milliarder.

For at få større indsigt i hvorledes disse tal er sammensat, er den potentielle reduktion af input og besparelsen derved vist i tabel 8.5 fordelt på grupper. VRS-besparelsen findes hovedsagelig ved reduktion af gruppe 3 pengeinstitutternes input (1,047 milliarder DKK) og i mindre grad ved reduktion af gruppe 2 pengeinstitutternes input (319 millioner DKK). Begge bankerne i gruppe 1 er evaluerede som efficiente under antagelse af VRS; dette skyldes som tidligere antydte, at de størrelsesmæssigt ikke kan sammenlignes med de øvrige pengeinstitutter, og den kortsigtede potentielle besparelse på 1,047 milliarder DKK skal altså ses med dette forbehold.

Under antagelse af CRS kan der spares 1.143 millioner DKK blandt gruppe 3 pengeinstitutterne, 1.310 millioner DKK blandt gruppe 2 pengeinstitutterne og 2.239 millioner DKK blandt gruppe 1 pengeinstitutterne. Den potentielle besparelse i gruppe 1 kan yderligere opdeles på 1.002 millioner fra Den Danske Bank og 1.237 millioner fra Unibank. En nærmere analyse af resultaterne for Den Danske Bank afslører, at den radiære komponent er ganske lille (4,2%), og at en del af besparelsen hidhører fra slack på 46,9% i x_2 . Det drejer sig givetvis om store afskrivninger i kølvandet på fusionen et par år tidligere, samt at banken ejer hovedparten af det anvendte edb-udstyr mv. Den potentielle besparelse hos Den Danske Bank skal derfor nok justeres ned med et par hundrede millioner DKK. Den potentielle besparelse fra Unibank hidhører næsten udelukkende fra en radiær komponent på 19,1% og kun i langt mindre grad fra yderligere slack i x_2 på 11,4%.

Hovedparten af den potentielle besparelse i gruppe 2 kan henføres til et radiært potentiale fra Bikuben med 501 millioner DKK og fra Aktivbanken med

Tabel 8.5

Fordelingen af besparelspotentialet mellem radiære reduktioner og yderligere elimination af slack under forskellige antagelser om skalaafkast

Skala antagelse	Nummer			Potentiel besparelse		
	gruppe	N	x_1	x_2	x_3	100,000 DKK
VRS	1	2	0.00%	0.00%	0.00%	0
	2	10	3.67%	6.02%	4.97%	319.400
	3	97	32.00%	36.02%	30.14%	1.047.342
Koopmans	1	2	2.57%	6.18%	2.77%	375,610
	2	10	6.56%	9.33%	6.85%	511,141
	3	97	33.71%	38.96%	32.18%	1,109,718
CRS	1	2	17.04%	42.46%	12.02%	2.239.249
	2	10	18.01%	18.61%	16.06%	1.310.265
	3	97	34.59%	40.19%	33.24%	1.142.766

210 millioner DKK; den resterende besparelse i gruppe 2 er jævnt fordelt blandt de inefficiente pengeinstitutter.

De største absolutte potentielle besparelser findes blandt de største pengeinstitutter, da disse også har de største totale omkostninger. Som tidligere anført er det ikke givet, at de store pengeinstitutter er sammenlignelige med den øvrige del af sektoren. Men selv når der ser helt bort fra besparelsen fra gruppe 1 indikerer denne analyse, at der er et betragteligt besparelspotentiale både blandt pengeinstitutterne i gruppe 3 og i gruppe 2.

Når de tre antagelser om skalaafkast sammenlignes i tabel 8.5, er det bemærkelsesværdigt, at der kun er meget lille variation i det beregende besparelspotentiale for pengeinstitutterne i gruppe 3. Det betyder, at vi kan have ret stor tiltro til de beregnede tal for denne gruppe og at variationen i sektorens besparelspotentiale afspejler forskelle i evalueringen af de større – og især helt store – pengeinstitutter.

8.6 Diskussion og afsluttende bemærkninger

Der er i dette kapitel givet et bruttoskøn over efficienstabet i den danske pengeinstitutsektor som følge af, at ikke alle pengeinstitutter er lige så efficiente som de mest efficiente banker og sparekasser. Skønnet er foretaget under alternative skalaantagelser, og det årlige besparelspotentiale findes at ligge et sted mellem 1,4 milliarder DKK i VRS tilfældet og 4,7 milliarder DKK i CRS tilfældet. Det synes åbentbart, at bruttoskønnet må opfattes som en øvre grænse for det virkelige efficienstab, således at en videreudvikling af analysen kunne inddrage andre faktorer (jf. figur 1.2) afsnit 1.4, for eksempel ved anvendelse af en regressionsmodel, hvor efficiensresultaterne fra DEA-modellerne indgår som den afhængige variabel.

Selvom den proportionale/radiære efficienskomponent, Farrell-efficiensen, er af større betydning end slackkomponenten i denne analyse, så er slack på ingen måde uden betydning. Det er bemærkelsesværdigt, fordi de fleste analyser kun rapporterer den radiære komponent. I datasæt, hvor nogle input eller output kun udviser begrænset variation (f.eks. Kittelsen og Førsund 1992), kan slack relativt set være af større betydning. Det samme kan være tilfældet i andre situationer, f.eks. FDH-metoden (jf. afsnit 3.9), hvilket fremgik af Fried, Lovell og Vanden Eckauts (1993) analyse af amerikanske cooperative kreditinstitutter.

Kapitel 9

Subteknologier og intersamplemål

I afhandlingens første kapitel blev det skitseret, hvorledes variation i virksomhedernes produktivitet kan tilskrives forskellige årsager. I dette kapitel vil det inden for disse rammer blive illustreret, hvorledes det kan afgøres, om en del af forskellen i produktivitet kan skyldes, at de analyserede pengeinstitutter anvender forskellige subteknologier, d.v.s. opererer inden for produktionsmulighedsområder, der ikke er identiske. Hvis det er tilfældet, skal der tages hensyn hertil i modelleringen af pengeinstitutterne. Konkret betragtes her i kapitlet, muligheden for, at pengeinstitutternes historiske baggrund som bank eller sparekasse bestemmer deres produktionsmuligheder og hermed også både teknologiske karakteristika som skalaforhold og fordelingen af præstationer i de to grupper.

I afsnit 9.1 vises det, hvorledes subteknologier kan analyseres inden for rammerne af DEA. Herefter beskrives det datasæt, der anvendes i den empiriske analyse i afsnit 9.2, og resultaterne præsenteres i afsnit 9.3. Endeligt afrundes kapitlet i afsnit 9.4.

9.1 Subteknologier

Produktivitetsforskelle mellem virksomheder kan typisk tilskrives forskelle i teknologi, forskelle i efficiens eller forskelle i eksogene faktorer (jf. kapitel 1). Her i kapitlet ses specielt på, hvorledes man inden for rammerne af DEA kan vurdere og analysere den mulighed, at virksomhedernes produktionsmuligheder er forskellige, d.v.s. at de anvender forskellige subteknologier.

Banker og sparekasser repræsenterer historisk set to forskellige ejerskabsformer. Denne forskel afspejles i potentielt divergerende produktionsmuligheder og dermed også i teknologiske karakteristika som f.eks. stordriftsfordele. Byrnes

(1985) foreslog en metode til at teste, om de analyserede enheder opererer inden for identisk teknologi. Grundlaget for denne metode er en dekomponering af efficiensmålene i to komponenter: et separat mål inden for gruppen og et mål for forskelle mellem grupperne. En relateret metode til at teste forskelle mellem delgrupper blev foreslået af Charnes, Cooper og Rhodes (1981), men disse forfattere dekomponerede ikke det samlede efficiensmål.

Observationerne af input og output (N, M) fortolkes nu som hidværende fra H forskellige delgrupper. Delgrupperne indikeres ved toptegn h , d.v.s. datagrundlaget i gruppe h udgøres af (N^h, M^h) , $h = 1, \dots, H$. Antallet af observationer i delgruppen h angives ved P^h , $h = 1, \dots, H$, hvor $\sum_{h=1}^H P^h = P$. M , N , og z skal altså opfattes som partitioneret på følgende måde: $N = [N^1, N^2, \dots, N^h, \dots, N^H]$, $M = [M^1, M^2, \dots, M^h, \dots, M^H]$ og $z = [z^1, z^2, \dots, z^h, \dots, z^H]$.

Efficiensmålene kan beregnes separat inden for undergruppe h ved at erstatte (N, M, z) med (N^h, M^h, z^h) ved de sædvanlige (jf. afsnit 4.4.1) efficiensberegninger. Efficiensmålene beregnede for gruppe h er angivet ved K^h , W_i^h og S_i^h for henholdsvis bruttoskalaefficiens, den inputorienterede tekniske efficiens og den inputorienterede skalaefficiens inden for gruppen. For at bestemme efficiensen i CRS tilfældet, d.v.s. bruttoskalaefficiensen løses følgende LP-problem for hver af de P^h enheder i delgruppe h :

$$K^h(u^0, x^0) = \min \lambda \quad (9.1)$$

$$\text{u.b.b. } z^h M^h \geq u^0 \quad (9.2)$$

$$z^h N^h \leq \lambda x^0 \quad (9.3)$$

$$z^h \in R_+^{P^h} \quad (9.4)$$

$$\lambda \in R_+ \quad (9.5)$$

Observation (u^0, x^0) fra delgruppe h er bruttoskalaefficient, hvis $K^h(u^0, x^0) = 1$. Tilsvarende findes den inputorienterede tekniske efficiens i VRS-tilfældet ved at løse følgende LP-problem for hver af enhederne i delgruppen:

$$W_i^h(u^0, x^0) = \min \lambda \quad (9.6)$$

$$\text{u.b.b. } z^h M^h \geq u^0 \quad (9.7)$$

$$z^h N^h \leq \lambda x^0 \quad (9.8)$$

$$\sum_{i=1}^{P^h} z_i^h = 1 \quad (9.9)$$

$$z^h \in R^{P^h} \quad (9.10)$$

$$\lambda \in R_+ \quad (9.11)$$

Da LP-problemet for bestemmelse af $K(u^0, x^0)$ er identisk med LP-problemet for bestemmelse af $K^h(u^0, x^0)$, på nær antallet af søjler i de tilsvarende simplex-tabeller, følger det, at

$$0 < K(u^0, x^0) \leq K^h(u^0, x^0) \leq 1, \quad (9.12)$$

og tilsvarende under antagelse af VRS er

$$0 < W_i(u^0, x^0) \leq W_i^h(u^0, x^0) \leq 1. \quad (9.13)$$

Forskellen mellem delgrupperne vil blive defineret for enheder, der opererer efficient inden for delteknologiens, d.v.s. ejerskabets, begrænsninger. Under antagelse af VRS bestemmes efficiente inputvektorer ved at reducere inputanvendelsen med $(1 - W_i^h(u^0, x^0)) \times 100\%$, mens efficiente inputvektorer i forhold til den samlede teknologi bestemmes ved at reducere input med $(1 - W_i(u^0, x^0)) \times 100\%$. Derfor defineres et mål for teknologiforskel under VRS som:

$$WI(u^0, x^0) = W_i(u^0, x^0) / W_i^h(u^0, x^0), \quad (9.14)$$

og tilsvarende defineres teknologiforskel under CRS, $KI(u^0, x^0)$ for observation (u^0, x^0) som (jf. Byrnes 1985):

$$KI(u^0, x^0) = K(u^0, x^0) / K^h(u^0, x^0). \quad (9.15)$$

Målene for teknologiforskel, $KI(u^0, x^0)$ og $WI(u^0, x^0)$, udtrykker afstanden mellem den gruppenspecifikke efficiente produktionsteknologi og den fælles efficiente teknologi. Da $W_i \leq W_i^h$ er $WI \leq 1$, og da $K \leq K^h$ er $KI \leq 1$.

I analogi med (9.14) og (9.15) er det nærliggende at definere et mål for forskellen i inputorienterede skalaefficiens mellem den gruppenspecifikke teknologi og den fælles teknologi, $SI(u^0, x^0)$ for observation (u^0, x^0) fra delgruppe h (jf. Byrnes 1985), som:

$$SI(u^0, x^0) = S_i(u^0, x^0) / S_i^h(u^0, x^0). \quad (9.16)$$

Men da skalaefficiens er et afledt mål (jf. kapitel 4), kan SI ikke umiddelbart relateres til placeringen af den fælles rand i forhold til den gruppenspecifikke

rand, og SI kan derfor ikke gives en fortolkning analog til fortolkningen af KI og WI.

Som alternativ til (9.16) kan SI også bestemmes analogt til Färe, Grosskopf og Lovells (1985) skalaefficiens som:

$$SI(u^0, x^0) = KI(u^0, x^0) / WI(u^0, x^0). \quad (9.17)$$

Bemærk, at der generelt hverken kan siges noget om størrelsesforholdet mellem S_i eller S_i^h eller mellem KI og WI.

Definitionen af $KI(u^0, x^0)$ i (9.15) er udgangspunkt for dekomponeringen af den samlede bruttoskalaefficiens $K(u^0, x^0)$ til komponenterne:

$$K(u^0, x^0) = KI(u^0, x^0) \times K^h(u^0, x^0) \quad (9.18)$$

og ligeledes for den samlede inputorienterede efficiens $W_i(u^0, x^0)$:

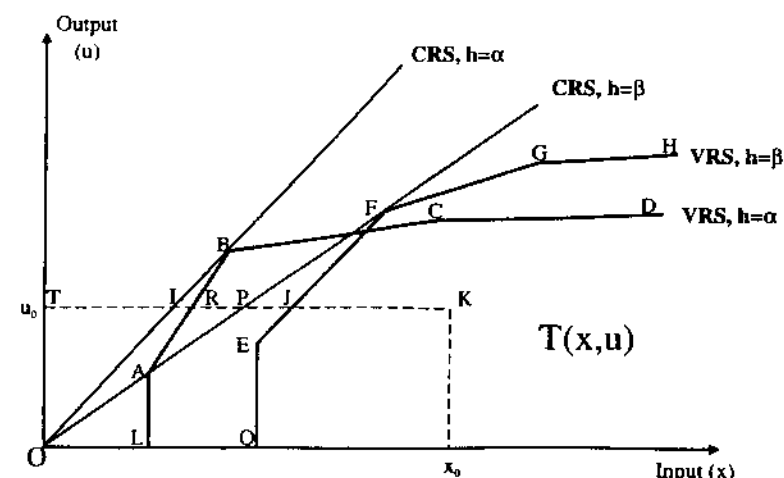
$$W_i(u^0, x^0) = WI(u^0, x^0) \times W_i^h(u^0, x^0). \quad (9.19)$$

Som et alternativ til den traditionelle dekomponering vist i kapitel 4 kan der ved anvendelse af (9.18) og (9.19) foretages en 4-vejsdekomponering af bruttoskala-efficiensen:

$$\begin{aligned} K(u^0, x^0) &= W_i(u^0, x^0) \times S_i(u^0, x^0) \\ &= KI(u^0, x^0) \times W_i^h(u^0, x^0) \times S_i^h(u^0, x^0) \\ &= WI(u^0, x^0) \times W_i^h(u^0, x^0) \times SI(u^0, x^0) \times S_i^h(u^0, x^0). \end{aligned} \quad (9.20)$$

Denne dekomponering af bruttoskalaefficiensen mellem grupperne illustreres i figur 9.1. Det antages, at der observeres produktionsplaner (x^k, u^k) for enhederne A til H samt K. Enhederne antages endvidere at kunne henføres til de teknologiske subgrupper α og β , således at $A, B, C, D \in \alpha$ og $E, F, G, H, K \in \beta$. For subgruppe β er den efficiente rand, under antagelse af CRS, strålen gennem F, og under antagelse af VRS er den efficiente rand QEFGH. Tilsvarende er den efficiente rand for delgruppe α , under antagelse af CRS, strålen gennem B, og under antagelse af VRS er den efficiente rand LABCD. Den efficiente rand for den fælles teknologi findes som LABFGH under VRS og under CRS som strålen gennem B. Den efficiente teknologi er under CRS altså sammenfaldende for gruppe α og den samlede gruppe. Enheden F er efficient, både under antagelse af VRS og CRS, når den vurderes i forhold til teknologien for subgruppe α , men

når F vurderes i forhold til den fælles teknologi, er enheden kun efficient i VRS-tilfældet. Enheden K er både under CRS og VRS inefficiet vurderet i forhold til den gruppe-specifikke teknologi, og derfor er K også inefficiet i forhold til den fælles teknologi, jf. (9.12) og (9.13). Det samlede bruttoskalaefficiensmål, $K(u^0, x^0)$, for banken opererende ved $K = (u^0, x^0)$ er målt som TI/TK . Bruttoskalaefficiensmålet inden for gruppen β , $K^\beta(u^0, x^0)$ er målt som TP/TK . Den rene teknisk inputorienterede efficiens for enhed K kan i forhold til den fælles teknologi findes som $W_i(u^0, x^0) = TR/TK$, mens den tekniske efficiens inden for gruppe β er $W_i^\beta(u^0, x^0) = TJ/TK$. Ud fra disse betragtninger findes den rene inputorienterede efficiens som TI/TR samt den inputorienterede efficiens inden for gruppe β , $S_i^\beta(u^0, x^0)$ som TP/TJ .



Figur 9.1

Illustration af dekomponeringen af bruttoskalaefficiens ved opsplitning af teknologien i subteknologier

Fra (9.15) er målet for teknologiforskel under CRS bestemt ved: $KI(u^0, x^0) = K(u^0, x^0) / K^\beta(u^0, x^0) = (TI/TK) / (TP/TK) = TI/TP$, og tilsvarende er målet for

teknologiforskel under VRS ud fra (9.14) $WI(u^0, x^0) = W_i(u^0, x^0)/W_i^{\beta}(u^0, x^0) = (TR/TK)/(TJ/TK) = TR/TJ$. Det er nu muligt at finde målet for skaleefficiens forskel fra (9.16) eller (9.17). Fra (9.17) findes $SI(u^0, x^0)$ som $KI(u^0, x^0)/WI(u^0, x^0) = (TI/TP)/(TJ/TR)$. Igen kan den geometriske fortolkning generaliseres til flere dimensioner af input og output.

Det bør bemærkes, at mens $KI(u^0, x^0) = 1 \Leftrightarrow K(u^0, x^0) = K^h(u^0, x^0)$, indikerer dette ikke, at enheden, der producerer ved (u^0, x^0) , er efficient. Derimod udtrykker $KI(u^0, x^0) = 1$, at enheden (u^0, x^0) evalueres i forhold til et segment af randen, hvor den subteknologi, som (u^0, x^0) hidrører fra, også determinerer den fælles efficiente teknologi. I figur 9.1 vil de enheder fra delteknologi α , der evalueres i forhold til ARB på den fælles teknologi, blive evaluerede i forhold til den efficiente teknologi determineret af egen subgruppe, og derfor vil $WI(u^0, x^0) = 1$. Tilsvarende gælder for enheder fra subteknologi β , der evalueres i forhold til FGH.

9.2 Data

Datagrundlaget i dette kapitel er officielle regnskabsoplysninger fra 1990 suppleret med oplysninger om antal medarbejdere og antal filialer¹. I forhold til de tidligere kapitler udvides analysen til også at omfatte sparekasserne i gruppe 4. Desuden udvides modellen, således at både antallet af filialer og garantier specificeres som output. Filialantallet medtages som en serviceindikator, og garantier specificeres for at kunne håndtere forskelle mellem store og små pengeinstitutters aktiviteter².

Datadefinitionen summeres i tabel 9.1. Output repræsenteres ved fire variabler, hvoriblandt de tre (u_1 , u_2 og u_4) måles monetært, og input repræsenteres ved tre variabler, hvor de to (x_1 og x_3) ligeledes måles monetært. Tabel 9.2 viser de summariske tal for de anvendte input og output.

¹Regnskabsoplysningerne er fra Finanstilsynets Beretning for 1990, mens oplysninger om antal medarbejdere og antal filialer stammer fra *Pengeinstitutter i Danmark 1991/92: Hovedkontorer og filialer samt organisationer der er tilknyttet finanssektoren* (Sparvirkes Forlag), suppleret med oplysninger indhentet direkte fra pengeinstitutterne og fra Finanstilsynet.

²Ved definition af input og output følges i dette kapitel det valg, der er gjort af Bukh, Berg og Førsund (1995), hvorfor der henvises hertil for en yderligere motivation af valget.

Tabel 9.1: Definition af input og output

Output	
u_1	Totale indskud: anfordring, opsigelse samt specielle indlånsformer
u_2	Totale udlån: kassekreditter og andre udlån
u_3	Antal afdelinger incl. hovedsæde.
u_4	Garantier
Input	
x_1	Bogført værdi af maskiner og inventar m.v.
x_2	Antal arbejdstimer årligt
x_3	Øvrige omkostninger: kontorudgifter, annoncer, reklamer, rejser, kursusudgifter mv.

Anmærkning: Variablerne korresponderer med oplysninger i Finanstilsynets beretning på følgende måde: u_1 =passiv nr. 1, u_2 =aktiv nr. 8, u_4 =aktiv nr. 9, x_1 =konto nr. 11, x_3 =konto nr. 5.4 + nr. 5.6 + nr. 5.7

Tabel 9.2: Summariske tal for input og output anvendt i analysen

	Gennemsnit	Std. afvigelse	Minimum	Maksimum
x_1 (1000 kr.)	14.036,12	83.080,00	0,00	789.701,00
x_2 (1000 timer)	445,73	2.404,42	1,63	23.954,80
x_3 (1000 kr.)	32.333,86	156.106,34	23,00	1.513.050,00
u_1 (1000 kr.)	2.880.158,84	16.923.384,07	389,00	174.424.579,00
u_2 (1000 kr.)	2.693.214,73	15.580.147,89	344,00	152.702.345,00
u_3 (antal)	16,98	77,99	1,00	712,00
u_4 (1000 kr.)	720.411,90	4.401.345,16	0,00	49.570.598,00

I alt indgår der 181 pengeinstitutter³ i analysen fordelt på 118 sparekasser, 60 banker og 3 andelskasser (fra gruppe 3).

Som i de tidligere analyser er andelskasserne i gruppe 4 heller ikke medtaget ved analysen i dette kapitel. Det skyldes for det første, at en stor del af andelskasserne er så små, at de på en lang række områder, f.eks. ansættelsesformer, åbningstider, servicetilbud osv., afviger fra de "almindelige" pengeinstitutter i

³Som i de tidligere kapitler udelukkes enkelte afvigende pengeinstitutter fra analysen. Det drejer sig i dette kapitel om 6 banker (Lannung Bank, Allicance Bank of Copenhagen, Sankt Annæ Bank, Gudme Raaschou Bank, Alfred Berg Bank og Baltica Bank), der alle blev oprettet i perioden 1987-1990, en enkelt bank, hvor alle output er nul (Citicorp Investment Bank) samt om Danske Andelskassers Bank A/S, der ikke er sammenlignelig med de øvrige pengeinstitutter i sektoren.

sektoren. For det andet er andelskasserne ikke medtaget, da deres målkriterier⁴ (jf. afsnit 4.2) med baggrund i andelstanken formodes at afvige fra, hvad der gælder for banker og sparekasser (se også Fried, Lovell og Vanden Eeckaut 1993, afsnit 2).

9.3 Empiriske resultater

De lineære programmer løses for hver af de 60 banker, 3 andelskasser og 118 sparekasser i datasættet, og bruttoskalaefficiens (K), den inputorienterede tekniske efficiens (W_i) samt den inputorienterede skalaefficiens (S_i) beregnes. I tabel 9.10, i appendiks til kapitlet, gengives resultaterne for de enkelte pengeinstitutter i datasættet.

9.3.1 Fælles teknologi

For at sammenligne efficiensmålenes fordeling under de to alternativer CRS og VRS er resultaterne afbildet i Salterdiagrammerne i figur 9.2 og 9.3, hvor pengeinstitutterne som sædvanligt er arrangeret i stigende orden af efficiensmålet. Det er umiddelbart muligt at identificere de to store pengeinstitutter i gruppe 1 under VRS, hvor de begge er fuldt efficiente, og under CRS, hvor kun Den Danske Bank er fuldt efficient. I VRS-tilfældet er omkring 85% af enhederne fuldt efficiente, mens antallet af efficiente enheder under CRS er langt mindre, både i antal og som andel af sektoren. Flere af de større pengeinstitutter er i VRS tilfældet efficiente (jf. diskussionen i de foregående kapitler), mens de efficiente enheder i CRS-tilfældet i dette kapitel udgøres af flere meget små pengeinstitutter samt et par institutter med ca. 1% markedsandel hver.

For at sammenfatte resultaterne beregnes partielle strukturelle mål for efficiens ved at vægte de individuelle efficiensmål med størrelsen af de samlede aktiver. Resultaterne af disse beregninger vises for det samlede datasæt i tabel 9.3. I henhold til tabel 9.3 er den strukturelle inefficiens under antagelse af CRS omkring 11 %, mens der under antagelse af VRS kun findes 3 % strukturel inefficiens. Hermed er den strukturelle skalainefficiens på omkring 8 % den vigtigste komponent, mens ren teknisk inefficiens, som måles i VRS-tilfældet,

⁴Fried, Lovell og Vanden Eeckaut (1993, side 253) angiver, at andelsvirksomheder i langt højere grad søger at give medlemmerne størst mulig service på baggrund af givne ressourcer, hvorfor efficiensmålet inden for Färe og Grosskopf's (1994) indirekte produktionsmodel (jf. afsnit 3.7) bør anvendes.

Tabel 9.3
Sammenfatning af efficiensmålene (N=181). Alle beregninger foretaget i forhold til den fælles produktionsrand

	Vægtet			Ikke vægtet		
	K	W	S_i	K	W	S_i
Minimum	0,321	0,336	0,489	0,321	0,336	0,489
Maximum	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Gennemsnit	0,891	0,971	0,918	0,661	0,728	0,917
Std. afvigelse	283,8	200,3	210,0	0,177	0,194	0,099

er af mindre betydning på et aggregeret niveau. De strukturelle mål er påvirket af de store enheders efficiensresultater, og når den gennemsnitlige (uvægtede) efficiens betragtes, fås et andet billede, idet der findes inefficiens på 27 % og 34 % i henholdsvis VRS- og CRS-tilfældet, og samtidig er skalainefficiensen på 8% af langt mindre betydning.

Bag efficiensmålene i gruppe 2 gemmer der sig forskelle mellem grupperne og forskelle mellem resultaterne for henholdsvis banker, sparekasser og andelskasser. I tabel 9.4 er de strukturelle efficiensmål (d.v.s. vægtede gennemsnit) samt gennemsnitsefficiens beregnet for hver enkel af grupperne i henhold til Finanstilsynets opdeling. Forskelle mellem banker og sparekassers efficiens vender vi tilbage til i afsnit 9.3.2.

Både under VRS og CRS er niveauet for teknisk efficiens højere blandt de store enheder end blandt mindre enheder. Resultaterne er stort set samstemmende, hvad enten de vægtede eller de uvægtede mål betragtes. Når der ses på den uvægtede gennemsnitsefficiens, findes det, at teknisk inefficiens under VRS er af lille betydning for pengeinstitutterne i gruppe 1 og 2, mens der er et højt niveau af teknisk inefficiens under VRS i de to andre grupper. Det gælder især for de små pengeinstitutter i gruppe 4, hvor den gennemsnitlige inefficiens er omkring 36%. Under antagelse af CRS findes inefficiens i alle fire grupper, men igen er graden størst i de mindre grupper. For gruppe 1 og 2 er ren teknisk inefficiens af større betydning end skalainefficiens. Resultaterne vedrørende skalainefficiens i gruppe 3 og 4 er bemærkelsesværdige, men i overensstemmelse med resultaterne i kapitel 7 og kapitel 8. Pengeinstitutterne i gruppe 3 har et relativt højt niveau

Tabel 9.4
Sammenfatning af vægtede og uvægtede efficiensmål grupperet efter størrelse.
Alle beregninger foretaget i forhold til den fælles produktionsrand.

	Vægtet			Ikke vægtet		
	K	W_i	S_i	K	W_i	S_i
Gruppe 1 (N=2)						
Minimum	0,869	1,000	0,869	0,869	1,000	0,869
Gennemsnit	0,943	1,000	0,943	0,934	1,000	0,934
Std. afvigelse	1706	0,000	1706	0,093	0,000	0,093
Gruppe 2 (N=11)						
Minimum	0,653	0,798	0,670	0,653	0,798	0,670
Gennemsnit	0,835	0,960	0,870	0,825	0,949	0,869
Std. afvigelse	565,6	398,5	484,7	0,121	0,075	0,100
Gruppe 3 (N=97)						
Minimum	0,359	0,359	0,489	0,359	0,359	0,489
Gennemsnit	0,731	0,823	0,892	0,680	0,765	0,896
Std. afvigelse	164,1	156,4	123,3	0,159	0,168	0,115
Gruppe 4 (N=71)						
Minimum	0,321	0,336	0,678	0,321	0,336	0,678
Gennemsnit	0,577	0,603	0,962	0,603	0,635	0,953
Std. afvigelse	24,96	28,25	9,589	0,182	0,193	0,058

både af ren teknisk inefficiens og af skalainefficiens, mens de små sparekasser i gruppe 4 trods en smule (5 %) skalainefficiens, har en langt højere ren teknisk inefficiens (36 %). Disse resultater indikerer, at de små sparekasser næppe kan forbedre deres resultater ved at vokse i størrelse, men at der er et betydeligt besparelspotentiale i form af ren teknisk inefficiens.

I VRS-tilfældet findes de fuldt efficiente pengeinstitutter fordelt på alle størrelser. Op til en balancestørrelse på 250 millioner kroner opererer pengeinstitutterne generelt under stigende skalaafkast (d.v.s. $Z^* < 1$), mens pengeinstitutterne med en samlet balance over 400 millioner kroner generelt opererer under faldende skalaafkast (d.v.s. $Z^* > 1$). Pengeinstitutter, der opererer ved deres optimale

størrelse ($Z^* = 1$) for den givne kombination af input og output, findes fordelt over hele størrelsesspektret. Den beregnede optimal-størrelse mellem 250 og 400 millioner kroner i balance er langt mindre, end hvad der synes rimeligt givet den eksisterende struktur, som jo er præget af langt større pengeinstitutter. Den optimale pengeinstitutstørrelse er også mindre end, hvad der findes i udenlandske studier af pengeinstitutefficiens (jf. Berger, Hunter og Timme 1993). Forholdet mellem teknisk inefficiens og skalainefficiens er derimod mere på linje med amerikanske studier, hvor "research to date suggests that [technical inefficiency] account for on the order of 20 % or more of cost in banking, while scale and product mix inefficiencies, when they can be estimated, are usually found to account for less than 5 % of costs" (Berger, Hunter og Timme 1993; side 222).

9.3.2 Homogenitet

Det skal i dette afsnit vurderes, om pengeinstitutternes juridiske organisationsform giver anledning til produktivitetsforskelle, således at banker og sparekasser kan siges at operere inden for forskellige subteknologier. Er dette tilfældet, bør hverken banker eller sparekasser evalueres i forhold til en bedste praksis, der består af både banker og sparekasser (samt kombinationer herimellem).

For at afgøre om der i en eller anden forstand er forskel i efficiensfordelingen grupperne imellem, vil man sædvanligvis teste, om efficiensforskellen mellem grupperne er signifikant. Ofte vil interessen samle sig om, hvorvidt én gruppe enheder har samme gennemsnitsefficiens som en anden gruppe enheder, hvilket typisk testes ved almindelige t-test (f.eks. Larson 1982, afsnit 8.3), der forudsætter normalfordelte data. DEA-resultater er imidlertid ikke normalfordelt, og i praksis er deres fordeling slet ikke kendt. Derfor anvendes her såkaldte ikke-parametriske⁵ statistiske metoder (jf. Conover 1980; Siegel 1956). Disse muliggør en traditionel testmetodik uden strenge fordelingsantagelser. Selv i de

⁵DEA er grundlæggende en ikke-parametrisk metode, hvori der ikke indgår statistisk funderede argumenter eller antagelser. Derfor er det nærliggende at anvende en ikke-parametrisk testprocedure, selvom det potentielt er betydningsfuldt at udvikle et statistisk fundament for DEA. Længst i den retning er Banker (1989, 1993), der blandt andet viser, hvorledes forskelle i to gruppers efficiens kan testes, hvis efficiensmålet er enten eksponentielt eller halvnormalt fordelt. Eksperimenter har imidlertid vist, at for den mængde af observationer, man opererer med i de fleste realistiske anvendelser af DEA, er der hverken statistisk grundlag for at antage eksponential- eller halvnormalfordeling. Se anvendelser af Banker's testprocedure i forskellige sammenhænge hos Banker (1992), Banker, Kaufmann og Morey (1989, 1990), Banker, Das og Datar (1989), Bowlin (1989) samt Kittelsen (1993).

tilfælde, hvor data faktisk er normalfordelte, har de ikke-parametriske test næsten lige så stor styrke som parametriske test.

Adskillige artikler har i en DEA-kontekst betjent sig af ikke-parametriske test for at vurdere, om resultaterne fra to eller flere delgrupper er forskellige; se for eksempel Grosskopf og Valdamis (1987), Magnussen (1992b), Odeck (1993) og Valdamis (1992). De fleste har beregnet efficiensmål for hver enkelt enhed i forhold til en efficient rand sammensat af enheder fra alle delgrupper, hvorefter det har været testet, om den gennemsnitlige efficiens i grupperne var forskellig. Enkelte har også evalueret enhederne i forhold til en efficient rand, som kun består af enheder fra samme gruppe som den evaluerede enhed (f.eks. Grabowski og Pasurka 1987).

Tabel 9.5

Sammenfatning af efficiensmålene vægtet efter totale aktiver mod den samlede front og grupperet efter pengeinstituttype

	$\bar{K}$	$\bar{W}_i$	$\bar{S}_i$	$\bar{K}$	$\bar{W}_i$	$\bar{S}_i$
	Banker (N=60)			Sparekasser (N=118)		
Minimum	0,359	0,359	0,555	0,321	0,336	0,489
Gennemsnit	0,918	0,976	0,940	0,749	0,944	0,797
Std. afvigelse	389,7	292,6	258,7	105,3	129,7	90,78

Idet det antages, at to grupper, α og β , skal sammenlignes, betegner P_α og P_β antallet af enheder i grupperne α og β . Lad desuden funktionerne $F_\alpha[E]$ og $F_\beta[E]$ være de kontinuerte fordelinger af efficiensmålet E specifikt for grupperne α henholdsvis β , hvor E kan være ethvert af efficiensmålene beskrevet i afhandlingen. Følgende hypotese ønskes testet:

$$H_0 : F_\alpha[E] = F_\beta[E] \text{ for alle værdier af } E,$$

mod alternativet

$$H_1 : F_\alpha[E] \neq F_\beta[E] \text{ for mindst én værdi af } E,$$

hvortil anvendes ikke-parametriske test (Kruskal-Wallis test, median test, Van der Waerden test og Savage test), der tester, om to fordelingsfunktioner er identiske eller ej. Testene er følsomme over for forskelle mellem de to gennemsnit

eller medianer, men de finder ikke nødvendigvis forskelle af andre typer såsom forskelle i varians. Derfor anvendes også Kolmogorov-Smirnov testen, som er konsistent mod alle typer af forskelle, der kunne være mellem de to fordelinger.

Banker og sparekasser repræsenterer historisk set to forskellige ejerskabsformer. Som udgangspunkt ses det i tabel 9.5, at banker er langt mere efficiente end sparekasser, idet den gennemsnitlige (vægtede) inefficiens blandt sparekasserne er omkring 25 % mod kun 8 % blandt bankerne. Forskellen skyldes især forskelle i skalaefficiens, som er omkring 20 % blandt sparekasserne og 6 % hos bankerne. Ud over at sparekasser generelt er mindre end banker, ønskes det vurderet, om de to ejerskabsformer er forskellige på en eller flere dimensioner, hvor pengeinstitutts karakteristika ikke observeres, men hvor disse forhold systematisk påvirker både efficiens og teknologiske karakteristika som stordriftsfordele. Derfor testes forskelle i efficiens mellem de to undergrupper S=sparekasser og B=banker. Der analyseres ikke forskelle mellem andelskasserne og de to andre undergrupper, da datasættet kun omfatter 3 andelskasser, hvilket er for få til at gennemføre en statistisk test. Det skal dog bemærkes, at de 3 andelskasser indgår i konstruktionen af den fælles teknologi.

Vi ønsker altså at teste branchens homogenitet mht. efficiens, hvilket gøres ved at vurdere, om typen af ejerskab implicerer forskellige efficiensniveauer for efficiensmålet $E \in \{K, W_i, S_i\}$, når enhederne er evalueret i forhold til en teknologi fastlagt på grundlag af hele datasættet. Dvs. vi tester hypotesen:

$$H_0^a : F[E_B] = F[E_S] \text{ for alle værdier af } E_S \text{ og } E_B,$$

mod alternativet

$$H_1^a : F[E_B] \neq F[E_S] \text{ for mindst én værdi af } E_S \text{ og } E_B,$$

hvor E 's fodtegn angiver, hvilken subgruppe de evaluerede enheder tilhører⁶. Baseret på teststatistikkerne sammenfattet i tabel 9.6 afvises H_0 for $E \in \{K, W_i\}$, d.v.s. vi afviser, at banker og sparekasser er identisk fordelt, både under antagelse af VRS og under antagelse af CRS. Derimod kan det ikke afvises, at skalaefficiensen er identisk fordelt for banker og sparekasser. Som helhed er der dog ikke statistisk basis for antagelse af homogenitet. Umiddelbart kunne testresultaterne synes i modstrid med tabel 9.5, men det er ikke tilfældet, fordi

⁶Bemærk, at mens E 's toptegn indikerer, at efficiensmålene er beregnet i forhold til de gruppespecifikke efficiente rande, så angiver fodtegnet blot, hvilken gruppe enheden hidrører fra, men evalueringen er foretaget i forhold til den fælles rand.

tabel 9.5 er vægtede gennemsnit, mens testene her er baseret på de individuelle efficienscorer.

9.3.3 Teknologiske forskelle

Der er, som vist i det foregående afsnit, forskel mellem banker og sparekassers efficiens. Det kan skyldes, at banker og sparekassers teknologi er forskellig, således at de to grupper ikke umiddelbart er sammenlignelige. Men det kan også skyldes, at der er faktorer, f.eks. uddannelse, kultur etc., som ikke er medtaget i analysen, og som er forskellige i de to grupper og systematisk påvirker enhedernes efficiens.

Tabel 9.6
Sammenfatning af test for homogenitet m.h.t. ejerskabsform: Banker og sparekasser.

Test statistik	Efficiensmål		
	K	W_i	S_i
Variansanalyse (Prob> F)	27,059 (0,0001)	27,432 (0,0001)	0,370 (0,5438)
Kruskal-Wallis Test (Prob> χ^2)	25,327 (0,0001)	24,891 (0,0001)	0,03609 (0,8493)
Median Analysis (Prob> χ^2)	25,918 (0,0001)	29,224 (0,0001)	1,4580 (0,2272)
Van der Waerden Test (Prob> χ^2)	21,657 (0,0001)	21,339 (0,0001)	0,00963 (0,9218)
Savage Test (Prob> χ^2)	18,902 (0,0001)	18,280 (0,0001)	0,59331 (0,4411)
Kolmogorov-Smirnov Test (Prob> KSa)	2,91715 (0,0001)	2,76274 (0,0001)	0,907247 (0,3828)

For at vurdere om der er teknologiske forskelle mellem banker og sparekasser, opdeles datasættet i tre grupper i henhold til pengeinstitutternes juridiske baggrund som banker, sparekasser eller andelskasser. Inden for subgrupperne

banker og sparekasser beregnes de enkelte pengeinstitutters efficiens i forhold til den gruppespecifikke rand ved at løse de lineære programmer, som angivet i afsnit 9.1. Herved beregnes efficiensmål svarende til subgrupperne B og S : K^B , W_i^B og S_i^B samt K^S , W_i^S og S_i^S . Desuden beregnes målene for teknologiforskellen: KI , WI og SI . De gruppespecifikke efficiensmål er, som tidligere nævnt, vist i tabel 9.10 i appendiks sammen med efficiensmålene i forhold til den fælles rand. De individuelle efficiensresultater afbildes i 9.4 og figur 9.5 for banker samt figur 9.6 og figur 9.7 for sparekasser i henholdsvis VRS- og CRS-tilfældet, og den vægtede gennemsnitsefficiens (d.v.s. de strukturelle mål) er vist i tabel 9.7.

Efficiensmålene er beregnet relativt til den gruppespecifikke front, og i henhold til (9.12) og (9.13) vil de individuelle enheders efficiensscore være højere end når enhederne evalueres i forhold til den fælles front. Derfor vil de strukturelle mål i tabel 9.7 også være højere end målene i tabel 9.5. Vi finder relativt lille inefficiens blandt de 60 banker, både under CRS (7%) og VRS (2%). Under VRS findes også kun 2% inefficiens blandt sparekasserne, mens vi finder 10% inefficiens under CRS.

Tabel 9.7
Sammenfatning af efficiensmålene vægtet efter totale aktiver og grupperet efter banktype. Beregningerne er foretaget i forhold til den gruppespecifikke produktionsrand

	$\bar{K}^h$	$\bar{W}_i^h$	$\bar{S}_i^h$	$\bar{KI}$	$\bar{WI}$	$\bar{SI}$
Banker (N=60)						
Minimum	0,483	0,484	0,779	0,442	0,359	0,562
Maksimum	1,000	1,019	1,000	1,000	1,000	1,232
Gennemsnit	0,931	0,979	0,951	0,985	0,997	0,988
Std. afvigelse	334,7	269,7	214,5	148,6	94,76	135,1
Sparekasser (N=118)						
Minimum	0,337	0,367	0,580	0,615	0,586	0,751
Maksimum	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,240
Gennemsnit	0,897	0,979	0,916	0,835	0,962	0,871
Std. afvigelse	117,0	86,28	87,56	58,74	78,95	69,42

Vi tester først nulhypotesen: at efficiensmålets fordeling er den samme, når enhederne evalueres i forhold til den gruppespecifikke rand, som når den evalueres i forhold til den fælles rand (jf. afsnit 9.3.1). Dvs. vi tester hypotesen:

$$H_0^b : F_h[E^h] = F[E] \text{ for alle værdier af } E,$$

mod alternativet

$$H_1^b : F_h[E^h] \neq F[E] \text{ for mindst én værdi af } E.$$

Testen gennemføres i to afdelinger, idet det testes separat, dels om bankernes efficiensfordeling er den samme i forhold til den fælles og den separate rand, og dels om sparekassernes efficiens er den samme i forhold til den separate og den fælles rand. Resultaterne af testen er sammenfattede i tabel 9.8. De enkelte test giver denne gang ikke helt så sammenfaldende resultater som i de foregående afsnit, men vi afviser både for banker og sparekasser i CRS- og VRS-tilfældet, at enhedernes efficiens har samme fordeling, både når de evalueres i forhold til den fælles og i forhold til den separate rand. Det kan desuden afvises, at bankernes skalaefficiens har samme fordeling, både når evalueringen sker i forhold til den samlede og i forhold til den gruppespecifikke rand. For sparekassernes vedkommende kan det imidlertid ikke afvises, at skalaefficiensmålet har samme fordeling.

Alternativt kunne det testes, om efficiensmålene inden for de to grupper har samme fordeling, når enhederne evalueres mod de separate produktionsrande. Sagt på en anden måde sammenlignes efficiensscoren for banker evalueret i forhold til den bedste praksis blandt banker med efficiensscoren for sparekasser evalueret i forhold til den bedste praksis blandt sparekasser. Det betyder, at vi tester nulhypotesen:

$$H_0^c : F_B[E^B] = F_S[E^S] \text{ for alle værdier af efficiensmålet},$$

mod alternativet

$$H_1^c : F_B[E^B] \neq F_S[E^S] \text{ for mindst én værdi af efficiensmålet}.$$

Da E her er baseret på, at pengeinstitutterne er efficiente inden for begrænsninger af deres egen (ejerskabsspecifikke) teknologi, indikerer efficiensmålet mellem grupperne forskelle i den efficiente rand for de to ejerskabsformer. Byrnes (1985) viste, at afvisning af hypotesen betyder, at efficiensmålet mellem grupperne er afhængigt af ejerskabsformen. Derfor vil en afvisning af H_0^c betyde, at der er

Tabel 9.8

Sammenfatning af test for forskelle i teknologi: Efficiensmål beregnet i forhold til den gruppespecifikke produktionsrand overfor efficiensmål beregnet i forhold til den fælles produktionsrand

Test statistik	Efficiensmål					
	K	Banker W_i	S_i	K	Sparekasser W_i	S_i
Variansanalyse (Prob > F)	13,103 (0,0004)	4,238 (0,0417)	14,225 (0,0003)	14,202 (0,0002)	8,996 (0,0030)	1,492 (0,2231)
Kruskal-Wallis Test (Prob > X^2)	12,010 (0,0005)	4,1451 (0,0418)	9,4549 (0,0021)	14,493 (0,0001)	8,9666 (0,0027)	0,92387 (0,3365)
Median Analysis (Prob > X^2)	13,222 (0,0003)	2,1156 (0,1458)	6,4789 (0,0109)	8,7077 (0,0032)	13,843 (0,0002)	0,01646 (0,8979)
Van der Waerden Test (Prob > X^2)	11,651 (0,0006)	4,5523 (0,0329)	10,262 (0,0014)	12,488 (0,0004)	8,1444 (0,0043)	1,6306 (0,2016)
Savage Test (Prob > X^2)	8,8451 (0,0029)	3,5967 (0,579)	6,4959 (0,0108)	10,310 (0,0013)	5,4604 (0,0195)	1,7084 (0,1912)
Kolmogorov-Smirnov Test (Prob > KS_a)	1,91703 (0,0013)	1,27802 (0,0763)	1,73445 (0,0049)	2,31417 (0,0001)	1,92847 (0,0012)	0,96424 (0,3103)

forskel i de efficiente teknologier for banker og sparekasser. På baggrund af tabel 9.9 må H_0^c afvises, hvilket fortolkes således, at der er forskel på de teknologier, som banker og sparekasser anvender.

I tabel 9.9 har vi også testet, om målene for teknologiforskel (KI, WI og SI) er forskellige blandt banker og sparekasser. I henhold til testresultaterne kan det ikke afvises, at målet for teknologiforskel er det samme under antagelse af CRS, mens det afvises, at målet er identisk fordelt under VRS. Desuden kan det afvises, at SI er identisk for banker og sparekasser, men da SI, som diskuteret på side 9.1, er et afledt mål, kan det anses som en konsekvens af, at WI er forskellige, at også SI er forskellig.

Inden for de to teknologier, banker og sparekasser, kan stordriftsaspekter vurderes på grundlag af de optimale intensitetsvariabler. Under antagelse af at der ikke eksisterer en fælles teknologi, finder vi, at der for banker generelt vil være tale om stigende skalaafkast (IRS) op til en samlet balance på 400 millioner kroner og faldende skalaafkast (DRS) fra en samlet balance på over 600 millioner kroner. For sparekasserne er der tale om stigende skalaafkast (IRS) op til en

Tabel 9.9

Sammenfatning af ejerskabsformens effekt på effciensen: Banker over for sparekasser, effciensen målt i forhold til den gruppespecifikke produktionsrand

Test statistik	K^h	H^h	Efficiensmål			
			S_i^h	KI	WI	SI
Variansanalyse (Prob > F)	35,829 (0,0001)	25,877 (0,0001)	7,870 (0,0056)	0,234 (0,5945)	4,014 (0,0466)	7,519 (0,0067)
Kruskal-Wallis Test (Prob > X^2)	30,701 (0,0001)	23,163 (0,0001)	9,4430 (0,0021)	0,23933 (0,6247)	7,6133 (0,0058)	8,3521 (0,0039)
Median Analysis (Prob > X^2)	25,918 (0,0001)	22,811 (0,0001)	8,3319 (0,0039)	0,99394 (0,3188)	8,3319 (0,0039)	3,3758 (0,0662)
Van der Waerden Test (Prob > X^2)	28,829 (0,0001)	22,416 (0,0001)	9,8073 (0,0017)	0,00375 (0,9512)	7,2042 (0,0073)	8,6168 (0,0033)
Savage Test (Prob > X^2)	25,139 (0,0001)	19,546 (0,0001)	8,8437 (0,0029)	1,2507 (0,2634)	9,0973 (0,0026)	2,8360 (0,0922)
Kolmogorov-Smirnov Test (Prob > KSa)	2,81159 (0,0001)	2,66329 (0,0001)	1,6545 (0,0084)	1,12534 (0,1588)	1,81275 (0,0028)	1,33732 (0,0559)

samlet balance på ca. 150 millioner kroner og faldende skalaafkast (DRS) fra en samlet balance på over 200 millioner kroner. Disse tal bekræfter, at der er en forskel mellem banker og sparekasser.

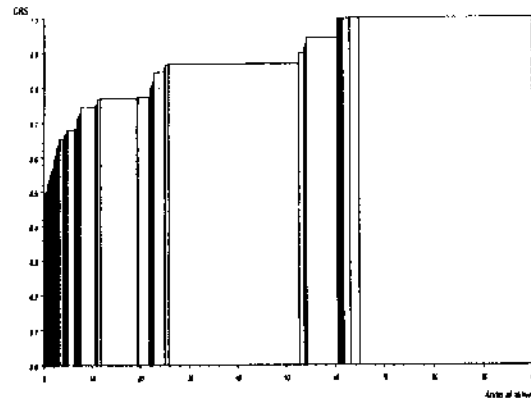
9.4 Diskussion og konklusion

Produktivitetsanalyser har en række anvendelser, og i henhold hertil kan produktivitet defineres på flere forskellige måder. Vi har i dette kapitel opfattet produktivitet som et bruttobegreb og sat fokus på effciens som den afgørende faktor ved forklaring af produktivitetsforskelle.

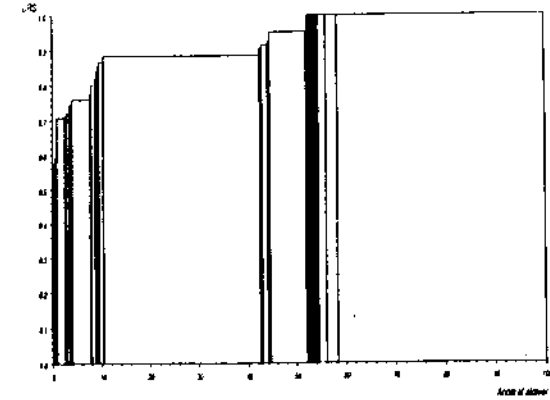
DEA har været anvendt til sammenligning af banker og sparekassers produktionsteknologi. Ved test af om typen af ejerskab implicerede forskellige effciensniveauer, blev henholdsvis banker og sparekasser vurderet i forhold til den fælles teknologi. Det viste sig, at der var forskel mellem banker og sparekassers effciens.

Med den anvendte modelspecifikation fandtes kun mindre ineffciens blandt pengeinstitutterne, når vi evaluerede bankerne i forhold til den bedste praksis

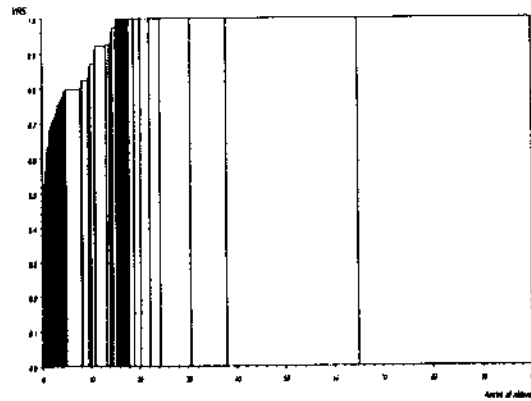
blandt banker og tilsvarende for sparekasserne. I forhold til den anvendte metode og antallet af specificerede in- og output består den danske pengeinstitutsektor imidlertid af forholdsvis få virksomheder ($P_S = 118$ og $P_B = 60$). Det er derfor en følge af metoden, at der i en sådan situation findes ret mange effciente enheder, og at det gennemsnitlige effciensniveau bliver relativt højt. Når de enkelte enheder vurderedes i forhold til den fælles teknologi, var den gennemsnitlige (uvægtede) ineffciens langt større, men der er ikke metodisk grundlag for at afgøre, om det skyldes, at antallet af observationer er større ($P = 181$), eller det er fordi sammenligningen er påvirket af den teknologiske inhomogenitet. Både når evalueringen blev foretaget i forhold til den fælles teknologi og i forhold til de gruppespecifikke teknologier, var den strukturelle, d.v.s. vægtede ineffciens, mindre end den gennemsnitlige ineffciens, hvilket skyldes, at en række af de større enheder under VRS blev evalueret som effciente.



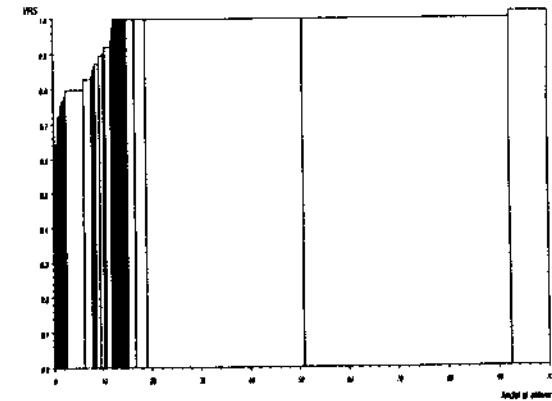
Figur 9.2: Fordelingen af bruttoskalaefficiensen (K) mod de samlede aktiver



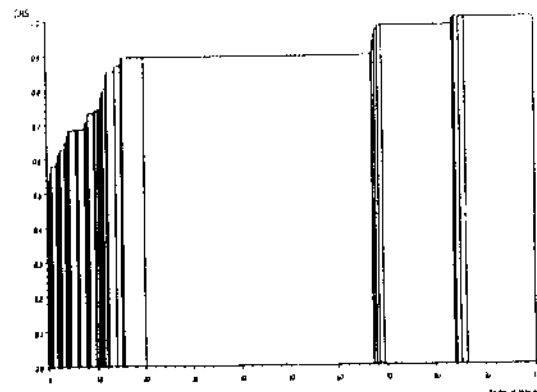
Figur 9.4
Fordelingen af bruttoskalaefficiens (K_B) for banker mod de samlede aktiver



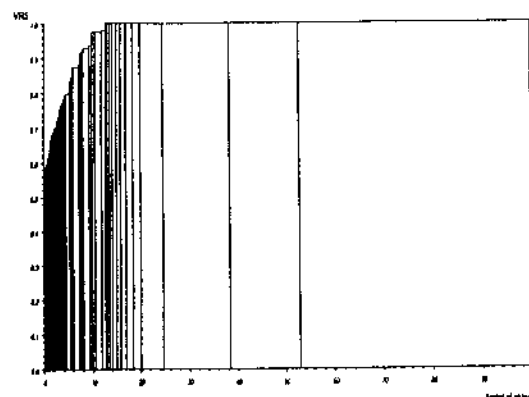
Figur 9.3
Fordelingen af den inputorienterede tekniske efficiens (W) mod de samlede aktiver



Figur 9.5
Fordelingen af den inputorienterede tekniske efficiens (W_i^B) for banker mod det samlede antal aktiver



Figur 9.6
Fordelingen af bruttoskalaefficiens (K^S) for sparekasser mod de samlede aktiver



Figur 9.7
Fordelingen af den inputorienterede tekniske efficiens (W_i^S) for sparekasser mod de samlede aktiver

Tabel 9.10

Resultater for de individuelle pengeinstitutter: Bruttoskalaefficiens (K), inputorienteret teknisk efficiens (W_i), inputorienteret skalaefficiens (S_i), de tilsvarende gruppespecifikke mål ($K^h, W_i^h, S_i^h, H = S, B$) samt mål for teknologiforskel (KI, WI, SI)

NR	K	W_i	S_i	R_i	K^h	W_i^h	S_i^h	R_i^h	KI	WI	SI
3000*	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000
2222*	0,869	1,000	0,869	DRS	0,884	1,000	0,884	DRS	0,982	1,000	0,982
200	0,770	1,000	0,770	DRS	0,894	1,000	0,894	DRS	0,861	1,000	0,861
7858*	0,943	1,000	0,943	DRS	0,952	1,019	0,934	DRS	0,991	0,981	1,010
8079*	0,746	0,798	0,936	DRS	0,759	0,798	0,951	DRS	0,984	1,000	0,984
9380	0,774	0,922	0,840	DRS	0,978	1,000	0,978	DRS	0,791	0,922	0,859
9548	0,845	1,000	0,845	DRS	1,000	1,000	1,000	CRS	0,845	1,000	0,845
7700*	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000
7045*	0,679	0,824	0,824	DRS	0,708	0,827	0,856	DRS	0,960	0,997	0,963
5301*	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000
5201*	0,900	1,000	0,900	DRS	0,914	0,920	0,994	DRS	0,984	1,087	0,905
725	0,653	0,974	0,670	DRS	0,893	1,000	0,893	DRS	0,731	0,974	0,751
6700*	0,867	0,871	0,995	DRS	0,867	0,871	0,995	DRS	1,000	1,000	1,000
7620*	0,767	0,926	0,829	DRS	0,802	0,896	0,895	DRS	0,957	1,034	0,926
5470*	0,684	0,715	0,958	DRS	0,720	0,722	0,996	IRS	0,951	0,989	0,961
6160*	0,722	0,753	0,959	DRS	0,744	0,768	0,969	DRS	0,970	0,981	0,989
8099*	0,803	1,000	0,803	DRS	1,000	1,000	1,000	CRS	0,803	1,000	0,803
7450*	0,666	0,728	0,915	DRS	0,714	0,761	0,937	DRS	0,933	0,955	0,976
6100*	0,921	1,000	0,921	DRS	0,923	1,000	0,923	DRS	0,997	1,000	0,997
5250*	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000
7600*	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000
400	0,653	0,768	0,850	DRS	0,853	1,000	0,853	DRS	0,766	0,768	0,997
9260	0,605	1,000	0,605	DRS	0,683	1,000	0,683	DRS	0,886	1,000	0,886
7650*	0,810	0,844	0,960	DRS	0,857	0,857	0,999	IRS	0,946	0,984	0,961
9335	0,566	0,763	0,742	DRS	0,686	0,974	0,705	DRS	0,825	0,783	1,053
7670*	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000
681	0,634	0,707	0,896	DRS	0,867	0,928	0,935	DRS	0,731	0,762	0,958
1601*	0,527	0,548	0,961	DRS	0,560	0,564	0,994	DRS	0,940	0,972	0,967
520	0,551	0,788	0,699	DRS	0,731	0,874	0,836	DRS	0,754	0,902	0,836
828	0,777	0,930	0,835	DRS	1,000	1,000	1,000	CRS	0,777	0,930	0,835
7220*	0,773	0,960	0,804	DRS	0,953	0,979	0,973	DRS	0,811	0,981	0,827
6060*	0,563	0,631	0,892	DRS	0,589	0,649	0,908	DRS	0,956	0,973	0,983
7681*	0,901	0,902	0,999	IRS	0,902	0,905	0,997	IRS	0,999	0,997	1,002
7730*	0,755	0,793	0,952	DRS	0,844	0,854	0,989	DRS	0,894	0,929	0,963
5140*	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000
7320*	0,821	1,000	0,821	DRS	1,000	1,000	1,000	CRS	0,821	1,000	0,821
6471*	0,497	0,508	0,979	DRS	0,528	0,529	0,998	IRS	0,943	0,961	0,981

NR	K	W ₁	S ₁	R ₁	K ^h	W ₁ ^h	S ₁ ^h	R ₁ ^h	KI	WI	SI
9217	0,752	0,790	0,952	DRS	0,977	0,978	0,999	DRS	0,770	0,808	0,953
9100	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000
7890*	0,714	0,929	0,768	DRS	0,904	0,938	0,964	DRS	0,789	0,990	0,797
9090	0,489	1,000	0,489	DRS	0,580	1,000	0,580	DRS	0,844	1,000	0,844
9686	0,533	0,686	0,776	DRS	0,628	0,798	0,787	DRS	0,849	0,860	0,987
7470*	0,937	0,964	0,971	DRS	1,000	1,000	1,000	CRS	0,937	0,964	0,971
7380*	0,750	1,000	0,750	DRS	1,000	1,000	1,000	CRS	0,750	1,000	0,750
6910*	0,676	0,806	0,839	DRS	0,819	0,832	0,985	DRS	0,825	0,968	0,852
7780*	0,725	0,728	0,995	DRS	0,743	0,748	0,994	DRS	0,975	0,974	1,002
6010*	0,605	0,630	0,960	IRS	0,605	0,777	0,779	IRS	1,000	0,812	1,232
9080	0,667	0,795	0,839	DRS	0,968	0,974	0,994	DRS	0,689	0,816	0,844
6810*	0,684	0,689	0,993	DRS	0,725	0,753	0,964	IRS	0,944	0,916	1,030
9351	0,627	0,873	0,719	DRS	0,803	1,000	0,803	DRS	0,781	0,873	0,895
7810*	0,644	0,768	0,838	DRS	0,879	0,904	0,972	IRS	0,733	0,850	0,862
6300*	0,516	0,608	0,849	DRS	0,583	0,634	0,919	DRS	0,885	0,959	0,923
9174	0,699	0,838	0,834	DRS	0,932	0,936	0,996	DRS	0,750	0,896	0,837
7160*	0,555	1,000	0,555	DRS	0,987	1,000	0,987	DRS	0,562	1,000	0,562
6440*	0,665	0,774	0,860	DRS	0,839	0,851	0,987	IRS	0,793	0,910	0,872
844	0,641	1,000	0,641	DRS	0,740	1,000	0,740	DRS	0,867	1,000	0,867
7270*	0,777	0,779	0,997	IRS	0,778	0,947	0,822	IRS	0,998	0,822	1,214
6150*	0,813	0,990	0,822	DRS	1,000	1,000	1,000	CRS	0,813	0,990	0,822
6850*	0,853	0,865	0,986	DRS	0,914	0,959	0,954	IRS	0,933	0,902	1,034
570	0,539	0,704	0,765	DRS	0,706	0,783	0,902	DRS	0,763	0,899	0,848
6880*	0,450	0,468	0,961	DRS	0,539	0,557	0,968	DRS	0,835	0,841	0,993
9486	0,653	0,663	0,985	DRS	0,746	0,767	0,973	DRS	0,876	0,864	1,013
7460*	0,715	0,829	0,862	DRS	0,922	0,936	0,985	IRS	0,775	0,886	0,875
6830*	0,865	0,870	0,994	DRS	1,000	1,000	1,000	CRS	0,865	0,870	0,994
6520*	0,680	0,767	0,886	DRS	0,904	0,918	0,985	IRS	0,752	0,836	0,899
6070*	0,578	0,741	0,779	DRS	0,783	0,789	0,992	DRS	0,737	0,939	0,785
755	0,757	0,760	0,996	IRS	0,892	0,915	0,974	DRS	0,848	0,830	1,022
6600*	0,958	0,981	0,976	IRS	0,958	1,000	0,958	IRS	1,000	0,981	1,019
6140*	0,597	0,700	0,852	DRS	0,823	0,830	0,992	IRS	0,726	0,844	0,860
7680*	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000
7230*	0,530	0,613	0,865	DRS	0,721	0,764	0,943	IRS	0,736	0,802	0,917
561	0,464	0,476	0,974	DRS	0,538	0,686	0,785	DRS	0,861	0,695	1,240
9020	0,592	0,820	0,722	DRS	0,650	0,919	0,708	DRS	0,910	0,892	1,019
6860*	0,480	0,694	0,691	DRS	0,830	0,844	0,983	IRS	0,578	0,822	0,703
7930*	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000
9261	0,582	0,735	0,792	DRS	0,742	0,838	0,886	DRS	0,784	0,877	0,894
9740	0,451	0,470	0,960	DRS	0,590	0,598	0,986	DRS	0,765	0,786	0,973
7800*	0,618	1,000	0,618	DRS	1,000	1,000	1,000	CRS	0,618	1,000	0,618
7370*	0,436	0,437	0,999	IRS	0,483	0,484	0,997	DRS	0,904	0,902	1,002
9070	0,524	0,524	0,999	DRS	0,686	0,699	0,981	DRS	0,764	0,750	1,019
9682	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000
7990*	0,646	0,672	0,961	DRS	0,873	0,879	0,992	IRS	0,740	0,764	0,969

NR	K	W ₁	S ₁	R ₁	K ^h	W ₁ ^h	S ₁ ^h	R ₁ ^h	KI	WI	SI
6220*	0,666	0,816	0,816	DRS	1,000	1,000	1,000	CRS	0,666	0,816	0,816
9033	0,623	0,699	0,891	DRS	0,667	0,731	0,913	DRS	0,933	0,956	0,976
5410*	0,359	0,359	1,000	IRS	0,812	1,000	0,812	IRS	0,442	0,359	1,231
9022	0,669	0,823	0,813	DRS	0,781	0,872	0,896	DRS	0,857	0,944	0,908
9044	0,570	0,571	0,998	IRS	0,685	0,693	0,989	DRS	0,832	0,824	1,009
9298	0,597	0,693	0,862	DRS	0,795	0,796	0,999	DRS	0,752	0,871	0,863
9551	0,642	0,654	0,981	IRS	0,846	0,849	0,997	IRS	0,759	0,771	0,984
6420*	0,681	0,682	0,998	IRS	0,900	1,000	0,900	IRS	0,757	0,682	1,109
9797	0,572	0,663	0,863	DRS	0,649	0,676	0,960	DRS	0,881	0,980	0,899
9201	0,551	0,607	0,908	DRS	0,571	0,616	0,927	DRS	0,964	0,985	0,979
9827	0,537	0,571	0,939	DRS	0,616	0,640	0,963	DRS	0,871	0,893	0,975
7500*	0,765	0,765	1,000	IRS	0,847	0,895	0,947	IRS	0,903	0,855	1,056
9824	0,566	0,626	0,904	DRS	0,614	0,641	0,958	DRS	0,922	0,978	0,944
9048	0,511	0,511	0,999	DRS	0,620	0,621	0,998	DRS	0,824	0,823	1,001
9388	0,635	0,635	0,999	IRS	0,714	0,720	0,992	IRS	0,888	0,882	1,007
7790*	0,946	0,949	0,997	IRS	1,000	1,000	1,000	CRS	0,946	0,949	0,997
9690	0,685	0,685	1,000	IRS	0,732	0,745	0,983	DRS	0,935	0,919	1,017
9695	0,500	0,506	0,988	IRS	0,622	0,627	0,992	IRS	0,804	0,807	0,996
9231	0,690	0,698	0,989	IRS	0,900	0,908	0,991	DRS	0,767	0,769	0,998
9307	0,613	0,748	0,820	DRS	0,678	0,761	0,891	DRS	0,904	0,982	0,920
9313	0,609	0,635	0,958	IRS	0,683	0,710	0,962	IRS	0,892	0,895	0,996
537	0,541	0,679	0,798	DRS	0,570	0,712	0,801	DRS	0,949	0,953	0,996
9283	0,641	0,642	0,999	IRS	0,814	0,821	0,992	IRS	0,788	0,782	1,007
9212	0,625	0,626	0,999	IRS	0,669	0,670	0,998	IRS	0,934	0,934	1,000
847	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000
9025	0,560	0,632	0,887	DRS	0,615	0,726	0,847	DRS	0,911	0,870	1,046
9365	0,687	0,690	0,995	DRS	0,952	0,954	0,998	DRS	0,721	0,723	0,998
9312	0,605	0,644	0,940	DRS	0,698	0,698	1,000	DRS	0,867	0,922	0,941
9684	0,433	0,434	0,998	DRS	0,588	0,591	0,996	IRS	0,736	0,735	1,002
9860	0,496	0,516	0,961	IRS	0,807	0,881	0,915	IRS	0,615	0,586	1,049
9024	0,546	0,556	0,981	IRS	0,660	0,700	0,943	IRS	0,827	0,795	1,040
9289	0,489	0,499	0,980	IRS	0,521	0,564	0,924	IRS	0,938	0,885	1,060
9285	0,494	0,510	0,968	IRS	0,497	0,541	0,918	IRS	0,994	0,942	1,055
9140	0,634	0,634	1,000	IRS	0,739	0,740	0,999	DRS	0,858	0,857	1,000
9837	0,593	0,605	0,980	IRS	0,793	0,876	0,906	IRS	0,747	0,691	1,082
9224	0,577	0,582	0,991	DRS	0,584	0,589	0,992	DRS	0,987	0,988	0,999
9363	0,621	0,646	0,960	IRS	0,690	0,722	0,956	IRS	0,900	0,896	1,004
9053	0,442	0,458	0,963	IRS	0,506	0,523	0,968	IRS	0,873	0,877	0,995
9135	0,678	1,000	0,678	DRS	0,757	1,000	0,757	DRS	0,895	1,000	0,895
9139	0,923	1,000	0,923	DRS	1,000	1,000	1,000	CRS	0,923	1,000	0,923
9291	0,477	0,482	0,989	IRS	0,558	0,604	0,924	IRS	0,854	0,798	1,070
644	0,593	0,613	0,967	IRS	0,723	0,750	0,964	IRS	0,820	0,818	1,002
9133	0,649	0,687	0,945	IRS	0,695	0,802	0,867	IRS	0,933	0,856	1,090
9361	0,651	0,681	0,956	IRS	0,708	0,731	0,969	IRS	0,920	0,933	0,986

NR	K	W _i	S _i	R _i	K ^h	W _i ^h	S _i ^h	R _i ^h	KI	WI	SI
9369	0,648	0,665	0,975	IRS	0,730	0,744	0,981	IRS	0,888	0,894	0,994
9116	0,521	0,535	0,974	IRS	0,546	0,569	0,960	IRS	0,953	0,940	1,014
9143	0,673	0,693	0,970	IRS	0,844	0,864	0,977	IRS	0,797	0,802	0,994
9055	0,520	0,544	0,955	IRS	0,631	0,702	0,899	IRS	0,824	0,775	1,063
9121	0,538	0,546	0,985	IRS	0,559	0,603	0,927	IRS	0,962	0,906	1,062
9354	0,429	0,438	0,980	IRS	0,465	0,482	0,964	IRS	0,923	0,908	1,017
9377	0,370	0,376	0,984	IRS	0,385	0,416	0,925	IRS	0,962	0,904	1,064
631	0,492	0,505	0,973	IRS	0,512	0,531	0,963	IRS	0,961	0,951	1,010
9634	0,512	0,522	0,981	IRS	0,595	0,664	0,897	IRS	0,860	0,786	1,094
9126	0,547	0,568	0,962	IRS	0,640	0,705	0,908	IRS	0,854	0,806	1,060
9124	0,660	0,677	0,974	IRS	0,787	0,819	0,961	IRS	0,839	0,827	1,014
9436	0,414	0,429	0,966	IRS	0,499	0,519	0,961	IRS	0,831	0,826	1,005
9141	0,656	0,677	0,968	IRS	0,670	0,724	0,926	IRS	0,978	0,935	1,046
9292	0,394	0,409	0,964	IRS	0,451	0,459	0,984	IRS	0,873	0,892	0,979
800	0,393	0,409	0,960	IRS	0,433	0,472	0,916	IRS	0,908	0,867	1,047
580	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000
9065	0,361	0,374	0,964	IRS	0,404	0,407	0,992	IRS	0,894	0,920	0,972
547	0,432	0,448	0,964	IRS	0,460	0,474	0,970	IRS	0,939	0,945	0,994
9132	0,499	0,505	0,988	IRS	0,526	0,553	0,951	IRS	0,948	0,912	1,039
9117	0,534	0,546	0,978	IRS	0,547	0,574	0,953	IRS	0,977	0,952	1,026
9355	0,367	0,371	0,988	IRS	0,402	0,433	0,928	IRS	0,913	0,858	1,065
579	0,766	0,767	0,999	IRS	0,772	0,773	0,998	IRS	0,992	0,992	1,000
9629	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000
577	0,710	0,738	0,962	IRS	0,783	0,784	0,998	IRS	0,908	0,942	0,964
544	0,460	0,489	0,940	IRS	0,547	0,567	0,965	IRS	0,841	0,863	0,974
9501	0,444	0,453	0,980	IRS	0,444	0,454	0,980	IRS	1,000	1,000	1,000
9118	0,471	0,489	0,963	IRS	0,553	0,566	0,976	IRS	0,852	0,863	0,987
9214	0,465	0,472	0,986	IRS	0,488	0,527	0,926	IRS	0,955	0,896	1,065
9356	0,438	0,453	0,966	IRS	0,438	0,458	0,957	IRS	1,000	0,991	1,009
9295	0,441	0,448	0,985	IRS	0,458	0,487	0,941	IRS	0,963	0,919	1,047
9627	0,615	0,649	0,947	IRS	0,739	0,742	0,997	IRS	0,832	0,875	0,950
9300	0,412	0,424	0,971	IRS	0,412	0,425	0,970	IRS	1,000	0,999	1,001
9372	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000
9626	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000
9136	0,580	0,603	0,962	IRS	0,610	0,610	1,000	CRS	0,951	0,988	0,962
581	0,514	0,608	0,845	IRS	0,514	0,618	0,831	IRS	1,000	0,985	1,016
9122	0,504	0,586	0,860	IRS	0,512	0,598	0,856	IRS	0,985	0,981	1,004
587	0,501	0,591	0,849	IRS	0,504	0,601	0,839	IRS	0,995	0,983	1,012
9358	0,321	0,336	0,953	IRS	0,337	0,367	0,918	IRS	0,953	0,917	1,039
9357	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000
9639	0,855	0,967	0,884	IRS	0,855	0,967	0,884	IRS	1,000	1,000	1,000
9438	0,482	0,562	0,857	IRS	0,502	0,581	0,864	IRS	0,960	0,968	0,992
9142	0,779	0,820	0,951	IRS	0,931	0,931	1,000	CRS	0,837	0,881	0,951
9431	0,586	0,657	0,892	IRS	0,603	0,663	0,910	IRS	0,972	0,992	0,980

NR	K	W _i	S _i	R _i	K ^h	W _i ^h	S _i ^h	R _i ^h	KI	WI	SI
586	0,713	0,730	0,976	IRS	0,767	0,767	1,000	CRS	0,930	0,953	0,976
9384	0,646	0,651	0,993	IRS	0,835	0,835	1,000	CRS	0,774	0,779	0,993
9119	0,565	0,584	0,967	IRS	0,570	0,590	0,967	IRS	0,991	0,991	1,000
9448	0,538	0,575	0,935	IRS	0,538	0,575	0,935	IRS	1,000	1,000	1,000
634	0,891	0,954	0,934	IRS	0,894	0,954	0,938	IRS	0,996	1,000	0,996
588	0,712	0,756	0,942	IRS	0,769	0,769	1,000	CRS	0,925	0,983	0,942
9382	0,471	0,594	0,792	IRS	0,471	0,594	0,792	IRS	1,000	1,000	1,000
538	0,648	0,695	0,933	IRS	0,693	0,697	0,994	IRS	0,935	0,996	0,939
9650	0,747	1,000	0,747	IRS	0,797	1,000	0,797	IRS	0,937	1,000	0,937
9228	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000
9288	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000	CRS	1,000	1,000	1,000

Anmærkning: NR angiver pengeinstituttets registreringsnummer. Hvis der er en stjerne (*) efter NR er pengeinstituttet en bank, ellers er det en sparekasse.

Kapitel 10

Afslutning

*There are only two qualities in the world;
efficiency and inefficiency, and only two sorts
of people: the efficient and the inefficient.*

—GEORGE BERNHARD SHAW (1907)

Denne afhandling belyser anvendelsen af DEA til efficiens- og produktivitetmåling. Metoden har i de senere år vundet stor udbredelse, blandt andet fordi den er fleksibel, fordi den er teoretisk velmotiveret, og fordi den giver en ny og frugtbar indfaldsvinkel til mange komplekse evalueringssituationer. Afhandlingen har taget udgangspunkt i det driftsøkonomiske præstationsbegreb. Ved at beskrive den evaluerede aktivitet som en produktionsproces åbnes der mulighed for anvendelse af den mikroøkonomiske produktionsteori som analyseramme. I tilknytning hertil kan præstationsmålingen fortolkes dels som et udsagn om enkelte enheders præstationer, og dels som et element i beskrivelsen af strukturen i et datasæt.

Afhandlingen kan også opfattes som et bidrag til den metodiske diskussion af den neoklassiske mikroøkonomi og dennes indflydelse på driftsøkonomien. Den traditionelle teoretiske produktionsøkonomi har opfattet produktionsaktiviteten som en optimering, og i forlængelse heraf har den empiriske produktionsøkonomi oftest fokuseret på bestemmelse af de mest sandsynlige eller gennemsnitlige sammenhænge ved anvendelse af statistiske metoder. Den neoklassiske produktionsøkonomi har typisk fuldstændigt ignoreret muligheden af, at producenterne kunne operere inefficiënt. Det har implicit været antaget, at ressourcerne allokeres efficiënt under de begrænsninger, som produktionsteknologiens struktur, markedernes karakter og agenternes adfærdsmål betinger. Men i praksis har både

held og uforudsete begivenheder betydning, og optimeringens resultat afviger ofte fra det tilsigtede, fordi virksomhedens ledelse har en betydning for, hvorledes virksomheden placerer sig inden for dens produktionsmulighedsområde.

Hvis ikke man beskriver og analyserer gennemsnitstendenser, vil det ikke være korrekt at anvende gennemsnitsmetoder. Hvis man derimod fokuserer på observationer, der skiller sig ud fra datagrundlaget, for eksempel fordi deres præstationer er specielt gode, vil det ud fra både teoretiske og praktiske hensyn være nødvendigt at analysere sammenhænge mellem de observationer, der ligger i datamaterialets yderkant. Derfor vil det være nødvendigt at skelne mellem, på den ene side, metoder, der eksplicit anvender information fra, eller ligefrem fokuserer på, de afvigende observationer, og på den anden side metoder, der søger at beskrive gennemsnitlige eller mest sandsynlige sammenhænge.

Dette kapitel afslutter afhandlingen ved kort at sammenfatte dens analyse-ramme i afsnit 10.1 samt ved at resumere resultaterne fra den empiriske analyse i afsnit 10.2. Desuden diskuteres den potentielle anvendelse af randmetoder i 10.3, hvor der også gives en række konkrete eksempler på områder, hvor DEA kan anvendes.

10.1 Sammenfatning af afhandlingens analyse-ramme

Ved at anlægge et bredt syn på produktbegrebet og på produktionstransformationen kan en lang række problemstillinger analyseres ved anvendelse af produktionsteori. I afhandlingen har der været taget udgangspunkt i en evaluering af produktionstransformationens resultater i forhold til den indsats, der har medgået hertil. Det betyder, at der formelt set gennemføres en produktivitsanalyse. De produktivitsforskelle, som man normalt vil finde mellem evaluerede enheder, har i afhandlingen været henført til forskelle i den teknologi, som virksomhederne anvender, til forskelle i virksomhedernes efficiens, til årgangseffekter og til variation i eksogene faktorer. Selvom der samler sig en betydelig driftsøkonomisk interesse for alle fire elementer, står den empiriske identifikation af virksomhedernes efficiens centralt - både i afhandlingen og i konkrete evalueringssituationer.

I afhandlingen måles produktivitet og efficiens på baggrund af en generel aksiomatisk produktionsmodel. Produktionsmodellen beskriver den abstrakte

transformation af input til output i den forstand, at den ikke giver en eksplicit beskrivelse eller et flowdiagram af virksomheden. Modellen er en aksiomatisk beskrivelse af produktionsteknologien, idet denne antages at tilfredsstille visse aksiomer for at være en gyldig teknologi.

Produktionsmodellen kan formuleres på forskellige analyseniveauer, og i tilknytning hertil kan produktivits- og efficiensbegreberne gives forskellige fortolkninger. På sektorniveau beskrives den enkelte industris potentiale for øget produktion ved at anvende ressourcerne i de mest produktive eller efficiente virksomheder, mens der på mikroniveau fokuseres på de enkelte virksomheders udnyttelse af de givne ressourcer. I den empiriske analyse anlægges der en sektorsynsvinkel, idet de danske pengeinstitutter analyseres. Men modellen kunne lige såvel operere på mikroniveau, idet der driftsøkonomisk ikke er nogen forskel på, hvorledes analysen foretages, men kun på, hvorledes resultaterne fortolkes.

Det formelle udgangspunkt i efficiensanalysen er en modellering af enhedernes produktionsmuligheder ved hjælp af en produktionsteknologi. Ofte repræsenteres teknologien ved en produktionsfunktion, men i denne afhandling modelleres teknologien ved mængden af teknisk mulige produktionsplaner. For at en mængde af mulige produktionsplaner kan siges at udgøre en teknologi, stilles der i aksiomatisk form en række krav til konstruktionen af denne mængde. Ved at variere kravene kan teknologien opfylde forskellige egenskaber, f.eks. hvad angår skalaforhold.

For at evaluere virksomhedernes præstationer inden for teknologispecifikationen må der gøres antagelser om, hvilke mål de tilstræber at realisere. Enhver virksomhed stræber mod et optimum i en eller anden forstand, og søgningen efter optimalitet er den økonomiske teoris centrale tema. Men det er ikke givet, at det er profit eller gevinst, der skal maksimeres. Den anvendte model er særdeles fleksibel, hvad angår de adfærdsantagelser, der kan rummes inden for dens rammer. I afhandlingen er hovedvægten imidlertid lagt på at analysere virksomhedernes adfærd på grundlag af teknisk efficiens, som ikke kræver nogen adfærdsantagelse.

Teknologien modelleres i afhandlingen inden for rammerne af den klassiske aktivitetsanalyse, hvilket betyder, at der anvendes en stykvis lineær teknologi. Udover, at det er en fleksibel modellering, som er beregningsmæssig hensigtsmæssig, kan aktivitetsanalysemodellen opfattes som en indre approksimation af en vilkårlig teknologi, d.v.s. en konservativ opfattelse af, hvilke produktions-

muligheder der er mulige. Traditionelt har økonomer foretrukket parametriske produktionsmodeller, men aktivitetsanalysemodellen er fra et teoretisk perspektiv særdeles velegnet til konstruktion af randfunktioner og til måling af enkeltobservationers afstand hertil, og fra et praktisk synspunkt er modellen desuden velegnet, fordi man undgår at påtvinge de økonomiske sammenhænge unødvendig og ubegrundet struktur i form af bestemte funktionelle relationer. Den ikke-parametriske teknologispecifikation muliggør også en mere fleksibel dekomponering af produktivitet og inefficiens i tekniske og prisafhængige komponenter, end det er tilfældet for regressionsbaserede metoder. Desuden kan produktionsrestriktioner modelleres simpelt, og anvendelsen af lineær programmering giver rig information om slack, skyggepriser etc.

10.2 Kort sammenfatning af den empiriske dels resultater

Afhandlingens empiriske del udgøres af en analyse af den danske pengeinstitutsektor. Analysen har til formål at bidrage til billedet af pengeinstitutsektorens struktur ved at bestemme de enkelte pengeinstitutters efficiens. Den anvendte evalueringsteknik er DEA, hvorved der bestemmes radiære efficiensmål inden for rammerne af den model, der blev introduceret i afhandlingens første del.

Analysen er den enkelte bank med tilhørende filialnet, fordi det er den enhed, der agerer på sektorniveau, og fordi der normalt ikke er adgang til data for det enkelte pengeinstituts filialer. Ved modelspecifikation følger afhandlingen de definitioner, der er anvendt i en serie studier af den norske pengeinstitutsektor, idet der anvendes en såkaldt modificeret formidlingssynsvinkel. Det er dels det mest praktiske, hvis der skal tages hensyn til tilgængeligheden af data, og dels fremmer det de nordiske resultaters sammenlignelighed. I henhold til den valgte synsvinkel specificeres både lån og indskud som output, mens input udgøres af forskellige omkostningskategorier. Den empiriske analyse udgøres af tre separate analyser, der præsenteres i hvert sit kapitel.

Ved beregningerne i afhandlingen har det ikke været tilsigtet, at efficiensmålene skulle give præcise bestemmelser af den danske pengeinstitutsektors efficiens. Lige som i alle andre empiriske sektorstudier er der gjort nogle ad hoc antagelser for i det hele taget at kunne måle noget. Det vil heller ikke være muligt at specificere en model, der omfatter alle faktorer, og som kan tage hensyn til alle

forhold uden for ledelses kontrol. Afhængigt af de konkrete omstændigheder kan det både gøre efficiensmålene større og mindre (jf. Berger og Humphrey 1991). Men de mangler, som den empiriske analyse måtte have, vil man formodentlig også kunne finde hos alternative analysemetoder (jf. Berg 1993) og den kritik, som man kan rette imod analysen, vil ikke være meget forskellig fra den kritik, man altid vil kunne rette mod empiriske sektoranalyser.

Første del

I den første del af den empiriske analyse fandtes en stor spredning i pengeinstitutternes efficiens. Resultaterne indikerede, at hovedårsagen til inefficiens er produktion i forkert skala, både blandt de allermindste og de allerstørste pengeinstitutter. Inefficiensen blandt pengeinstitutterne i midten af det størrelsesmæssige spektrum er domineret af ren teknisk inefficiens, mens de mindste pengeinstitutter har et ret højt inefficiensniveau, både hvad angår teknisk efficiens og skaleefficiens. Analysen støttede isoleret set ikke påstanden eller formodningen om at større banker vil betyde lavere omkostninger, idet den optimale pengeinstitutstørrelse blev bestemt til at være omkring DKK 400-600 millioner.

To forskellige modelleringer af tab blev sammenlignet, og det blev konstateret, at de for det givne datasæt gav næsten identiske resultater. Herefter blev resultaternes følsomhed over for modelspecifikationen yderligere vurderet ved at foretage en aggregering af output, hvilket heller ikke ændrede resultaterne væsentligt.

De enheder, der ved en DEA-analyse evalueres som efficiente, kan fremstå som tilsyneladende efficiente, fordi de besidder specielle karakteristika, der gør dem vanskeligt sammenlignelige med de øvrige enheder. For at vurdere betydningen heraf diskuteredes referencemængdens karakteristika.

Anden del

I den empiriske analyses anden del blev sektorens skalaforhold analyseret ved beregning af den mest produktive skalastørrelse for de observerede produktionsplaner. Gennemsnitsstørrelsen for pengeinstitutterne i datasættet (gruppe 1, 2 og 3) var omkring 8,7 milliarder DKK i balance, mens den mest produktive skalastørrelse beregnes til omkring 1,2 milliarder DKK. Med en enkelt undtagelse var den mest produktive skalastørrelse for alle produktionsmix mindre end 3 milliard-

der. De bruttoskalaefficiente pengeinstitutter fandtes fordelt blandt alle størrelser, og blandt de inefficiente pengeinstitutter lå den mest produktive skalastørrelse mellem 183 millioner DKK og 2.746 millioner, hvor begge disse yderpunkter udgøres af nichebanker.

I denne del af analysen blev tre forskellige skalaantagelser sammenlignet og fortolket, og der blev herunder specielt lagt vægt på evalueringen af de store pengeinstitutter. Generelt måtte det konkluderes, at hverken CRS eller VRS var uden problemer, men at indførelsen af en såkaldt Koopmans teknologi potentielt kunne udgøre et mere realistisk scenarie.

Der blev også foretaget en analyse af betydningen af slack i den anden del af den empiriske analyse. Selvom den proportionale/radiære efficienskomponent, Farrell-efficiensen, er af større betydning end slackkomponenten i denne analyse, så er slack på ingen måde uden betydning, hvilket er bemærkelsesværdigt, fordi de fleste analyser kun rapporterer den radiære komponent.

Endelig blev der i den anden del af analysen givet et bruttoskøn over efficiens-tabet i den danske pengeinstitutsektor som følge af, at ikke alle pengeinstitutter er lige så efficiente som de mest efficiente banker og sparekasser. Skønnet blev foretaget under de alternative skalaantagelser, og det årlige besparelspotentiale fandtes at ligge et sted mellem 1,366 milliarder DKK i VRS tilfældet og 4,693 milliarder DKK i CRS tilfældet. Det synes åbentbart, at bruttoskønnet må opfattes som en øvre grænse for det virkelige efficienstab, således at en videreudvikling af analysen kunne inddrage andre faktorer.

Tredje del

I sidste del af den empiriske analyse blev det demonstreret, hvorledes subteknologier kunne modelleres inden for rammerne af den anvendte model. Bankers og sparekassers produktionsteknologi blev sammenlignet, og det blev testet, om den juridiske organisationsform (bank eller sparekasse) implicerede forskellige efficiensniveauer. Pengeinstitutternes efficiens blev vurderet under alternative skalaantagelser i forhold til både de separate randfunktioner og i forhold til den fælles efficiente rand.

Generelt viste det sig, at der var forskel på banker og sparekassers teknologi, hvilket påvirkede efficiensen. Vi fandt således mindre inefficiens blandt pengeinstitutterne, når vi evalueret bankerne i forhold til den bedste praksis

blandt banker og tilsvarende for sparekasserne, end når pengeinstitutterne blev evaluerede i forhold til den fælles teknologi.

Inden for de to teknologier banker og sparekasser vurderede vi stordriftsspekterne separat. Under antagelse af, at der ikke eksisterer en fælles teknologi, fandt vi for det givne datasæt (gruppe 1, 2, 3 og 4), at der for banker generelt vil være tale om stigende skalaafkast op til en samlet balance på 400 millioner DKK og faldende skalaafkast fra en samlet balance på over 600 millioner DKK. For sparekasserne er der tale om stigende skalaafkast op til en samlet balance på ca. 150 millioner DKK og faldende skalaafkast fra en samlet balance på over 200 millioner DKK.

Generelt

Ved fortolkningen af resultaterne må det bemærkes, at hverken renteindtægter eller renteudgifter indgår i modellen. De specialiserede banker tiltrækker typisk kunder ved både at tilbyde høje indlånsrenter og lave udlånsrenter. Som compensation for den lavere rentemarginal etableres et lavt serviceniveau, hvor specifikke ydelser tilbydes ved lave omkostninger. Da analysen ikke tager hensyn til renter, må det forventes, at de specialiserede banker fremstår som mere efficiente, uden at deres indtjening viser det samme billede.

Afhandlingen har søgt at bidrage til vurderingen af den udbredte påstand, at større banker betyder lavere omkostninger. Selvom den empiriske analyse generelt ikke støtter påstanden, er analysen behæftet med så mange usikkerhedsmomenter, at det ikke kan udelukkes, at det er profitabelt at operere i langt større skala, end det indikeres. De pengeinstitutter, der i de senere år er blevet store ved fusioner, er sandsynligvis først nu er begyndt at indhøste eventuelle stordriftsfordele ved filialnedlæggelser og afskedigelser af personale. Effekten heraf afspejles ikke i de anvendte regnskabstal fra 1990 og 1991. Desuden udfører de største pengeinstitutter en række opgaver, der kræver en så specialiseret kompetence, at kun store pengeinstitutter kan opbygge denne og mange bankforretninger er af en størrelse og behæftede med risici af en sådan størrelsesorden, at kun de største pengeinstitutter kan være med. Endelig kan det ikke udelukkes, at pengeinstitutternes størrelse kan medvirke til udnyttelse af breddefordele ("economies of scope"), eller at tilstræbelse af markedsmagt kan indgå som fusionsmotiver.

10.3 Anvendelse af randmetoder

I de seneste 10 år har der været en stadigt stigende forskningsmæssig interesse for estimation af produktions-randfunktioner og måling af efficiens. Fra økonomisk side har man især beskæftiget sig med parametriske metoder, mens driftsøkonomer og operationsanalytikere hovedsageligt har anvendt de ikke-parametriske metoder. Ved de to synsvinkler anvendes samme type data, og det er den samme type information der søges, men:

“They have somewhat different practical motivation, DEA being geared more towards the managerial implications of efficiency measurement”.
Lewin og Lovell (1990, p. 3)

Denne afhandling har anvendt DEA, som er en deterministisk randmetode. Det bliver ofte fremhævet som en væsentlig svaghed ved denne type metoder, at de ikke giver nogen mulighed for at inkorporere støjled eller målefejl. Men det bliver samtidig fremhævet som en fordel, at metoderne tillader en produktionsstruktur, der bestemmes af “weak regularity conditions and by the data rather than by the investigator’s choice of parametric form” (Byrnes *et al* 1988, p. 1038). Det fremgår således, at de ikke-parametriske metoders styrke ligger der, hvor de traditionelle økonomiske metoder har deres svagheder, og de ikke-parametriske metoder er stærke, hvor de traditionelle metoder har svagheder.

Det gælder for DEA som for enhver anden metode eller teori, at de udsagn, anbefalinger og konklusioner, der frembringes, altid vil være påvirket af de antagelser, man gør undervejs i analysen. På nogle punkter kræver DEA færre antagelser end konkurrerende metoder, samtidig med at DEA er en meget fleksibel metode. Det er dog stadig usikkert, i hvor høj grad udsagn fra kvantitative modeller kan støtte beslutninger. Praksis har vist, at avancerede kvantitative metoder ikke finder udbredt anvendelse ved løsning af konkrete problemer i virksomhederne. Men det gælder på den anden side ikke kun de kvantitative metoder, selvom det er udbredt at kritisere anvendelsen heraf. Også de metoder, der anvendes i praksis inden for eksempelvis regnskabsvæsen, har i en lang årrække været relativt upåvirkede af den teoretiske udvikling og af den metodiske undervisning på universiteter verden over (f.eks. Johnson og Kaplan 1987; Drury 1992).

Selvom DEA er en almindelig udbredt evalueringsteknik i tidsskriftslitteraturen, er det ikke ensbetydende med, at teknikken har fundet vej til universiteternes

undervisningsmateriale. Enkelte grundbøger introducerer dog DEA (f.eks. Winston 1994) og økonomiske randmetoder (f.eks. Greene 1992, eksempel 10.4) på linje med andre kvantitative teknikker. Der findes også et antal bøger, der omhandler DEA, og som kunne være egnede til undervisningsbrug på forskellige niveauer (f.eks. Norman og Stoker 1991; Ganley og Cubbin 1992; Fried, Lovell og Schmidt 1993; Färe, Grosskopf og Lovell 1994). Men generelt er DEA hverken udbredt blandt konsulenter eller erhvervslivets økonomer. Kendskabet til teknikken er heller ikke særligt udbredt blandt de personer, der traditionelt beskæftiger sig med sofistikerede kvantitative metoder. Randmetoder har en meget lille (hvis nogen?) plads i den økonomiske uddannelse i Danmark, og de traditionelle parametriske metoder vil naturligt nok have en metodisk forrang hos statistikere og økonometrikere.

For at opnå en fuld forståelse for DEA-metoden vil det normalt være nødvendigt at have et vist kendskab til lineær programmering, og DEA i undervisningen skubbes da mod de kvantitativt orienterede erhvervsøkonomiske institutter eller mod operationsanalytiske institutter. Men forskningsfeltet har i langt højere grad været empirisk end teoretisk drevet, og der har da også været publiceret mange praktisk orienterede artikler i de seneste årgange af de operationsanalytiske tidsskrifter, der ellers traditionelt lægger hovedvægten på teoretiske forskningsfremskridt¹. Hvis man desuden ser på den store mængde af papirer, der præsenteres på konferencer verden over og i de mere praktisk orienterede økonomiske tidsskrifter, så vil man finde stor interesse for at anvende randmetoder i det hele taget og nok især DEA og relaterede ikke-parametriske metoder (f.eks. Torgersen, Førsund og Kittelsen 1994; Athanassopoulos og Thanassoulis 1993; Bjurek, Gustafsson, Kjulin og Kärby 1993).

I afhandlingen blev DEA anvendt som analyseværktøj i et sektorstudie af den danske pengeinstitutsektor. Men DEA er potentielt anvendeligt på mange andre måder. Som afslutning vil der i de efterfølgende underafsnit blive fremhævet en række potentielle anvendelser af randmetoder generelt og af DEA i særdeleshed. Opdelingen er ikke foretaget efter noget specifikt kriterium og er heller ikke gensidigt udelukkende.

¹Et udvalg af empirisk orienterede artikler, der anvender DEA og som har været publiceret i de operationsanalytiske tidsskrifter inden for de sidste par år, omfatter: Athanassopoulos og Ballantine (1995), Belton og Vickers (1993), Chilingirian (1995), Dusansky og Wilson (1995), Grosskopf, Margaritis og Valdmanis (1995), Thanassoulis (1993), Thanassoulis, Boussofiane og Dyson (1995) samt Wei, Sun og Xiao (1995).

Evaluering af den offentlige sektors aktiviteter

DEA blev oprindeligt udviklet i slutningen af 1970'erne og i begyndelsen af 1980'erne af Abraham Charnes, William W. Cooper og andre fra University of Texas at Austin (f.eks. Charnes, Cooper og Rhodes 1978; Banker, Charnes og Cooper 1984) som en teknik til evaluering af den offentlige sektors ydelser. Dengang, som nu, var både politikere og offentlighed interesseret i at vurdere rimeligheden og effektiviteten af den offentlige sektors funktioner.

Synspunktet bag udviklingen af DEA-metoden var, at det nødvendige grundlag for efficiensevaluering i den private sektor teoretisk set var "supplied by price-cost-profit criteria" (Rhodes 1978, side 1). Offentlige organisationer varetager typisk andre opgaver end private virksomheder, for eksempel beskæftiger de sig også ofte med regulering eller med sagsbehandling. Fordi der normalt ikke eksisterer den samme overskudsmålsætning i den offentlige som i den private sektor, er det mere nødvendigt at identificere andre mål, der kan anvendes ved præstationsvurderingen. Man kan også forvente en anderledes adfærd hos offentlige beslutningstagende enheder, da de på en lang række måder adskiller sig fra private virksomheder i al almindelighed.

DEA er særdeles egnet til evaluering af efficiens i den offentlige sektor, og hovedparten af de hidtidige anvendelser af DEA i Danmark er da også sket på data fra den offentlige sektor inden for så forskellige områder som arbejdsformidlingen (Finansministeriet 1992b; 1992c kapitel 6), folkeskolerne (Finansministeriet 1991; Olesen og Petersen 1993a), forskning (Jennergren og Obel 1985a, 1985b), genbrug (Hansen og Hougaard 1993a, 1993b, 1994), hospitalsvæsenet (Bogetoft, Olesen og Petersen 1985; Holvad og Hougaard 1992; Hougaard og Tvede 1993), kriminalpolitiet (Finansministeriet 1991), seminarieområdet (Finansministeriet 1992a; 1992c kapitel 6), statsamterne (Finansministeriet 1991) samt toldvæsenet (Petersen 1989).

Benchmarking

I de senere år er benchmarking blevet accepteret som et redskab til opnåelse af forbedrede resultater i et stigende konkurrencepræget og internationaliseret marked. Den grundliggende ide bag benchmarking er en søgning efter "industry best practice that leads to superior performance" (Camp 1989, side 12), og det kan derfor synes indlysende at anvende DEA og relaterede metoder til at

støtte udvælgelsen af benchmarking-partnere. Men generelt har benchmarking litteraturen (f.eks. Karlöf og Östblom 1993) udviklet sig uden reference til produktionsøkonomien (jf. Bukh 1995), hvilket har været naturligt nok, da det har været forskellige persongrupper, der har beskæftiget sig med benchmarking henholdsvis produktionsøkonomi.

Den seneste empirisk orienterede forskning i benchmarking og præstationsevaluering (Bell og Morey 1994a, 1994b; Collier og Storbeck 1993a, 1993b; Hartman og Storbeck 1995; Schefczyk 1993) har imidlertid vist, at DEA potentielt kan anvendes som en del af en benchmarking proces. Eksempelvis anvendte Collier og Storbeck (1993a, 1993b) en inputorienteret CRS-model til at fastlægge den bedste praksis i en benchmarking analyse af nordamerikanske telekommunikationsvirksomheder, og i en analyse af rejsebureauer anvendte Bell og Morey (1994b) intensitetsvariablerne fra en beregning af allokativ efficiens til at udpege benchmarkingpartnere.

Hidtil har man sædvanligvis anvendt nøgletal som for eksempel omkostninger per enhed, lageromsætningshastighed og fejl per enhed (jf. Collier og Storbeck 1993a) som præstationsindikator i benchmarking analyser. Men der kan konstrueres et utal af relevante nøgletal, og det er ikke muligt at sammenfatte de relevante dimensioner i ét enkelt nøgletal. DEA kan derimod anvendes både til at konstruere en aggregeret præstationsindikator (efficiensscoren) og til udpege den bedste praksis (referencemængden).

DEA som et efficiensfilter

I denne afhandling har der været anlagt et sektorsynspunkt, hvor der har været fokuseret på individuelle og aggregerede efficiensscore, men i andre driftsøkonomiske anvendelser af DEA vil man i langt mindre grad være interesseret i mål baseret på de absolutte scorer. Man vil snarere opfatte DEA som en teknik, der klassificerer de analyserede enheder som mere eller mindre succesfulde (f.eks. Foster 1991), således at denne information kan danne grundlag for udvælgelse af model- eller idealenheder, som de andre kan lære noget af. På den måde anvendes DEA som et initialt filter, der udvælger enheder til nærmere analyse; enten fordi de er efficiente, eller fordi de er inefficiente.

Efficiensvariablen i normative teorier

Den normative organisations- og virksomhedsteori har udviklet modeller og beskrivelser af, hvorledes virksomheder organiserer deres aktiviteter, og af hvorledes forskellige organisationsmåder påvirker virksomhedernes præstationer i bestemte situationer (f.eks. Williamson 1975, 1985; Leibenstein 1976, 1987; Aoki 1984). Imidlertid er det ofte ganske uklart, hvorledes præstationsvariablen skal implementeres i empirisk forskning (jf. Lovell 1993).

Det kan synes oplagt, at kombinere den empirisk orienterede produktionsøkonomi med den overvejende teoretiske organisations- og virksomhedsteori. Men der har hidtil været en relativ lille forskningsmæssig interesse for at integrere den normative teori med de empirisk orienterede metoder til måling af produktivitet og komponenter heraf (se også Lovell 1993, side 18).

Sportsresultater

Randmetoder er også potentielt anvendelige ved analyser af sportsresultater. For eksempel har DEA været anvendt af Howard og Miller (1993) til at fastlægge grundlaget for en retfærdig aflønning af professionelle baseball-spillere samt af Leibenstein og Matal (1992) til at analysere et hockeyholds deltageres præstationer.

DEA er ikke den eneste randmetode, der har været anvendt inden for sportens verden. Camm og Grogan (1988) foreslog anvendelse af Aigner og Chus (1968) deterministiske metode til fastlæggelse af aldersbetingede optimalpræstationer, og de anvendte senere (Camm og Grogan 1992; Grogan, Wilson og Camm 1991) metoden til fastlæggelse af aldersbetingede handicaps på standarddistancer for amerikanske landevejsløb. Senere generaliseredes Bukh (1993b) metoden yderligere og demonstrerede ved anvendelse af data fra et dansk motionsløb, hvorledes idealpræstationer kunne fastlægges og sammenlignes ved anvendelse af randmetoder.

Omkostnings- og økonomistyring

Endelig skal det også bemærkes, at problemstillingen, der behandles her i afhandlingen, har mange paralleller til de problemer, man støder på ved design og implementering af omkostnings- og økonomistyringssystemer. For eksempel kræver implementering af fleksibel budgettering, standardomkostningssystemer

og variansanalyser m.v. (se f.eks. Drury 1992) fastlæggelse af omkostningsstandarder, der ofte vil svare til "currently attainable standard costs (Drury 1992, side 515), d.v.s. den bedste praksis.

Typisk vil det som led i implementeringen af præstationsevalueringssystemer være nødvendigt at fastlægge, hvilke kombinationer af inputfaktorer, der medgår til produktionen af bestemte produkter. På baggrund af disse standarder kan der blandt andet beregnes forskellige former for afvigelser mellem budget og virkelighed. Det demonstreres af Banker (1980; 1985), Banker, Das og Datar (1989) samt Banker og Datar (1987), hvorledes DEA potentielt er anvendeligt til at fastlægge standarder og analysere varianser. Da DEA er en meget fleksibel evalueringsmetode, kan en lang række problemer omkring forbunden produktion og ikke-lineariteter løses ved anvendelse af DEA.

Det kan også synes oplagt at anvende DEA eller andre randmetoder til at fastlægge indlæringskurver. Sædvanligvis estimeres parametriske gennemsnit-indlæringsfunktioner ved hjælp af mindste kvadraters metode, men da indlæringskurven er en omkostningskurve bør den teoretisk set estimeres som en randfunktion (jf. Camm, Gulledge og Litteral 1990). Ved at anvende en randmetode fremfor en traditionel gennemsnitsestimatión åbnes der som demonstreret at Camm, Gulledge og Litteral (1990) for en række nye analysemuligheder. Endeligt kan efficiens- og produktivitetsanalyser også anvendes aktivt i budgetlægningsproceduren, for eksempel i de første faser for at mindske slack i budgettet (jf. Mensah og Li 1993).

*Whereever you have an efficient government
you have a dictatorship.*

—HARRY S. TRUMAN (1959)

Referencer

- Adolphson, Donald L., Gary C. Cornia og Lawrence C. Walters. 1991. A Unified Framework for Classifying DEA Models. I *Operational Research '90, Selected papers from the Twelfth IFORS International Conference on Operational Research*, pp. 647–657. Hugh E. Bradley (ed.). Oxford: Pergamon Press.
- Afriat, S. N. 1972. Efficiency Estimation of Production Functions. *International Economic Review* 13(3):568–598.
- Ahn, Taesik, Arnold V., A. Charnes og W. W. Cooper. 1988. Using Data Envelopment Analysis to Measure the Efficiency of Not-for-Profit Organizations: A Critical Evaluation Comment. *Managerial and Decision Economics* 9(3):251–253.
- Ahn, Taesik, Arnold V., A. Charnes og W. W. Cooper. 1989a. DEA and Ratio Efficiency for Public Institutions of Higher Learning in Texas. *Research in Governmental and Nonprofit Organizations* 5:165–185.
- Ahn, Taesik, Arnold V., A. Charnes og W. W. Cooper. 1989b. A note on the Efficiency Characterization obtained in Different DEA Models. *Socio-Economic Planning Sciences* 22(6):253–257.
- Ahn, Taesik og Lawrence M. Seiford. 1993. Sensitivity of DEA to Models and Variable Sets in a Hypothesis Test Setting: The Efficiency of University Operations. I *Creative and Innovative Approaches to the Science of Management*. Ijiri, Yuji (eds.). The IC² Management and Management Science Series, Number 5. Westport: Quorum Books.
- Aigner, D. J., T. Amemiya og D. J. Poirier. 1976. On the Estimation of Production Frontiers: Maximum Likelihood Estimation of the Parameters of a Discontinuous Density Function. *International Economic Review* 17:377–396.
- Aigner, D. J. og S. F. Chu. 1968. On Estimating the Industry Production Function. *American Economic Review* 58(4):826–839.
- Aigner, D. J., C. A. K. Lovell og Peter Schmidt. 1977. Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models. *Journal of Econometrics* 6:21–37.
- Akhavain, Jalal, Allen N. Berger og David B. Humphrey. 1994. Profit efficiency effects of megamerges in banking. Working Paper, Finance and Economics Discussion Series, Division of Research and Statistics, Federal Reserve Board, Washington, D.C. (presented at the Nordic Banking Research Seminar 12–14. February at Venastul, Norway).
- Alchian, A. 1950. Uncertainty, evolution and economic theory. *Journal of Political Economy* 58:211–221.

- Alchian, A. og R. A. Kessel. 1962. Competition, Monopoly, and the Pursuit of Money. I *Aspects of Labor Economics*, side 157–175. Princeton: Princeton University Press.
- Alhadeff, D. A. 1954. *Monopoly and Competition in Commercial Banking*. Berkeley: University of California Press.
- Ali, Agha Iqbal. 1989. Computational aspects of DEA. Paper presented at the Conference on New Uses of DEA in Management, Austin, TX, September 27–29, 1989.
- Ali, Agha Iqbal. 1990a. IDEAS: Integrated Data Envelopment Analysis System. Technical Report, Department of General Business and Finance, The University of Massachusetts at Amherst.
- Ali, Agha Iqbal. 1990b. Data Envelopment Analysis: Computational Issues. *Computers, Environment, and Urban Systems* 14:157–165.
- Ali, Agha Iqbal. 1991. Data Envelopment Analysis: A Unifying Perspective. Working Paper, School of Management, The University of Massachusetts at Amherst.
- Ali, Agha Iqbal. 1993. Streamlined computations for data envelopment analysis. *European Journal of Operations Research* 64:71–67.
- Ali, Agha Iqbal. 1994. Computational aspects of DEA. Bringes i *Data Envelopment Analysis: The Theory Applications and The Process*, A. Charnes, W.W. Cooper, A.Y. Lewin, og L. Seiford (eds.).
- Ali, Agha Iqbal, Wade D. Cook og Lawrence M. Seiford. 1991. Strict vs. weak ordinal relations for multipliers in data envelopment analysis. *Management Science* 37(6):733–738.
- Ali, Agha Iqbal og Catherine S. Lerne. 1994. Inefficiency as comparative disadvantage in DEA. Working Paper, School of Management, The University of Massachusetts at Amherst.
- Ali, Agha Iqbal og L. Seiford. 1990. Translation Invariance in Data Envelopment Analysis. *Operations Research Letters*.
- Ali, Agha Iqbal og L. Seiford. 1993. Computational Accuracy and Infinitesimals n Data Envelopment Analysis. *INFOR* 32(4):290–297.
- Ali, Agha Iqbal, and L. Seiford. 1993. The mathematical programming approach to efficiency analysis. I *The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications*, Harold O. Fried, C. A. Knox Lovell, and Shelton S. Schmidt (eds.). New York: Oxford University Press.
- Ali, M. og J. C. Flinn. 1989. Profit Efficiency Among Basmati Rice Producers in Pakistan Punjab. *American Journal of Agricultural Economics* 71(2):303–310.
- Althin, Rikard. 1993. Measurement of Allocative Efficiency Without Observed Prices. Working paper no 30/1993, Department of Economics, School of Economics and Management, University of Lund.
- Althin, Rikard. 1994. Shadow Pricing of Labor - A Translog Distance Function Approach. Working paper, Department of Economics, School of Economics and Management, University of Lund. Paper presented at the second Nordic workshop in Productivity, Growth and Development, Göteborg, January 27–28, 1994.
- Aly, Hassan, Richard Grabowski, Carl Pasurka og Nanda Rangan. 1990. Technical, Scale, and Allocative Efficiencies in U.S. Banking: An Empirical Investigation. *The Review of Economics and Statistics* 72:211–218.
- Anthony, Robert G., John Dearden og Vijay Govindarajan. 1992. *Management Control Systems*, 7. udgave, Homewood: Irwin.
- Aoki, M. 1984. *The Co-operative Game Theory of the Firm*. New York: Oxford University Press.
- Arrow, Kenneth J. 1987. Economic Theory and the Hypothesis of Rationality. I *The new Palgrave: A Dictionary of Economics*, J. Eatwell, M. Milgate og P. Newman (eds.). Bind 2, side 69–74. London: Macmillan.
- Arrow, Kenneth J. 1994. Methodological individualism and social knowledge. *AEA Papers and Proceedings* 84(2):1–9.
- Assad, J. M. D. 1986. Data Envelopment Analysis Software for Microcomputers: CCR1, ADDITIVE, MINMAX, SUMMARY WINDOW. Research Report CCS 538, Center for Cybernetic Studies, The University of Texas at Austin, Texas.
- Athanassopoulos, Antreas D. 1994a. The evolution of non-parametric frontier analysis methods: A review & recent developments. Warwick Business School Research Papers no. 143, Warwick Business School Research Bureau.
- Athanassopoulos, Antreas D. og Joan A. Ballantine. 1995. Ratio and Frontier Analysis for Assessing Corporate Performance - Evidence From the Grocery Industry in the U.K. *Journal of the Operational Research Society* 46(4):427–440.
- Athanassopoulos, Antreas D. og E. Thanassaoulis. 1993. Assessing Marginal Impacts of Investments on Organizational Performance. Warwick Business School Research Paper no. 85. Presented at the Third European Workshop on Efficiency and Productivity Measurement. Center for Operations Research and Econometrics (CORE), Université Catholique de Louvain, Louvain-La-Neuve October 21–23, 1993.
- Bain, J.S. 1951. Relation of profit rate to industry concentration. *Quarterly Journal of Economics* 65:293–324.
- Banker, Rajiv D. 1980. A Game Theoretic Approach to Measuring Efficiency. *European Journal of Operations Research* 5:262–268.
- Banker, Rajiv D. 1984. Estimating most productive scale size using data envelopment analysis. *European Journal of Operations Research* 17:35–44.
- Banker, Rajiv D. 1985. Productivity measurement and management control. I *The Management of Productivity and Technology in Manufacturing*, Paul R. Kleindorfer (ed.). New York: Plenum Press.
- Banker, Rajiv D. 1989. Econometric Estimation and Data Envelopment Analysis. *Research in Governmental and Nonprofit Accounting* 5.
- Banker, Rajiv D. 1993. Maximum likelihood, consistency and data envelopment analysis: a statistical foundation. *Management Science* 39(10):1265–1273.
- Banker, Rajiv D., A. Charnes og W. W. Cooper. 1984. Some Models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science* 30(9):1078–1092.

- Banker, Rajiv D., Charnes, A., W. W. Cooper, J. Schwartz og D. Thomas. 1989. An Introduction to Data Envelopment Analysis with some of its Models and Uses. *Research in Governmental and Nonprofit Accounting* 5:125-163.
- Banker, Rajiv D., og Srikant M. Datar. 1987. Accounting for Labor Productivity in Manufacturing Operations: An Application. I *Field Studies in Management Accounting and Control*, W. Bruns og R. Kaplan (eds.). Cambridge: Harvard Business School Press.
- Banker, Rajiv D., S. Das og S. M. Datar. 1989. Analysis of Cost Variances for Management Control in Hospitals. *Research in Governmental and Nonprofit Accounting* 5.
- Banker, Rajiv D., Srikant M. Datar og Chris F. Kemerer. 1991. A Model to Evaluate Variable Impacting the Productivity of Software Maintenance Projects. *Management Science* 37(1):1-18.
- Banker, Rajiv D., Robert J. Kauffmann og Richard C. Morey. 1989. Measuring Input Productivity Gains from Information Technology. Working Paper CRIS #196, GBA #89-8. Center for Research on Information Systems, Information Systems Department, Leonard N. Stern School of Business, New York University. Presented at SIGOIS Workshop on the Impact and Value of Information Systems.
- Banker, Rajiv D., Robert J. Kauffmann og Richard C. Morey. 1990. Measuring Input Productivity Gains from Information Technology: A study of the Positran deployment at Hardee's Inc. *Journal of Management Information Systems* 7(2):29-54.
- Banker, Rajiv D. og A. Maindiratta. 1986. Piecewise Loglinear Estimation of Efficient Production Surfaces. *Management Science* 32(1):126-135.
- Banker, Rajiv D. og A. Maindiratta. 1988. Nonparametric Analysis of Technical and Allocative Efficiencies in Production. *Econometrica* 56(5):1315-1332.
- Banker, Rajiv D. og R. C. Morey. 1986a. Efficiency Analysis for Exogenously Fixed Inputs and Outputs. *Operations Research* 34(4):513-521.
- Banker, Rajiv D. og R. C. Morey. 1986b. The Use of Categorical Variables in Data Envelopment Analysis. *Management Science* 32(12): 1613-1627.
- Banker, Rajiv D. og Robert M. Thrall. 1992. Estimation of Returns to Scale using Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operations Research* 62:74-84.
- Barnett, William A. 1980. Economic Monetary Aggregates: An application of index number and aggregation theory. *Journal of Econometrics* 14:11-48.
- Barr, Richard D., Larry Seiford og Thomas F. Siems. 1991. An Envelopment-Analysis Approach to Measuring the Managerial Quality of Banks. Technical Report 91-CSE-22, Department of Computer Science and Engineering, Southern Methodist University.
- Barr, Richard D., Larry Seiford og Thomas F. Siems. 1994. Forecasting bank failures A non-parametric frontier estimation approach. *Recherches Economiques de Louvain* 60(4):417-429.
- Barr, Richard D. og Thomas F. Siems. 1994. Predicting Bank Failure Using DEA to Quantify Management Quality. Financial Industry Studies Working Paper, Federal Reserve Bank of Dallas. En tidligere version udsendt som Technical Report 92-CSE-36, Department of Computer Science and Engineering, Southern Methodist University.
- Bartholdy, Niels. 1991. Pengeinstitutternes regnskabsresultater. *Nationalbankens kvartalsoversigt* 28(2):9-14.
- Bauer, Paul W., Allen N. Berger og David B. Humphrey. 1993. Efficiency and Productivity Growth in U.S. Banking. I *The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications*, Harold O. Fried, C. A. Knox Lovell og Shelton S. Schmidt (eds.). New York: Oxford University Press.
- Bauer, Paul W. og D. Hancock. 1993. The efficiency of the Federal Reserve in providing check processing services. *Journal of Banking and Finance* 17(2-3):287-316.
- Bazaraa, Mokhtar S., John J. Jarvis og Hanif D. Sherali. 1990. *Linear Programming and Network Flows*, 2. udgave. New York: John Wiley & Sons.
- Beacham, A. 1948. Economics of Industrial Organization. London: Sir Isaac Pitman & Sons, Ltd.
- Bell, R. A. og R. C. Morey. 1994a. Increasing the Efficiency of Corporate Travel Management Through Macro Benchmarking. Working Report, Cornell Hotel School Hospitality Research Center.
- Bell, R. A. og R. C. Morey. 1994b. The search for appropriate benchmarking: A macro approach and applications to corporate travel management. *Omega, International Journal of Management Sciences* 22(5):477-490.
- Belton, Valerie og Stephen P. Vickers. 1993. Demystifying DEA - a Visual Interactive Approach Based on Multiple Criteria Analysis. *Journal of the Operational Research Society* 44(9):883-896.
- Benston, G. J. 1965. Branch banking and the economies of scale. *Journal of Finance* 20:312-331.
- Berg, Sigbjørn Atle. 1990. Har store banker kostnadsfordeler? *Penger og Kredit* 18(3):155-158.
- Berg, Sigbjørn Atle. 1992. Mergers, Efficiency and Productivity Growth in Banking: The Norwegian Experience 1984-1990. Working Paper 1992/3, Research Department, Bank of Norway, Oslo.
- Berg, Sigbjørn Atle. 1993. Effektiviteten i norske banker. Bedre eller dårligere enn banker i andre land? *Penger og Kredit* 21(3):21
- Berg, Sigbjørn Atle, Andreas Claussen og Finn R. Førsund. 1993. Banking Efficiency in the Nordic Countries: A Multi-Output Analysis. Working Paper 1993/3, Research Department, Bank of Norway, Oslo.
- Berg, Sigbjørn Atle, Finn R. Førsund, L. Hjalmarsson og S. Suominen. 1993. Banking efficiency in the Nordic countries. *Journal of Banking and Finance* 17(2-3):371-388.
- Berg, Sigbjørn Atle, Finn R. Førsund og Eilev S. Jansen. 1991. Technical Efficiency of Norwegian Banks: The Non-Parametric Approach to Efficiency Measurement. *Journal of Productivity Analysis* 2(2):127-142.
- Berg, Sigbjørn Atle, Finn R. Førsund og Eilev S. Jansen. 1992. Malmquist Indices of Productivity Growth During the Deregulation of Norwegian Banking 1980-1989. *Scandinavian Journal of Economics* 94:S212-S228.

- Berg, Sigbjørn Atle og Moshe Kim. 1995. Banks as Multioutput Oligopolies: An Empirical Evaluation of the Retail and Corporate Banking Markets. Working Paper, Norges Bank. Præsenteret på Nordic Banking Research Seminar, Venastul, Norge.
- Berger, Allen N. 1991. The Profit-Concentration Relationship in Banking, Test of Market-Power and Efficient-Structure Hypotheses and Implications for the Consequences of Bank Mergers. Working Paper no. 176, Finance and Economics Discussion Series, Division of Research and Statistics, Federal Reserve Board, Washington, D.C.
- Berger, Allen N. 1993. 'Distribution-Free' Estimates of Efficiency in the U.S. Banking Industry and Tests of the Standard Distributional Assumptions. Working Paper, Board of Governors of the Federal Reserve System, Washington, D.C. *Journal of Productivity Analysis* 4(3):261-292.
- Berger, Allen N., Gerald A. Hanweck og David B. Humphrey. Competitive Viability in Banking. 1987. *Journal of Monetary Economics* 20:501-520.
- Berger, Allen N. og David B. Humphrey. 1991. The Dominance of Inefficiencies over Scale and Product Mix Economies in Banking. *Journal of Monetary Economics* 28:117-148.
- Berger, Allen N. og David B. Humphrey. 1992a. Measurement and Efficiency Issues in Commercial Banking. I *Output Measurement in the Service Sectors*, Zwi Griliches (ed.). National Bureau of Economic Research, Studies in Income and Wealth, volume 56. Chicago/London: The University of Chicago Press.
- Berger, Allen N. og David B. Humphrey. 1992b. Megamergers in Banking and the Use of Cost Efficiency as an Antitrust Defense. *The Antitrust Bulletin* 33:541-600.
- Berger, Allen N., William C. Hunter og Stephen G. Timme (eds.). 1993. Special issue on the efficiency of financial institutions (the Atlanta Conference on 'efficiency in the financial sector, September 24-25, 1992) Særdgave af *Journal of Banking and Finance* 17(2-3)
- Bessent, A., W. Bessent, A. Charnes, W. W. Cooper og N. Thorgood. 1983. Evaluation of Educational Program Proposal by Means of Data Envelopment Analysis. *Educational Administration Quarterly* 19(2):82-107.
- Bessent, A. og J. Kennington. 1980. A Primal Simplex Code for Computing the Efficiency of Decision Making Units (version 2.0). Research Report CCS 383, The University of Texas at Austin, Center for Cybernetic Studies.
- Bhattacharyya, Arunava. 1990. Production and Inefficiency. Ph.D. Dissertation, Utah State University.
- Bjurek, Hans, Björn Gustafsson, Urban Kjulin og Gunni Kärby. 1993. Produktivitet och kvalitet i offentlig tjänsteproduktion - exempel daghem. *Ekonomisk Debatt* 21(6).
- Blackorby, C., D. Primont og R. R. Russell. 1978. *Duality, Separability, and Functional Structure: Theory and Economic Applications*. New York: North-Holland.
- Blaug, Mark. 1992. *The Methodology of Economics: Or How Economists Explain*, second edition. Cambridge: Cambridge University Press.
- Bol, Georg. 1986. On Technical Efficiency Measures: A Remark. *Journal of Economic Theory* 38(2):380-385.
- Bol, Georg. 1988. On the Definition of Efficiency Measures: A Note. *Measurement in Economics, Theory and Applications of Economic Indices*. Wolfgang Eichhorn (ed.). Heidelberg: Physica-Verlag.
- Boland, I. 1990. Méthode du bootstrap dans les modèles de frontière. Mémoire de maîtrise en sciences économiques, Université Catholique de Louvain, Louvain-la-neuve, Belgium.
- Boles, James N. 1966. Efficiency squared-efficient computation of efficiency indexes. *Western Farm Economic Association Proceedings*, Thirty Ninth Annual Meeting of the Western Farm Economic Association, side 137-142.
- Borger, B. de, K. Kerstens, W. Moesen og J. Vanneste. 1994a. Explaining Differences in Productive Efficiency: an Application to Belgian Municipalities. *Public Choice* 80:339-358.
- Borger, B. de, K. Kerstens, W. Moesen og J. Vanneste. 1994b. A non-parametric Free Disposal Hull (FDH) approach to technical efficiency: an illustration of radial and graph efficiency measures and some sensitivity results. *Swiss Journal of Economics and Statistics* 130(4):647-667.
- Bowlin, William F. 1986. Evaluating Performance in Governmental Organizations. *The Government Accountants Journal* 35, 2, 50-57.
- Bowlin, William F. 1989. An Intertemporal Assessment of the Efficiency of Air Force Accounting and Finance Offices. *Research in Governmental and Nonprofit Accounting* 5:293-310.
- Boyd, Gale og Rolf Färe. 1984. Measuring the efficiency of decision making units: A comment. *European Journal of Operations Research* 15:331-332.
- Bressler, R. G. 1966. The Measurement of Productive Efficiency. *Proceedings of the Thirty Ninth Annual Meeting of the Western Farm Economics Association* 129-136.
- Brooke, Anthony, David Kendrick og Alexander Meeraus. 1988. *GAMS: A User's Guide*. South San Francisco: The Scientific Press.
- Budgetdepartementet. 1987. Statslige initiativer til produktivitetsfremme.
- Bukh, Per Nikolaj D. 1993a. Technical Efficiency in the Danish Banking Sector: A nonparametric approach. Revideret udgave af *IFV-Papers* 1992-5, Department of Management, University of Aarhus.
- Bukh, Per Nikolaj D. 1993b. Aftigende observationer eller gennemsnitstendenser? Et notat om anvendelse af randmetoder til beregning af aldersbetingede præstationer og stjernetider. *IFV-Notater* 1993-3, Department of Management, University of Aarhus.
- Bukh, Per Nikolaj D. 1994a. Data Envelopment Analysis - En analyse af Inefficiens og stordrift i den Danske Pengeinstitutsektor. I *Symposium i Anvendt Statistik, Aalborg* 24. - 26. januar 1994, Søren Boelskifte (ed.). København: UNIC.
- Bukh, Per Nikolaj D. 1994b. Efficiency Loss in the Danish Banking Sector: A data envelopment approach. Paper presented at the Second Nordic Workshop in Productivity, Growth and Development, Göteborg, January 26-28, 1994. *IFV-Papers* 1994-2. Department of Management, University of Aarhus.
- Bukh, Per Nikolaj D. 1995. Review of Bengt Karlöf and Svante Östblom: "Benchmarking, a Signpost to Excellence in Quality and Productivity". Bringes i *Interfaces*.

- Bukh, Per Nikolaj D og Boel Christensen. 1995a. Subteknologier i pengeinstitutsektoren: En dataindhyldningsanalyse. *AFV-papers* 1995-1, Department of Management, University of Aarhus.
- Bukh, Per Nikolaj D og Boel Christensen. 1995b. Delteknologiers Efficiens: En Dataindhyldningsanalyse af den Danske Pengeinstitutsektor. Bringes i *Proceedings fra 13. Nordiska Företagsekonomiska Årneskonferens, København 14.-16. august 1995*
- Bukh, Per Nikolaj D., Finn R. Førsund og Sigbjørn Atle Berg. 1995. Banking Efficiency in the Nordic Countries: A Four-Country Malmquist Index Analysis. *Norges Bank Arbeidsnotat* 1995/5.
- Burgess, James F. og Paul W. Wilson. 1993. Technical Efficiency in Veteran Administration Hospitals. I *The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications*, Harold O. Fried, C. A. Knox Lovell og Shelton S. Schmidt (eds.). New York: Oxford University Press.
- Button, Kenneth J. og Thomas G. Weyman-Jones. 1992. Ownership Structure Institutional Organization and Measured X-efficiency. *AEA Papers and Proceedings* 439-448.
- Button, Kenneth J. og Thomas G. Weyman-Jones. 1994. X-efficiency and Technical Efficiency. *Public Choice* 80:83-104.
- Byrnes, P. 1985. Ownership and Efficiency in the Water Supply Industry: An Application of the Nonparametric Programming Approach to Efficiency Measurement. Ph.D. Thesis, Southern Illinois University, Carbondale, Illinois.
- Byrnes, P., R. Färe og S. Grosskopf. 1984. Measuring productive efficiency: an application to Illinois strip mines. *Management Science* 30(6):671-681.
- Byrnes, Patricia., R. Färe, S. Grosskopf og C. A. Knox Lovell. 1988. The Effect of Unions on Productivity: U.S. Surface Mining of Coal. *Management Science* 34(9):1037-1053.
- Caldwell, B. 1982. *Beyond Positivism: Economic Methodology in the Twentieth Century*. London: Allen and Unwin.
- Callen, J. L. og Haim Falk. 1993. Agency and Efficiency in Nonprofit Organizations: The Case of "Specific Health Focus" Charities. *The Accounting Review* 68(1):48-65.
- Camm, Jeffrey D. og Thomas J. Grogan. 1988. An Application of Frontier Analysis: Handicapping Running Races. *Interfaces* 18(6):52-60.
- Camm, Jeffrey D. og Thomas J. Grogan. 1992. Handicapping Running Races: The new frontier. Working Paper, Department of Quantitative Analysis & Information Systems, University of Cincinnati.
- Camm, Jeffrey D., Thomas R. Cullledge jr., and Lewis A Litteral. 1991. The Learning Curve: A frontier approach. Paper presented at the *Second European Workshop on Efficiency and Productivity* held at the Center for Operations Research and Econometrics (CORE), Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgium, October 25-26, 1991.
- Camp, Robert C. 1989. *Benchmarking: The Search for Industry Best Practice that Leads to Superior Practice*. Milwaukee: ASQC Quality Press.
- Carlson, D. E. 1972. The Production and Cost Behavior of Higher Education Institutions. Unpublished Ph.D. Dissertation, GSBA, University of California, Berkeley, CA.
- Carlson, Sune. 1939. A Study on the Pure Theory of Production. *Stockholm Economic Studies* no. 9. London: P. S. King & Staples, Ltd.
- Carlsson, B. 1968. The Measurement of Efficiency in Production: An Application to Swedish Manufacturing Industries 1968. *Swedish Journal of Economics* 74:468-485.
- Carstensen, Erik. 1986a. Den fremtidige arbejdsdeling på penge- og kapitalmarkedet. *Nationaløkonomisk Tidsskrift* 124(1):62-76
- Carstensen, Erik. 1986b. Koncentrationen øges på kapitalmarkedet. *Sparekassen*, marts, 18-21.
- Caudill, Steven B., John M. Ford og Daniel M. Gropper. 1995. Frontier Estimation and Firm-Specific Inefficiency in the Presence of Heteroscedasticity. *Journal of Business & Economic Statistics* 13(1):105-111.
- Cebenoyan, A. Sinan, Elizabeth S. Cooperman og Charles A. Register. 1993. The relative efficiency of stock versus mutual S& Ls: a stochastic cost frontier approach. *Journal of Financial Services Research* 7:151-170.
- Chambers, Robert G. 1988. *Applied Production Analysis*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Chambers, Robert G. 1989. Recent Developments in Production Economics. *Economic Record*, side 243-264.
- Chambers, Robert G. og Rolf Färe. 1993. Input-output separability in production models and its structural consequences. *Journal of Economics* 2:197-202.
- Chandler, Alfred D., Jr. 1962. *Strategy and Structure: Chapters in the History of the American Industrial Enterprise*. Cambridge: MIT Press.
- Chang, Kuo-Ping og Yeah-Yuh Guh. 1991. Linear Production Functions and the Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operations Research* 52(2):215-223.
- Charnes, A., R. Clark, W. W. Cooper og B. Golany. 1985. A Development Study of Data Envelopment Analysis in Measuring the Efficiency of Maintenance Units in the U.S. Air Forces. *Annals of Operations Research* 2:95-112.
- Charnes, A. og W. W. Cooper. 1961. *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming*, vol. I. New York: John Wiley & Sons.
- Charnes, A. og W. W. Cooper. 1978. Managerial Economics: Pasts, Present and Future. *Journal of Enterprise Management* 2
- Charnes, A. og W. W. Cooper. 1980a. Auditing and Accounting for Program Efficiency and Management Efficiency in Not-for-Profit Entities. *Accounting, Organizations and Society* 5(1):87-107.
- Charnes, A. og W. W. Cooper. 1980b. Management Science Relations for Evaluation and Management Accountability. *Journal of Enterprise Management* 2(2):143-162.
- Charnes, A. og W. W. Cooper. 1985. Preface to Topics in Data Envelopment Analysis. *Annals of Operations Research* 2:59-94.
- Charnes, A. og W. W. Cooper. 1990. DEA Usages and Interpretations. National Contribution of the U.S.A. IFORS '90 - 12th Triennial Conference on Operations Research, Athens, Greece - June 25-29, 1990.

- Charnes, A., W. W. Cooper, B. Golany, L. Seiford og J. Stutz. 1985. Foundation of Data Envelopment Analysis for Pareto-Koopmans Efficient Empirical Production Functions. *Econometrica* 30:91-107.
- Charnes, A., W. W. Cooper, Z. M. Huang, and D. B. Sun. 1990. Polyhedral Cone-Ratio DEA Models with an Illustrative Application to Large Commercial Banks. *Journal of Econometrics* 46:73-91.
- Charnes, A., W. W. Cooper og E. Rhodes. 1977. Measuring the Efficiency of Decision Making Units with some new Production Functions and Estimation Methods. Research Report CCS 308, The University of Texas at Austin, Center for Cybernetic Studies. Revision of an earlier version entitled: "Exposition, interpretation and extensions of the Farrell efficiency measure", 1975.
- Charnes, A., W. W. Cooper og E. Rhodes. 1978. Measuring the Efficiency of Decision Making Units. *European Journal of Operations Research* 2:429-444.
- Charnes, A., W. W. Cooper og E. Rhodes. 1980. An Efficiency Opening for Managerial Accounting in Not-for-Profit Entities. I *Management Accounting 1980, Proceedings of the University of Illinois Management Accounting Symposium*, H. Peter Holzer (ed.) Department of Accountancy, University of Illinois at Urban-Champaign.
- Charnes, A., W. W. Cooper og E. Rhodes. 1981. Evaluating program and managerial efficiency: An application of data envelopment analysis to program follow through. *Management Science* 27(6):668-697.
- Charnes, A., W. W. Cooper, J. Rousseau og J. Semple. 1987. Data Envelopment Analysis and Axiomatic Notions of Efficiency and Reference Sets. Research Report CCS 558, Center for Cybernetic Studies, University of Texas, Austin.
- Charnes, A., W. W. Cooper, L. Seiford og J. Stutz. 1982. A Multiplicative Model for Efficiency Analysis. *Socio-Economic Planning Sciences* 16(5):223-224.
- Charnes, A., W. W. Cooper, L. Seiford og J. Stutz. 1983. Invariant Multiplicative Efficiency and Piecewise Cobb-Douglas Envelopments. *Operations Research Letters* 2(3):101-103.
- Charnes, A., W. W. Cooper og R. M. Thrall. 1986. Classifying and Characterizing Efficiencies and Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Operations Research Letters* 5(3):105-110.
- Charnes, A., W. W. Cooper og R. M. Thrall. 1991. A Structure for Classifying and Characterizing Efficiency and Inefficiency in Data Envelopment Analysis. *Journal of Productivity Analysis* 2(3):197-236.
- Charnes, A., W. W. Cooper, Q. L. Wei og Z. M. Huang. 1989. Cone Ratio Data Envelopment Analysis and Multiobjective Programming. *International Journal of Systems Science* 20(7):1099-1118.
- Chilingerian, J.A. 1995. Evaluating physician efficiency in hospitals: A multivariate analysis of best practices. *European Journal of Operations Research* 80(2):548-574.
- Christensen, Flemming, Peter Fristrup og Jens Leth Hougaard. 1991. *Produktivitetsanalyse*. København: Jurist- og Økonomiforbundets Forlag.
- Christensen, Laurits R., Dale W. Jorgensen og Lawrence J. Lau. 1973. Transcendental logarithmic production frontiers. *Review of Economics and Statistics* 65:28-45.
- Clark, Jeffrey A. 1988. Economics of Scale and Scope at Depository Financial Institutions: A Review of the Literature. *Economic Review*, Federal Reserve Bank of Kansas City 73, 8:16-33.
- Cobb, C. og P. Douglas. 1928. A Theory of Production. *American Economic Review*, supplement til volume 18:139-165.
- Coelli, T.J. 1991. Maximum-Likelihood Estimation of Stochastic Frontier Production Functions with Time-Varying Technical Efficiency Using the Computer Program, FRONTIER version 2.0. Working paper no. 57, Department of Econometrics, University of New England, Australia.
- Coelli, T.J. 1992. A Computer Program for Frontier Production Estimation, Frontier Version 2.0. *Economic Letters* 39:29-32.
- Cohen, Michael D., James G. Marsch og Johan O. Olson. 1972. A Garbage Can Model of Organizational Choice. *Administrative Science Quarterly* 17:1-25.
- Collier, David A. og James E. Storbeck. 1993a. Monitoring of Continuous Improvement Performance Using Data Envelopment Analysis. *Decision Science Institute Proceedings* 3:1925-1927.
- Collier, David A. og James E. Storbeck. 1993b. A Data Envelopment Approach to Benchmarking in the telecommunication industry. Working Paper, Faculty of Management Science, The Ohio State University.
- Collwell, R. J. og E. P. Davis. 1992. Output and Productivity in Banking. *Scandinavian Journal of Economics* 94:S111-S129.
- Conover, W. J. 1980. *Practical Nonparametric Statistics*. Second edition. New York: John Wiley & Sons.
- Cook, Wade D., Alex Kazakov og Ya'akov Roll. 1991. On the Measurement and Monitoring of Relative Efficiency of Highway Maintenance Patrols. Bringes i A. Charnes, W. W. Cooper, Arie Y. Lewin og Lawrence M. Seiford (eds.). *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications*.
- Cook, R. D. og S. Weisberg. 1982. *Residuals and Influence in Regression* New York: Chapman and Hall.
- Cornes, Richard. 1992. *Duality and Modern Economics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Cournot. 1897 [1838]. *Researches Into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth*. Oversat af Thomas N. Bacon. New York: The Macmillan Company.
- Cyert, R.M. og J.G. March. 1963. *A Behavioral Theory of the Firm*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.
- Daft, Richard L. og Arie Y. Lewin. 1990. Can Organization Studies Break out of the Normal Science Straightjacket? An Editorial Essay. *Organization Science* 1(1):1-9.
- Dantzig, G. B. 1963. *Linear Programming and its Extensions*. Princeton: Princeton University Press.

- Danø, Sven. 1955. Linear programming i produktionsteorien. *Nationaløkonomisk Tidsskrift* 3-4:94-117.
- Danø, Sven. 1966. *Industrial Production Models: A theoretical study*. Wien: Springer-Verlag. Samtidig udgivet som *Studier fra Københavns Økonomiske Institut* nr. 9.
- Danø, Sven. 1974. The Significance of the Production Function and its Parameters. I *Les Proportions et Intensités de Facteurs: Analyse Sectorielle et Intersectorielle*, Colloques Internationaux du Centre National de la Recherche Scientifique, no. 552.
- Debreu, G. 1951. The Coefficient of Resource Utilization. *Econometrica* 19(3):273-292.
- DeFourny, J., C. A. K. Lovell og A. G. M. N'Gbo. 1992. Variation in Productive Efficiency in French Workers' Cooperatives. *Journal of Productivity Analysis* 3(1-2):103-17.
- Deller, Steven C. og Carl N. Nelson. 1991. Measuring the Economic Efficiency of Producing Rural Road Services. *American Agricultural Economics Association* 194-201.
- Deprins, Dominique. 1989. Estimation de frontières de production et mesures de l'efficacité technique. Université Catholique de Louvain, Faculté des Sciences Economiques, Sociales et Politiques, nouvelle série no. 186. Louvain-la-Neuve: CIACO.
- Deprins, Dominique og Léopold Simar. 1983. On Farrell Measures of Technical Efficiency. Smash Cahier no. 8303, Faculté Universitaire Saint Louis, Boulevard du Jardin Botanique, 43, B-1000.
- Deprins, Dominique og Léopold Simar. 1989a. Estimation de frontières déterministes avec facteurs exogènes d'inefficacité. *Annales d'économie et de statistique* 14:117-150.
- Deprins, Dominique og Léopold Simar. 1989b. Estimating Technical Inefficiencies with Corrections for Environmental Conditions with an Application to Railway Companies. *Annals of Public and Cooperative Economics* 60(1):81-102.
- Deprins, Dominique, Léopold Simar og Henry Tulkens. 1984. Measuring Labor-Efficiency in Post Offices. I *The Performance of Public Enterprises*, M. Marchand, P. Pestieau, and H. Tulkens (ed.). Amsterdam: Elsevier Science Publishers B. V.
- Desai, A. og A. P. Schinnar. 1987. Stochastic Data Envelopment Analysis. Working paper WPS 87-23, College of Business, The Ohio State University, Columbus, OH.
- Diewert, W. Erwin. 1980. Aggregation Problems in the Measurement of Capital. I *The Measurement of Capital*, D. Usher (ed.). Chicago: The University of Chicago Press for the National Bureau of Economic Research.
- Diewert, W. Erwin. 1982. Duality Approaches to Microeconomic Theory. I *Handbook of Mathematical Economy, volume II* K. J. Arrow and M. D. Intriligator (eds.). Amsterdam: North-Holland Publishing Company.
- Donovan, D. J. 1978. Modelling the Demand for Liquid Assets: An Application to Canada. *International Monetary Fund Staff Paper* 25(4):676-704.
- Dorfman, Robert, Paul A. Samuelson og Robert M. Solow. 1958. *Linear Programming and Economic Analysis*, The RAND series. New York: McGraw-Hill Book Company, Inc.
- Drake, Leigh og Thomas G. Weyman-Jones. 1992a. Technical and Scale Efficiency in UK Building Societies. *Applied Financial Economics* 2:1-9.
- Drake, Leigh og Thomas G. Weyman-Jones. 1992b. Productive and Allocative Inefficiency in UK Building Societies: A Comparison of Non-Parametric and Stochastic Frontier Techniques. Economic Research Paper No. 92/2, Department of Economics, Loughborough University of Technology.
- Drucker, Peter F. 1954. *The Practice of Management*. New York: Harper & Brother Publishers.
- Drury, Colin. 1992. *Management and Cost Accounting*, 3. udgave. London: Chapman & Hall.
- Dugger, R. R. III. 1974. An Application of Bounded Nonparametric Estimating Functions to the Analysis of Bank Cost and Production Functions. Unpublished Ph.D. dissertation, Department of Economics, University of North Carolina, Chapel Hill, NC.
- Dusansky, R. og P. W. Wilson. 1995. On the Relative Efficiency of Alternative Modes of Producing a Public Sector Output: The Case of the Developmentally Disabled. *European Journal of Operations Research* 80(3):608-618.
- Dyson, R. G. og E. Thanassoulis. 1988. Reducing Weight Flexibility in Data Envelopment Analysis. *Journal of the Operational Research Society* 39(6):563-576.
- Ellinger, Paul N. 1994. Potential Gains from Efficiency Analysis of Agricultural Banks. *American Journal of Agricultural Economics* 76:652-654.
- Ellison, E. F. D. og Gautam Mitra. 1982. UIMP: User Interface for Mathematical Programming. *ACM Transactions on Mathematical Software* 8(3):229-255.
- Elyasiani, Elyas og Seyed M. Mehdi. 1990a. A Nonparametric Approach to Measurement of Efficiency and Technological Change: The Case of Large U.S. Commercial Banks. *Journal of Financial Services Research* 4:157-168.
- Elyasiani, Elyas og Seyed M. Mehdi. 1990b. Efficiency in the Commercial Banking Industry, a Production Frontier Approach. *Applied Economics* 22:539-551.
- Elyasiani, Elyas og Seyed M. Mehdi. 1992. Productive Efficiency of Minority and Non-Minority-Owned Banks: A Nonparametric Approach. *Journal of Banking and Finance* 6:933-948.
- Elyasiani, Elyas, Seyed M. Mehdi og Rasoul Rezvanian. 1994. An Empirical Test of Association Between Production and Financial Performance: the Case of the Commercial Banking Industry. *Applied Financial Economics* 4(1):55-59.
- English, M., S. Grosskopf, K. Hayes og S. Yaisawarng. 1993. Output Allocative and Technical Efficiency of Banks. *Journal of Banking and Finance* 17(2-3):349-366.
- Epstein, M. K. og J. C. Henderson. 1989. Data Envelopment Analysis for Managerial Control and Diagnosis. *Decision Sciences* 20(1):90-119.
- Erhvervsfremmestyrelsen. 1994. *Serviceydelse, Erhvervsfremmestyrelsens Ressource områdeanalyser*.
- Evanoff, Douglas D. og Phillips R. Israilevich. 1990. Deregulation, Cost Economics and Allocative Efficiency of Large Commercial Banks. WP-1990/19 Working Paper Series. Issues in Financial Regulation, Research Department, Federal Reserve Bank of Chicago.
- Evanoff, Douglas D. og Phillips R. Israilevich. 1991. Scale Elasticity and Efficiency for U.S. Banks. WP-1991/15, Working Paper Series. Issues in Financial Regulation, Research Department, Federal Reserve Bank of Chicago.

- Evanoff, Douglas D., Phillips R. Israilevich og Randall C. Merris. 1989. Technical Change, Regulation and Economies of Scale for large Commercial Banks: An application of Shephards Lemma. Working Paper, Federal Reserve Bank of Chicago.
- Farrell, M. J. 1957. The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society, ser. A* 120(3):253-289.
- Farrell, M. J. og M. Fieldhouse. 1962. Estimating Efficient Functions Under Increasing Returns to Scale. *Journal of the Royal Statistical Society, ser. A* 125(2):252-269.
- Ferguson, C. E. 1969. *The Neoclassical Theory of Production and Distribution*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Ferrantino, M. J. og G. D. Ferrier. 1995. The Technical Efficiency of Vacuum-Pan Sugar Industry of India: An Application of a Stochastic Frontier Production Function Using Panel Data. *European Journal of Operations Research* 80(3):639-653.
- Ferrier, G. D., S. Grosskopf, K. Hayes og S. Yaisawarng. 1993. Economies of Diversification in Banking Industry: A Frontier Approach. *Journal of Monetary Economics* 31:229-249.
- Ferrier, G. D., Kristiaan Kerstens og Philippe Vanden Eeckaut. 1994. Radial and Non-radial Technical Efficiency: A Comparison Using US Banking Data. *Recherches Economiques de Louvain* 60(4):450-479.
- Ferrier, G. D. og C. A. Knox Lovell. 1990. Measuring Cost Efficiency in Banking, Econometric and Linear Programming Evidence. *Journal of Econometrics* 46:229-245.
- Finansministeriet. 1990. *Udgiftsanalyser 1990*. København: Finansministeriet, Budgetdepartementet.
- Finansministeriet. 1991. *Udgiftsanalyser 1991*. København: Finansministeriet, Budgetdepartementet.
- Finansministeriet. 1992a. Produktivitetsanalyse af Seminarieområdet. Notat.
- Finansministeriet. 1992b. Produktivitetsanalyse af Arbejdsformidlingen. Notat.
- Finansministeriet. 1992c. *Udgiftsanalyser 1992*. København: Finansministeriet, Budgetdepartementet.
- Fixler, Dennis J. 1988. A commercial bank output price index. BLS Working Paper 179, Washington DC.
- Fixler, Dennis J. og Kimberly D. Zieschang. 1991a. Measuring the Nominal Value of Financial Services in the National Income Account. *Economic Inquiry* 29(1):53-68.
- Fixler, Dennis J. og Kimberly D. Zieschang. 1991b. Pricing Imputation Problems in Commercial Banking: A Production Frontier Approach. Working Paper, Division and Price and Index Number Research, Bureau of Labor Statistics. Presented at the 11th European Congress on Operational Research, Aachen, July 16-19, 1991 and at the Western Economic Association meetings, Seattle, Washington, June 30- July 3, 1991.
- Fixler, Dennis J. og Kimberly D. Zieschang. 1992a. Incorporating Ancillary Measures of Process and Quality Change into a Superlative Productivity Index. *Journal of Productivity Analysis* 2(4):245-267, with Erratum 3(3):307.
- Fixler, Dennis J. og Kimberly D. Zieschang. 1992b. User Cost, Shadow prices, and the Real Output of Banks. I *Output Measurement in the Service Sectors*, Zwi Griliches (ed.). National Bureau of Economic Research, Studies in Income and Wealth, volume 56. Chicago/London: The University of Chicago Press.
- Fixler, Dennis J. og Kimberly D. Zieschang. 1993. An Index Number Approach to Measuring Bank Efficiency: An Application to Mergers. *Journal of Banking and Finance* 17(2-3):437-450.
- Fizel, John L. og Thomas S. Nunnikhoven. 1993. The Efficiency of Nursing Home Chains. *Applied Economics* 25:49-55.
- Forchhammer, Nels. 1937. Elektriske Glødelampers Levetid og Økonomi. *Nordisk Tidsskrift for Teknisk Økonomi* 2:111-120.
- Foster, John. 1991. Data Envelopment Analysis: a Comparative Tool. I *Recent Developments in Mathematical Programming*. Santosh Kumar (ed.). Philadelphia: Gordon and Breach Science Publishers.
- Foster, John. 1994. DEA: a role in Policy Exploration? *OR Insight* 7(1):2-6.
- Fourer, R. 1983. Modelling Languages Versus Matrix Generators for Linear Programming. *ACM Transactions on Mathematical Software* 9:143-183.
- Fourer, R., D. M. Gay og Brian W. Kernighan. 1987. AMPL: A Mathematical Programming Language. Computer Science Technical Report 133, AT&T Bell Laboratories, Murray Hill, NJ.
- Fourer, R., D. M. Gay og Brian W. Kernighan. 1990. A Modeling Language for Mathematical Programming. *Management Science* 36(5):519-554.
- Frantz, Roger. 1992. X-efficiency and Allocative Efficiency: What Have We Learned? *AEA Papers and Proceedings* 434-438.
- Frei, Frances F. og Patrick T. Harker. 1995. Process Efficiency in Retail Banking: Methods and Empirical Results. Indlæg på European Institute for Advanced Studies in Management Workshop on Quality Management in Services V, Tilburg, The Netherlands May 11, 12, 1995.
- Fried, H. O. og C. A. K. Lovell. 1994. Enhancing the Performance of Credit unions: the Evolution of a Methodology. *Recherches Economiques de Louvain* 60(4):431-447.
- Fried, H. O., C. A. K. Lovell og P. Vanden Eeckaut. 1993. Evaluating the performance of US Credit unions. *Journal of Banking and Finance* 17(2-3):251-266.
- Fried, H. O., C. A. K. Lovell og Shelton S. Schmidt. 1993. The Measurement of Productive Efficiency. New York: Oxford University Press.
- Frisch, Ragnar. 1933. Tekniske og Økonomiske Produktivitetslove. Mimeograferet udgave.
- Frisch, Ragnar. 1935. The Principle of Substitution: an Example of its Application in the Chocolate Industri. *Nordisk Tidsskrift for Teknisk Økonomi* 1(1):12-27.
- Frisch, Ragnar. 1962. *Inledning til Produktions teorien*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Frisch, Ragnar. 1965. *Theory of Production*. Rand McNally and Company.
- Fukuyama, Hirofumi. 1993a. Technical and Scale Efficiency of Japanese Commercial Banks: A Nonparametric Approach. *Applied Economics* 25:1101-1112.

- Fukuyama, Hirofumi. 1993b. Decomposing Efficiency Measures into Components; An Application to Japanese Banking. Working Paper, Faculty of Commerce, Fukuoka University.
- Fuss, M. og D. McFadden (eds.). 1978. Production Economics: A Dual Approach to Theory and Applications (2 bind). Amsterdam: North-Holland.
- Färe, Rolf. 1975. Efficiency and the Production Function. *Zeitschrift für Nationalökonomi* 35:317-324.
- Färe, Rolf. 1985. On the non-archimedean in Data Envelopment Analysis. Working Paper No.85-W04, Department of Economics, Southern Illinois University, Carbondale, IL.
- Färe, Rolf. 1986a. A Dynamic Non-Parametric Measure of Output Efficiency *Operations Research Letters* 5(2):83-85.
- Färe, Rolf. 1986b. Addition and Efficiency. *The Quarterly Journal of Economics* 861-865.
- Färe, Rolf. 1988a. Efficiency Gains from Addition of Technologies: A Nonparametric Approach. I *Measurement in Economics, Theory and Applications of Economic Indices*, Wolfgang Eichhorn (ed.). Heidelberg: Physica-Verlag.
- Färe, Rolf. 1988b. *Fundamentals of Production Theory*. Berlin: Springer-Verlag.
- Färe, Rolf og S. Grosskopf. 1983b. Measuring Congestion in Production. *Zeitschrift für Nationalökonomie* 43(3):257-271.
- Färe, Rolf og S. Grosskopf. 1993. Efficiency and Productivity in Nonparametric Vintage Technologies. Paper presented at the Third European Workshop on Efficiency and Productivity Measurement held at the Center for Operations Research and Econometrics (CORE), Université Catholique de Louvain, Louvain-La-Neuve, October 21-23, 1993.
- Färe, Rolf og S. Grosskopf. 1994. *Cost and Revenue Constrained Production*, Birkent University Lecture Series. New York: Springer-Verlag.
- Färe, Rolf, S. Grosskopf og Hynunok Lee. 1990. A Nonparametric Approach to Expenditure-constrained Profit Maximization. *American Journal of Agricultural Economics* 575-581.
- Färe, Rolf, S. Grosskopf og Sung-Ko Li. 1992. Linear Programming Models for Firm and Industry Performance. *Scandinavian Journal of Economics* 94(4):599-608.
- Färe, Rolf, S. Grosskopf og J. Logan. 1983. The Relative Efficiency of Illinois Electric Utilities. *Resources and Energy* 5(4):349-367.
- Färe, Rolf, S. Grosskopf og J. Logan. 1985. The Relative Performance of Public-Owned and Privately-Owned Electric Utilities. *Journal of Public Economics* 26:89-106.
- Färe, Rolf, S. Grosskopf og C. A. K. Lovell. 1985. *The Measurement of Efficiency of Production*. Boston: Kluwer-Nijhoff Publishing.
- Färe, Rolf, S. Grosskopf og C. A. K. Lovell. 1987a. Some Observations on the New DEA. Working Paper 87-4, Department of Economics, CB # 3305, Gardner Hall, University of North Carolina, Chapel Hill.
- Färe, Rolf, S. Grosskopf og C. A. K. Lovell. 1987b. Nonparametric Disposability Tests. *Journal of Economics* 1: 77-85.
- Färe, Rolf, S. Grosskopf og C. A. K. Lovell. 1988a. An Indirect Approach to the Evaluation of Producer Performance. *Journal of Public Economy* 37:71-89.
- Färe, Rolf, S. Grosskopf og C. A. K. Lovell. 1988b. Scale Elasticity and Scale Efficiency. *Journal of Institutional and Theoretical Economics* 144:721-729.
- Färe, Rolf, S. Grosskopf og C. A. K. Lovell. 1992. Indirect Productivity Measurement. *Journal of Productivity Analysis* 2(4):283-298.
- Färe, Rolf, S. Grosskopf og C. A. K. Lovell. 1994. *Production Frontiers*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Färe, Rolf, S. Grosskopf, C. A. K. Lovell. og C. Pasurka. 1989. Multilateral Productivity Comparisons When Some Outputs are Undesirable: A Nonparametric Approach. *The Review of Economics and Statistics* LXXI(1):90-98.
- Färe, Rolf, S. Grosskopf, C. A. K. Lovell. og S. Yaisawarng. 1993. Derivation of Shadow Prices for Undesirable Outputs: A Distance Function Approach. *Review of Economics and Statistics* 374-380.
- Färe, Rolf. S. Grosskopf og D. Njinkeu. 1988. On Piecewise Reference Technologies. *Management Science* 34(12):1507-1511.
- Färe, Rolf og W. Hunsaker. 1986. Notions of Efficiency and Their Reference Sets. *Management Science* 32(2):237-243.
- Färe, Rolf og L. Jansson. 1976. Joint Inputs and the Law of Diminishing Returns. *Zeitschrift für Nationalökonomie* 36:407-416.
- Färe, Rolf og James Logan. 1993. Duality Theory and Value Constraint. *Scottish Journal of Political Economy* 40(3):330-334.
- Färe, Rolf og C. A. K. Lovell. 1978. Measuring the Technical Efficiency of Production. *Journal of Economic Theory* 19(1):150-162.
- Färe, Rolf og C. A. K. Lovell. 1987. Aggregation and Efficiency. I *Measurement in Economics, Theory and Applications of Economic Indices*, Wolfgang Eichhorn (ed.). Heidelberg: Physica-Verlag.
- Färe, Rolf, C. A. K. Lovell og K. D. Zieschang. 1983. Measuring the Technical Efficiency of Multiple Output Production Technologies. W. Eichhorn, R. Henn, K. Neumann og R. W. Shephard (ed.)
- Färe, Rolf og Daniel Primont. 1988. Efficiency Measures for Multiplant Firms with Limited Data. I *Measurement in Economics, Theory and Applications of Economic Indices*, Wolfgang Eichhorn (ed.). Heidelberg: Physica-Verlag.
- Färe, Rolf og Daniel Primont. 1993. Measuring the Efficiency of Multiunit Banking: An Activity Analysis Approach. *Journal of Banking and Finance* 17(2-3):383-398.
- Färe, Rolf og Daniel Primont. 1994. The Unification of Ronald W. Shephard's Duality Theory. *Journal of Economics* 60(2):199-207.
- Färe, Rolf og Daniel Primont. 1995. *Multi-Output Production and Duality: Theory and Applications*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Färe, Rolf og L. Svensson. 1980. Congestion of Production Factors. *Econometrica* 48(7):1745-1753.
- Färe, Rolf og Kimberly Ziechang. 1990. Determining Output Shadow Prices for a Cost-constrained Technology. *Journal of Economics* 54(2):143-155.

- Førsund, Finn R. 1990. The Malmquist Productivity Index. Memorandum no. 28., December 1990. Memorandum from Department of Economics, University of Oslo
- Førsund, Finn R. 1995. Engineering Production Functions: Chocolate Production Revisited. Indlæg på Symposium at the Centennial of Ragnar Frisch, 3-5 marts 1995, The Norwegian Academy of Science and Letters, Oslo.
- Førsund, Finn R. og Lennart Hjalmarsson. 1974a. On the measurement of productive efficiency. *Swedish Journal of Economics* 76(2):141-154.
- Førsund, Finn R. og Lennart Hjalmarsson. 1974b. Comment on Bo Carlson's "The Measurement of Efficiency of Production: An Application to Swedish Manufacturing Industries, 1968". *Swedish Journal of Economics* 76:251-254.
- Førsund, Finn R. og Lennart Hjalmarsson. 1979a. Generalized Farrell Measures of Efficiency: An Application to Milk Processing in Swedish Dairy Plants. *The Economic Journal*, 89:294-315.
- Førsund, Finn R. og Lennart Hjalmarsson. 1979b. Frontier Production Functions and Technical Progress A Study of General Milk Processing in Swedish Dairy Plants. *Econometrica* 47(4):883-900.
- Førsund, Finn R. og Lennart Hjalmarsson. 1979c. Technical Progress and Structural Change in the Swedish Cement Industry 1955-1979. *Econometrica* 51(5):1449-1467.
- Førsund, Finn R. og Lennart Hjalmarsson. 1987. *Analysis of Industrial Structure: A Putty-clay Approach*. The Industrial Institute for Economic and Social Research, Stockholm: Almquist & Wiksell International.
- Førsund, Finn R., Lennart Hjalmarsson, Jussi Karko, Øyvind Eitheim og Timmo Summa. 1985. An Inercountry Comparison of Productivity and Technical Change in the Nordic Cement Industry. The Research Institute of The Finnish Economy, Publication no. B44. Helsinki.
- Førsund, Finn R. og Eilev Jansen. 1977. On Estimating Average and Best Practice Homothetic Production Functions via Cost Functions. *International Economic Review* 18(2):463-476.
- Gale, David. 1960. *The Theory of Linear Economic Models*. New York: The Maple Press Company, York, PA.
- Ganley, Joe og John Cubbin. 1992. *Public Sector Efficiency Measurement: Applications of Data Envelopment Analysis*. Amsterdam: North-Holland.
- Gardner, L. A. og M. F. Grace. 1993. X-efficiency in the US Life Insurance Industry. *Journal of Banking and Finance* 17(2-3):497-510.
- Gill, Phillip E., Walter Murray, Bruce A. Murtagh, Michael A. Saunders og Margaret H. Wright. 1988. GAMS/MINOS. Appendix D i *GAMS: A User's Guide*, Anthony Brooke, David Kendrick og Alexander Meeraus (ed.). South San Fransisco: The Scientific Press.
- Gilligan, Thomas, Michael Smirlock og William Marshall. 1984. Scale and Scope Economies in the Multi-Product Banking Firm. *Journal of Monetary Economics* 13:393-405.
- Giokas, Di. 1991. Bank Branch Operating Efficiency: A Comparative Application of DEA and the Loglinear Model. *OMEGA Int. J. of Mgmt Sci.* 19(6):549-557.
- Glorfelt-Tart, B. 1937. Den Økonomisk Definerede Produktionsfunktion og den Heterogene Fremstillingsproces. *Nordisk Tidsskrift for Teknisk Økonomi*, 10:226-272.
- Good, D. H., L.-H. Röller og R. C. Sickless. 1995. Airline Efficiency Differences Between Europe and the US: Implications for the Pace of EC Integration and Domestic Regulation. *European Journal of Operations Research* 80(3):508-518.
- Grabowski, Richard og Carl Pasurka. 1987. The Relative Technical Efficiency of Northern and Southern Farms in 1860. *Southern Economic Journal* 54:598-614.
- Grabowski, Richard, N. Rangan og R. Rezvanian. 1993. Organizational Forms in Banking: An Empirical Investigation of Cost Efficiency. *Journal of Banking and Finance* 17(2-3):531-538.
- Green, R. H. og D. H. Davis. 1988. Data Envelopment Analysis, The NAG Fortran Library and Unix. *NAG Newsletter* 1:12-19.
- Greene, William H. 1991. *LIMDEP User's Manual, version 6.0*. New York: Econometric Software, Inc.
- Greene, William H. 1992. *Econometric Analysis*, 2. udgave. New York: Macmillan Publishing Company.
- Greene, William H. 1993. The Econometric Approach to Efficiency Measurement. I *The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications*, Harold O. Fried, C. A. Knox Lovell, and Shelton S. Schmidt (eds.). New York: Oxford University Press.
- Greil, Tatjana og Frank A. Schmidt. 1995. Betriebsliche Effizienz Österreichischer Geschäftsbanken. *ÖBA* 1:18-22.
- Grogan, Thomas J., Bradley R. A. Wilson og Jeffrey D. Carrm. 1991. The Relationship Between Age and Optimal Performance of Elite Athletes in Endurance Running Events. *Research Quarterly for Exercise and Sports* 62(3):333-339.
- Grosses, A. 1953. The Technological Structure of the Cotton Textile Industry. *Studies in the Structure of the American Economy*. W. Leontief (ed.). New York: Oxford University Press.
- Grosskopf, S. 1986. The Role of the Reference Technology in Measuring Productivity Efficiency. *The Economic Journal* 96:499-513.
- Grosskopf, S., D. Margaritis og V. Valdmanis. 1995. Estimating Output Substitutability of Hospital Services: A Distance Function Approach. *European Journal of Operations Research* 80(2):575-587.
- Grosskopf, S. og V. Valdmanis. 1987. Measuring Hospital Performance: A Nonparametric Approach. *Journal of Health Economics* 6:89-107.
- Gunst, Jens, Niels Lauritzen og Eskild Heinesen. 1984. *Offentlig Service, Effektivitet og Produktivitet*, Danmarks Forvaltningshøjskoles Skriftserie. København: Jurist- og Økonomiforbundets Forlag.
- Hall, Peter, Wolfgang Härdle og Léopold Simar. 1995. Iterated Bootstrap with Applications to Frontier Models. *Journal of Productivity Analysis* 6:63-76.
- Hancock, Diana. 1985a. Bank Profitability, Interest Rates, and Monetary policy. *Journal of Money, Credit, and Banking* 14:179-192.

- Hancock, Diana. 1985b. The Financial Firm: Production with Monetary and Non-Monetary goods. *Journal of Political Economy* 93(5):859-880.
- Hartman, Thomas og James E. Storbeck. 1995. Measuring Managerial and Program Efficiencies in a Swedish Savings and Loan. Working paper, Department of Business Administration, School of Economics, University of Gothenburg. Præsenteret på Third International Conference, Decision Science Institute, June 12-14 1995.
- Heshmati, A., S. C. Kumbhakar og L. Hjalmarsson. 1995. A Farm Level Study Using Rotating Panel Data 1976-1988. *European Journal of Operations Research* 80(3):519-533.
- Hesterly, William S. og Todd R. Zenger. 1993. The Myth of Monolithic Economics: Fundamental Assumptions and the Use of Economic Models in Policy and Strategy Research. *Organization Science* 4(3):496-510.
- Hicks, J.R. 1935. The Theory of Monopoly: a Survey. *Econometrica* 3(1):1-20.
- Hicks, J.R. 1946. *Value and Capital*, second ed. Oxford: Clarendon.
- Hirshleifer, Jack. 1977. Economies from a Biological Viewpoint. *Journal of Law and Economics* 20:1-52.
- Hirshleifer, Jack. 1985. The Expanding Domain of Economics. *American Economic Review* 74:53-78.
- Hjalmarsson, Lennart, H. Bjurek og A. Isakson. 1991. Produktivitetsutveckling och Effektivitet Innom Svensk Bankverksamhet. I *Produktivitet i vissa tjänstesektorer*, Expertrapport nr. 2 till produktivitsdelegationen. Klas Eklund (ed.), Stockholm: Almännas Förlaget.
- Hoel, Michael og Karl Ove Moene. 1987. *Produksjonsteori*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Holvad, Torben og Jens Leth Hougaard. 1992. On the Measurement of Technical Input Efficiency for Similar Production Units: 80 Danish Hospitals. Working paper.
- Horowitz, Ira. 1970. *Decision Making and the Theory of the Firm*. New York: Holt, Rinehart and Winston, inc.
- Hougaard, Jens Leth og Mich Tvede. 1993. Intertemporal Dominance Analysis. Working Paper 5-93, Institute of Economics, Copenhagen Business School.
- Howard, Larry W. og Janis L. Miller. 1993. Fair Pay for Fair Play: Estimating Pay Equity in Professional Baseball with Data Envelopment Analysis. *Academy of Management Journal* 36(4):882-894.
- Humphrey, David B. 1990. Why Do Estimates of Bank Scale Economies Differ? *Economic Review* (Federal Reserve Bank of Richmond), September/October 1990:38-50.
- Humphrey, David B. 1991. Productivity in Banking and Effects from Deregulation. *Economic Review* (Federal Reserve Bank of Richmond), March/April 1991:16-28.
- Humphrey, David B. 1992. Flow Versus Stock Indicators of Banking Output: Effects on Productivity and Scale Economy Measures. Working paper, Department of Finance, College of Business Administration, Florida State University.
- Humphrey, David B. 1993. Cost and Technical Change: Effects from Bank Deregulation. *Journal of Productivity Analysis* 4(1-2):9-34.
- Hunter, William Curt og Stephen G. Timme. 1986. Technical Change, Organizational Form, and the Structure of Bank Production. *Journal of Money, Credit, and Banking* 18(2):152-164.
- Hunter, William Curt og Stephen G. Timme. 1991. Technological Change in Large U.S. Commercial Banks. *Journal of Business* 64(3):339-362.
- Hunter, William Curt, Stephen G. Timme og W. K. Yang. 1990. An examination of cost subadditivity and multiproduct production in large U.S. commercial banks. *Journal of Money, Credit, and Banking* 22:504-525.
- Härdle, Wolfgang. 1990. *Applied Nonparametric Regression*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Industriministeriet. 1987. Brancheglidning i den Finansielle Sektor (Duborg-udvalget), Betænkning nr. 1108.
- Industriministeriet. 1991. Den finansielle Sektors Indtjeningsevne. København: Industriministeriet.
- Industriministeriet. 1992. Fremtidens Finansielle Sektor: Finansverdenens nye spilleregler (Rapport udgivet af Industriministeriets Arbejdsgruppe om Finansielle Institutters Virksomhedsområde og Anbringelse). Betænkning nr. 1232.
- Ivaldi, M., S. Monier-Dilhan og M. Simioni. 1995. Stochastic Production Frontiers and Panel Data: A Latent Variable Framework. *European Journal of Operations Research* 80(3):534-547.
- Jennergren, L. og Börge Obel. 1985a. If There Is Something Rotten in the State of Denmark, we Will Find it With Data Envelopment Analysis: Research Efficiency of Business Administration and Economics University Departments. Publications from Department of Management no. 7, Odense University.
- Jennergren, L. og Börge Obel. 1985b. Forskningsevaluering - Eksemplificeret ved 22 Økonomiske Institutter. *Økonomi og politik* 86-95.
- Johansen, Leif. 1959. Substitution Versus Fixed Production Coefficients in the Theory of Economic Growth. *Econometrica* 27:157-76.
- Johansen, Leif. 1972. *Production Functions*. Amsterdam: North Holland.
- Johnson, T. og R. S. Kaplan. 1987. *Relevance Lost: The Rise and Fall of Management Accounting*. Boston: Harvard University Press.
- Johnston, J. 1960. *Statistical Cost Analysis* New York: McGraw-Hill Book Company.
- Kamakura, Wagner A. 1988. A Note on the Use of Categorical Variables in Data Envelopment Analysis. *Management Science* 34(10):1273-1276.
- Kaplan, Robert S. (ed.). 1990. *Measures for Manufacturing Excellence*, Harvard Business School Series in Accounting and Control. Boston: Harvard Business School Press.
- Karlin, Samuel. 1959. *Mathematical Methods and Theory in Games, Programming and Economics*. (Volume 1 i serien 'Matrix games, programming, and mathematical economics'). Reading: Addison-Wesley.
- Karlöf, Bengt og Svante Östblom. 1993. *Benchmarking: A signpost to excellence in quality and productivity*. Chichester: John Wiley and Sons. (Oversættelse af "Vägvisare til mästernskap i produktivitet och kvalitet", Svenska Dagbladets Förlag AB).

- Keiding, Hans. 1989. *Driftøkonomi 1: Regnskab, produktion og omkostninger*. København: Akademisk Forlag.
- Kerstens, K. og P. Vanden Eeckaut. 1993. DEA and FDH Based Technical Efficiency Measurement: Comparing Radial and Nonradial Alternatives. Paper presented at the Third European Workshop on Efficiency and Productivity Measurement held at the Center for Operations Research and Econometrics (CORE), Université Catholique de Louvain, Louvain-la Neuve, October 21-23, 1993.
- Kim, Moshe. 1986. Banking Technology and the Existence of a Consistent Output Aggregate. *Journal of Monetary Economics* 18:181-195.
- Kirzner, Israel M. 1973. *Competition and Entrepreneurship*. Chicago: University of Chicago Press.
- Kittelsen, Sverre A. C. 1993. Stepwise DEA: Choosing Variables for Measuring Technical Efficiency in Norwegian Electricity Distribution. Working Paper No 55/1993, Center for Research in Economics and Business Administration, Oslo.
- Kittelsen, Sverre A. C. og Finn R. Førsund. 1992. Efficiency Analysis of Norwegian District Courts. *Journal of Productivity Analysis* 3(3):277-306.
- Kjærgaard, Torben. 1994. Den Statslige Udgiftspolitik Under Forandring. *Samfundsøkonomen* 1994/7:5-11.
- Knudsen, Christian. 1991. *Økonomisk Metodologi: Om Videnskabsidealer, Forklaringstyper og Forskningsstradition*. København: Jurist- og Økonomiforbundets Forlag.
- Knudsen, Niels Chr. 1973. *Production and Cost Models of a Multi-Product Firm: a Mathematical Programming Approach*. Odense: Odense University Press.
- KonkurrenceRådet. 1992. Den Finansielle Sektors Struktur og Konkurrenceforhold. København: Konkurrencerådet.
- Koopmans, Tjalling C. 1951. Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities. Side 33-97 i *Activity Analysis of production and allocation*. Tjalling C. Koopmans, ed. New York: John Wiley and Sons, Inc.
- Koopmans, Tjalling C. 1957. Allocation of Resources and the Price System. Side 1-126 i *Three Essays on the State of Economic Science*. New York: McGraw-Hill Book Company, Inc.
- Koopmans, Tjalling C. 1977. Examples of Production Relations Based on Microdata. I *The Microeconomic Foundation of Macroeconomics: Proceedings of a Conference held by the International Association of S'Agaro, Spain*, G. C. Hartcourt, side 144-178. (ed.) London: Macmillan. Genoptrykt i *Scientific Papers of Tjalling C. Koopmans 1970-1985*, Berlin.
- Kopp, R. J. 1981. The Measurement of Productive Efficiency: A Reconsideration. *Quarterly Journal of Economics* 96(3):477-503.
- Kreps, David M. 1990. *A Course in Microeconomic Theory*. New York: Harvester Wheatsheaf.
- Land, Kenneth C., C. A. K. Lovell og Sten Thore. 1988. Chance-Constrained Efficiency Analysis. Working Paper 88-10, Department of Economics, CB 3305, Gardner Hall, University of North Carolina, Chapel Hill.
- Land, Kenneth C., C. A. K. Lovell og Sten Thore. 1990. Chance-Constrained Data Envelopment Analysis. Bringes i *Managerial and Decision Economics*.
- Land, Kenneth C., C. A. K. Lovell og Sten Thore. 1993. Productive Efficiency under Capitalism and State Socialism: The Chance Constraints Programming Approach. *Public Finance in a World of Transition*, Pierre Pestieau (ed.). Supplement to *Public Finances/Finances Publique* 47.
- Lawrence, Paul R., og Jay W. Lorsch. 1967. *Organization and Environment: Managing Differentiation and Integration*. Boston: Division of Research, Harvard Business School.
- Lee, Chih-Tah. 1988. Duality of Technology and Economic Behavior in a Data Envelopment Analysis/Assurance Region Context. Ph.D. Thesis, University of Houston.
- Leibenstein, Harvey. 1966. Allocative Efficiency vs. "X-Efficiency". *American Economic Review* 56(3):392-415.
- Leibenstein, Harvey. 1975. Aspects of the X-efficiency theory of the firm. *Bell Journal of Economics* 6:580-606.
- Leibenstein, Harvey. 1976. *Beyond Economic Man*. Cambridge: Harvard University Press.
- Leibenstein, Harvey. 1977. X-efficiency, Technical efficiency and incomplete information use: A comment. *Economic Development and Cultural Change*. 25:311-316.
- Leibenstein, Harvey. 1978. X-efficiency Xists - reply to an Xorcist. *American Economic Review* 68(1):203-211.
- Leibenstein, Harvey. 1980. *Inflation, Income Distribution and X-efficiency Theory*. London: Croom Helm.
- Leibenstein, Harvey. 1987. *Inside the Firm*. Cambridge: Harvard University Press.
- Leibenstein, Harvey og Shlomo Matal. 1992. Empirical Estimation and Partitioning of X-efficiency: A Data-Envelopment Approach. *AEA Papers and Proceedings* 82(2):428-433.
- Lewin, Arie Y. 1992. On Learning from Outliers. I *Systems and Management Science by Extremal Methods, Research Honoring Abraham Charnes at Age 70*, Fred Young Phillips og John James Rousseau (eds.). Boston/Dordrecht/London: Kluwer Academic Publishers.
- Lewin, Arie Y. og C. A. Knox Lovell. 1990. Editors' Introduction, *Frontier Analysis. Journal of Econometrics* 46:3-5.
- Lewin, Arie Y. og John W. Minton. 1986. Determining Organizational Effectiveness: Another Look and an Agenda for Research. *Management Science* 32(5):514-538.
- Lewin, Arie Y. og Richard C. Morey. 1981. Measuring the Relative Efficiency and Output Potential of Public Sector Organizations: An Application of Data Envelopment Analysis. *International Journal of Policy Analysis and Information Systems* 5:267-285.
- Lewis, Mervyn K. 1991. Theory and Practice of the Banking Firm. I *Surveys in Monetary Economics, vol. 2: Financial Markets and Institutions*, Christopher J. Green og David T. Llewellyn (eds.). Oxford: Basil Blackwell Ltd.
- Ley, E. 1990. A Bibliography on Production and Efficiency. Working Paper, Department of Economics, University of Michigan.

- Lovell, C. A. K. 1993. Discussants' Comments on Berger *et al.* and English *et al.* *Journal of Banking and Finance* 17:367-370.
- Lovell, C. A. K., Asani Sarkar og Robin Sickles. 1988. Testing for Aggregation Bias in Efficiency Measurement. I *Measurement in Economics, Theory and Applications of Economic Indices*, Wolfgang Eichhorn (ed.). Heidelberg: Physica-Verlag.
- Lovell, C. A. K., Asani Sarkar og Robin Sickles. Output Aggregation and the Measurement of Productive Efficiency. Working Paper 87-6, Department of Economics, CB # 3305, Gardner Hall, University of North Carolina, Chapel Hill.
- Lovell, C. A. K., L. C. Walters og L. L. Wood. 1995. Stratified Models of Education Production Using Modified DEA and Regression Analysis. Bringes i *Data Envelopment Analysis: The Theory Applications and The Process*, A. Charnes, W.W. Cooper, A.Y. Lewin, og L. Seiford (eds.).
- Lucy, Brian. 1994. Levels of Inefficiency in Irish Banks as Measured by Profit Function Decomposition. Working paper, School of Business Studies, Trinity College, Dublin.
- Lund, Mogens Brian H. Jacobsen og Lars C. E. Hansen. 1993. Reducing non-allocative Costs on Danish Dairy Farms: Applications of Non-Parametric Methods. *European review of Agricultural Economics* 20(3):327-341.
- Lund, Mogens og Lars C. E. Hansen. 1993a. Analyse af Landbrugets kapacitetsomkostninger. Statens Jordbrugsøkonomiske Institut, Rapport nr. 71.
- Lund, Mogens, og Lars C. E. Hansen. 1993b. Landbrugets Størrelsesøkonomi. *Erhvervs-jordbruget* (5):6-9,10-11.
- Madsen, Ole Øhlenschläger. 1983. *Virksomhedsovertagelser og Fusioner i dansk industri*. København: Nyt Nordisk Forlag Arnold Busck.
- Madsen, Vagn. 1951. *Bidrag til belysning af Rationaliseringsproblemerne i Industrivirksomheder*. København.
- Magnussen, Jon. 1992a. Efficiency Differences in Norwegian Hospitals - a Non Parametric Analysis. Paper presented at the EEA Annual Conference, Dublin 29/8-1/9 1992.
- Magnussen, Jon. 1992b. Efficiency Variations Between Different Types of Hospitals. Paper presented at the Nordic Workshop in Productivity, Growth and Development, Gothenburg, November 25-27, 1992.
- Maindiratta, Ajay. 1990. Largest Size-Efficient Scale and Size Efficiencies of Decision-Making Units in Data Envelopment Analysis. *Journal of Econometrics* 46:57-72.
- Marshall, A. 1938. *Principles of Economics*. New York: The Macmillan Company.
- McAllister, P. H. og D. McManus. 1993. Resolving the Scale efficiency puzzle in banking. *Journal of Banking and Finance* 17(2-3):389-406.
- McFadden, D. 1978. Cost, Revenue and Profit Functions. I *Production Economics: A Dual Approach to Theory and Applications*, M. Fuss og D. McFadden (eds.). Amsterdam: North-Holland.
- Meeusen, W. og J. van den Brock. 1977a. Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions with Composed Error. *International Economic Review* 18:435-444.
- Meeusen, W. og J. van den Brock. 1977b. Technical Efficiency and Dimension of the Firm: Some Results on the Use of Frontier Production Functions. *Empirical Economics* 2:109-122.
- Mensah, Yaw M. og Shu-Hsing Li. 1993. Measuring Production Efficiency in a Not-for-Profit Setting: An Extension. *The Accounting Review* 68(1):66-88.
- Mester, Loretta J. 1993. Efficiency in the Savings and Loan Industry. *Journal of Banking and Finance* 17(2-3):267-286.
- Mester, Loretta J. 1994. How Efficient are Third District Banks? *Business Review, Federal Reserve Bank of Philadelphia*, January/February 3-18.
- Mills, Gordon. 1984. *Optimization in Economic Analysis*. London: George Allen & Unwin.
- Minoux, M. 1986. *Mathematical Programming: Theory and Algorithms*. Chichester: John Wiley and Sons.
- Morey, R. C., D. J. Fine og S. W. Loree. 1990. Comparing the Allocative Efficiencies of Hospitals. *OMEGA Int. J. of Mgmt Sci.* 18(1):71-83.
- Murtagh, B. og M. A. Saunders. 1987. MINOS 5.1 Users's Guide, Report SOL 83-20R, Department of Operations Research, Stanford University.
- Mølgaard, Eigil. 1992. Finanstillsynet i Danmark. *Nordisk Forsikringstidsskrift* no. 2. Genoptrykt i *Beretning fra Finanstillsynet 1991*.
- Neff, David L., Bruce L. Dixon og Suzhen Zhu. 1994. Measuring the Efficiency of Agricultural Banks. *American Journal of Agricultural Economics* 76:662-668.
- Nelson, Richard R. og S. G. Winter. 1982. *An Evolutionary Theory of Economic Change*. Cambridge, Mass: Harvard University Press.
- von Neuman J. 1938. Über ein ökonomisches gleichungssystem und eine Verallgemeinerung des Brouwerschen Fixpunktsatzes. I *Ergebnisse eines Mathematischen Kolloquiums*, K. Menger (ed). Genoptrykt som 'A model of General Economic Equilibrium, 1945, *Review of Economic Studies* 13(1):1-9.
- N'Gbo, A. G. M. 1991. L'Efficacité productive des SCOP françaises: estimation et simulation à Partir d'une frontière de production stochastique. Mimeo, CORE, Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgium.
- Nielsen, Kent T. 1991. Industrielle Netværk. Licentiatafhandling, Institut for Virksomhedsledelse, Aarhus Universitet. *IFV-skrifter* 1991-3.
- Nielsen, Peter Erling. 1990. Skel på Finansmarkedet Bliver Visket ud. *Sparekassen* (1):6-12.
- Nielsen, Peter Erling. 1991. Kunderne Vinder Næste Runde. *Finans & Samfund* (november):6-8.
- Nielsen, Peter Erling. 1992. Finanssektorens Problemer. I *Beretning fra Finanstillsynet 1991*.
- Norman, Michael og Barry Stoker. 1991. *Data Envelopment Analysis, The Assessment of Performance*. Chichester: John Wiley & Sons.
- Noulas, Athanasios, Subhash C. Ray og Stephen M. Miller. 1990. Returns of Scale and Input Substitution for Large U.S. Banks. *Journal of Money, Credit and Banking* 22:94-108.

- Nunamaker, Thomas R. 1983. Efficiency Measurement and Medicare Reimbursement in Non-profit Hospitals: An Investigation of the Usefulness of Data Envelopment Analysis. Ph.D. Thesis, The University of Wisconsin. Graduate School of Business, Madison, Wisconsin.
- Nunamaker, Thomas R. 1985. Using Data Envelopment Analysis to Measure the Efficiency of Non-Profit Organizations: A Critical Evaluation. *Managerial and Decision Economics* 6(1):50-58.
- Nunamaker, Thomas R. 1988. Using Data Envelopment Analysis to Measure the Efficiency of Non-Profit Organizations: A Critical Evaluation - Reply. *Managerial and Decision Economics* 9(3):255-256.
- Odeck, James. 1993. Measuring Productivity Growth and Efficiency with Data Envelopment Analysis: an Application on the Norwegian Road Sector. Akademisk Avhandling, Nationaløkonomiska Institutionen vid Göteborgs Universitet. *Ekonomiska Studier* bind 44.
- Olesen, Ole og Niels Christian Petersen. 1993a. Incorporating Quality into Data Envelopment Analysis: A Stochastic Dominance Approach. Publications from Department of Management, Odense University, no. 2. Paper presented at the Third European Workshop on Efficiency and Productivity Measurement held at the Center for Operations Research and Econometrics (CORE), Université Catholique de Louvain, Louvain-La-Neuve October 21-23, 1993.
- Olesen, Ole og Niels Christian Petersen. 1993b. Indicators of Ill-Conditioned Data Sets and Model Misspecification in Data Envelopment Analysis: Aggregation as a Potential Remedy. Publications from Department of Management, Odense University, no. 3.
- Olesen, O. B. og S. Thore. 1990. Two-Stage DEA Under Uncertainty. Working Paper, IC² Institute, University of Texas, Austin.
- Oral, Muhittin og Reha Yolalan. 1990. An Empirical Study on Measuring Operating Efficiency and Profitability of Bank Branches. *European Journal of Operations Research* 46:282-294.
- Parkan, Celik. 1987. Measuring Efficiency of Service Operations: An Application to Bank Branches. *Engineering Costs and Production Economics* 12:237-242.
- Pedersen, H. Winding. 1965. *Industriens Struktur og Sammenslutninger*, Studier fra Københavns Universitets Økonomiske Institut nr. 7. København: G. E. C. Gads Forlag.
- Pedersen, Kjeld Møller. 1979. Effektmålingers Teori og Metode. AKF.
- Peters, Thomas J. og Robert H. Waterman, jr. 1982. *In Search of Excellence*. New York: Harper and Row.
- Petersen, Niels Christian. 1989. Anvendelse af Data Envelopment Analysis til Produktivitetsevaluering i Danske Toldkamre. Publications from Department of Management no. 4, Odense University.
- Petersen, Niels Christian og O. B. Olesen. 1989. Chance Constrained Efficiency Evaluation. Working paper, Department of Management, Odense University, Odense, Denmark.
- Phelps, E. S. 1963. Substitution, Fixed Proportions, Growth and Distribution. *International Economic Review* 4:265-288.
- Phillips, Fred, Ronald G. Parsons og Andrew Donoho. 1990. Parallel Microcomputing for Data Envelopment Analysis. *Computers, Environment and Urban Systems* 14:167-170.
- Pi, L. og S. G. Timme. 1993. Corporate Control and Bank Efficiency. *Journal of Banking and Finance* 17(2-3):515-530.
- Pinkse, C. A. P. 1990. An Application of Semi-parametric Methods in the Estimation of Production Frontiers. Bringes i *Journal of Econometrics*.
- Pittman, Russel W. 1983. Multilateral Productive Comparisons with Undesirable Outputs. *The Economic Journal* 93:883-891.
- Rangan, N., R. Grabowski, H. Y. Aly og C. Pasurka. 1988. The Technical Efficiency of US Banks. *Economics Letters* 28:169-175.
- Rasmussen, Arne. 1971. *Pristeori eller Parameterteori: Studier omkring Virksomhedens Afsætning*, 2. udgave. København: Handelshøjskolens Forlag.
- Retzlaff-Roberts, Donna og Richard C. Morey. 1993. A Goal-Programming Method of Stochastic Allocative Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operations Research* 71(3):379-397.
- Rhodes, Edwardo Lao. 1978. Data Envelopment Analysis and Related Approaches for Measuring the Efficiency of Decision Making Units with an Application to Program Follow Through in U.S. Education. Ph.D. dissertation Carnegie-Mellon University, School of Urban and Public Affairs, Pittsburgh.
- Richmond, J. 1974. Estimating the Efficiency of Production. *International Economic Review* 15:515-521.
- Robinson, E. A. G. 1935. *The Structure of Competitive Industry*. Reviderede udgave. Cambridge: Cambridge University Press.
- Roll, Y., Wade D. Cook og Boaz Golany. 1991. Controlling Factor Weights in Data Envelopment Analysis. *IEE Transactions* 23(1):2-9.
- Russel, R. R. 1985. Measures of Technical Efficiency. *Journal of Economic Theory* 35(1):109-126.
- Russel, R. R. 1988. On the Axiomatic Approach to the Measurement of Technical Efficiency. W. Eichhorn (ed.).
- Russel, R. R. 1990. Continuity of Measures of Technical Efficiency. *Journal of Economic Theory* 51(2):255-267.
- Rørsted, Bendt. 1970. *Anatomies of Marketing Action Within a Structure of Marketing Activity*. Århus: Universitetsforlaget i Århus.
- Salter, W.E.G. 1960. *Productivity and Technical Change*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Salzman, Matthew. 1994. Broad Selection of Software Packages Available. *OR/MS Today* 21(2):42-51.
- Samuelson, P.A. 1947. *Foundation of Economic Analysis*. Cambridge: Harvard University Press.

- Schaumburg-Müller, Peer. 1992. Fremtidens Finansielle Sektor. *Finans/Invest* 5:21-24.
- Schefczyk, Michael. 1993. Operational Performance of Airlines: An Extension of Traditional Measurement Paradigms. *Strategic Management Journal* 14:301-317.
- Schmid, Frank A. 1994. Technical efficiency and returns to scale in Austrian commercial banking: 1987-1991. *Empirica* 21:245-353.
- Schmid, Frank A. 1995. Measuring Returns to Scale Using Data Envelopment Analysis: a Critical Assessment. Working Paper, Freie Universität Berlin, Fachbereich Wirtschaftswissenschaft, Institut für Bank- und Finanzwirtschaft.
- Schmidt, Erik. 1939. Økonomisk definerede Produktionsfunktioner. *Nordisk Tidsskrift for Teknisk Økonomi* (17-18):275-296.
- Schmidt, Peter. 1976. On the Statistic Estimation of Parametric Frontier Production Functions. *Review of Economics and Statistics* 58:238-239.
- Schneider, Erich. 1933. Versuch einer Statistischen Ermittlung von individuellen Kostenkurven. *Nationaløkonomisk Tidsskrift*.
- Schneider, Erich. 1935. Über Einige Technisch-Ökonomische Fragen aus der theorie der Produktion. *Nordisk Tidsskrift for Teknisk Økonomi* 2:115-129.
- Schneider, Erich. 1961. *Einführung in die Wirtschaftstheorie II teil*, Wirtschaftspläne und Wirtschaftliches Gleichgewicht in der Verkehrswirtschaft. Tübingen: J.C.B. Mohr.
- Schrage, L. 1989. *User's Manual for Linear, Integer and Quadratic Programming with LINDO*, fourth edition. Redwood City: Scientific Press.
- Schrage, L. og K. Cunningham 1988. Demo LINGO/PC: Language for INteractive General Optimization, version 1.04a. LINDO Systems, Chicago.
- Schumpeter, J. 1953. *History of economic analysis*. Cambridge: Harvard University Press.
- Schweiger, I og J. S. McGee. 1961. Chicago Banking. *Journal of Business*.
- Sealey, C. W. Jr. og James T. Lindley. 1977. Inputs, Outputs, and a Theory of Production and Cost Depository Financial Institutions. *The Journal of Finance* 32(4):1251-1266.
- Seiford, Lawrence M. 1990. Models, Extensions, and Applications of Data Envelopment Analysis: A Selected Reference Set. *Computers, Environment, and Urban Systems* 14:171-175.
- Seiford, Lawrence M. 1994. A bibliography of Data Envelopment Analysis (1978-1990). Research Report, Department of Industrial Engineering and Operations Research, The University of Massachusetts.
- Seiford, Lawrence M. og R. M. Thrall. 1990. Recent Developments in DEA: The Mathematical Programming Approach to Frontier Analysis. A. Y. Lewin og C. A. K. Lovell (ed.) 1990.
- Seitz, W. D. 1966. Efficiency Measures for Steam-Electric Generating Plants. *Proceedings of the Thirty Ninth Annual Meeting of the Western Farm Economics Association* 143-151.
- Seitz, W. D. 1968. The Measurement of Productive Efficiency. Unpublished Ph.D. dissertation, University of California, Berkeley, CA.
- Seitz, W. D. 1970. The Measurement of Efficiency Relative to a Frontier Production Function. *American Journal of Agricultural Economics* 52(4):505-511.
- Seitz, W. D. 1971. Productive Efficiency in the Steam-Electric Generating Industry. *Journal of Political Economy* 79(4):878-886.
- Sengupta, Jati K. 1989. *Efficiency Analysis by Production Frontiers: The Nonparametric Approach* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers
- Sexton, Thomas R. 1986. The Methodology of Data Envelopment Analysis. I *Measuring Efficiency: An Assessment of Data Envelopment Analysis*, Richard H. Silkman (ed.). New Directions for Program Evaluation, no. 32. San Francisco: Jossey-Bass Inc., Publishers.
- Sexton, Thomas H., Richard H. Silkman og Andrew J. Hogan. Data Envelopment Analysis: Critique and Extensions. 1986. I *Measuring Efficiency: An Assessment of Data Envelopment Analysis*, Richard H. Silkman (ed.). New Directions for Program Evaluation, number 32. San Francisco: Jossey-Bass Inc., Publishers.
- Sexton, Thomas H., Sally Sleeper og Robert E. Taggart, Jr. 1994. Improving Pupil Transportation in North Carolina. *Interfaces* 24(1):87-103.
- Sexton, Thomas R., Alan M. Leiken, Arlene H. Nolan, Shari Liss, Andrew Hogan og Richard H. Silkman. 1989a. Evaluating Managerial Efficiency of Veterans Administration Medical Centers Using Data Envelopment Analysis. *Medical Care* 27(12):1175-1188.
- Sexton, Thomas R., Alan M. Leiken, Sally Sleeper, and Andrew F. Coburn. 1989b. The Impact of Prospective Reimbursement on Nursing Home Efficiency. *Medical Care* 27(2):154-163.
- Shaffer, Sherrill. 1991. Potential Merger Synergies Among Large Commercial Banks. Working Paper 91-17, Federal Reserve Bank of Philadelphia.
- Shaffer, Sherrill. 1993. Can Megamergers Improve Bank Efficiency? *Journal of Banking and Finance* 17(2):423-436.
- Shaffer, Sherrill og Edmond David. 1986. Economies of Superscale and Interstate Expansion. Federal Reserve Bank of New York, Research Paper no. 8612.
- Shapiro, K. H. og J. Müller. 1977. Sources of Technical Efficiency: the Roles of Modernization and Information. *Economic Development and Cultural Change* 25:293-310.
- Shephard, Ronald W. 1953. *Cost and Production Functions*. Princeton: Princeton University Press.
- Shephard, Ronald W. 1970. *Theory of Cost and Production Functions*. Princeton: Princeton University Press.
- Shephard, Ronald W. 1974. Indirect Production Functions. *Mathematical Systems in Economics* no. 10. Meisenheim Am Glan: Verlag Anton Hain.
- Shephard, Ronald W., and Rolf Färe. 1980. *Dynamic Theory of Production Correspondences* Königstein: Verlag Anton Hain.
- Sherman, H. David. 1984. Improving the Productivity of Service Businesses. *Sloan Management Review*, (spring):11-23.
- Sherman, H. David. 1989. Service Organization Productivity Measurement. The Society of Management Accountants of Canada. Hamilton, Ontario, Canada.
- Sherman, H. David og Franklin Gold. 1985. Bank Branch Operating Efficiency, Evaluation with Data Envelopment Analysis. *Journal of Banking and Finance* 9:297-315.

- Siegel, S. 1956. *Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences*. New York: McGraw-Hill.
- Siems, Thomas F. 1992. Quantifying Management's Role in Bank Survival. *Economic Review*, Federal Reserve Bank of Dallas, January:29-41.
- Simar, Leopold. 1992. Estimating Efficiencies from Frontier Models with Panel Data: A Comparison of Parametric, Non-parametric and Semi-parametric Methods with Bootstrapping. *Journal of Productivity Analysis* 3(1-2):171-203.
- Simon, Herbert. 1955. A Behavioral Model of Rational Choice. *Quarterly Journal of Economics* 69(1):99-118.
- Simon, Herbert. 1957 *Models of Man*. New York: John Wiley and Sons.
- Simons, R. V. 1987. Mathematical Programming Models Using MGG. *IMA Journal of Mathematical Management* 1:267-276.
- Sitorus, B. L. 1966. Productive Efficiency and Redundant Factors of Production in Traditional Agriculture of Underdeveloped Countries. *Proceedings of the Thirty Ninth Annual Meeting of the Western Farm Economics Association* 153-158.
- Solow, Robert M. 1960. Investment and Technical progress. I *Mathematical Methods in Social Sciences*, K. J. Arrow, S. Karlin og P. Suppes (eds.). Stanford University Press.
- Stigler, G. J. 1965. *Essays in the History of Economics*. Chicago: University of Chicago Press.
- Stigler, G. J. 1976. The Xistence of X-efficiency. *American Economic Review* 66(1):213-216.
- Sueyoshi, Toshiyuki. 1990. A Special Algorithm for an Additive Model in Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operations Research* 41(3):249-257.
- Sueyoshi, Toshiyuki og Y.-L. Chang. 1989. Efficient Algorithm for Additive and Multiplicative Models in Data Envelopment Analysis. *Operations Research Letters* 8(4):205-214.
- Sun, Dec Bruce og Lin Guo Gong. 1993. Performance Evaluation of New Product Operations. *Applications of Management Science* 7:99-113.
- Svennilson, I. 1946. *Strukturanalys. I Festskriftet for Harald Nordensson*.
- Sydsæter, Knut og Bernt Øksendal. 1988. *Lineær Algebra, med en Innføring i Lineær Programmering*. Oslo: Universitetsforlaget
- Taylor, Friderich W. 1903. *Shop Management*. New York: Harper & Row.
- Taylor, Friderich W. 1911. *The Principles of Scientific Management*. New York: Harper & Row.
- Thanassoulis E. 1993. A Comparison of Regression Analysis and Data Envelopment Analysis as Alternative Methods for Performance Assessments. *Journal of the Operational Research Society* 44(11):1129-1144.
- Thanassoulis E. 1994a. Assessing Police Forces in England and Wales Using Data Envelopment Analysis. Warwick business School Research Papers no. 137, Warwick Business School Research Bureau.
- Thanassoulis E. 1994b. Altering the Bias in Differential School Effectiveness Using Data Envelopment Analysis. Warwick Business School Research Papers no. 139, Warwick Business School Research Bureau.
- Thanassoulis E., A. Boussoffiane and R. G. Dyson. 1995. Exploring Output Quality Targets in the Provision of Perinatal Care in England Using Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operations Research* 80(3):588-607.
- Thanassoulis E. og R. G. Dyson. 1992. Estimating Preferred Targeted Input-Output Levels Using Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operations Research* 56:80-97.
- Thanassoulis E., R. G. Dyson og M. J. Foster. 1987. Relative Efficiency Assessments Using Data Envelopment Analysis: An Application to Data on Rates Departments. *Journal of the Operational Research Society* 38(5):397-411.
- Thestrup, Poul. 1989. Offentlig Produktivitet - en Umåelig Størrelse? H-PRO Consult.
- Thiry, Bernard og Henry Tulkens. 1988. Allowing for Technical Inefficiency in Parametric Estimation of Production Functions for Urban Transit Firms. CORE Discussion Paper No. 8841 (revised October 1990), Center for Operational Research & Econometrics, Universite Catholique de Louvain.
- Thiry, Bernard og Henry Tulkens. 1992. Allowing for Technical Inefficiency in Parametric Estimation of Production Functions for Urban Transit Firms. *Journal of Productivity Analysis* 3(1-2):45-66
- Thompson, Russel G., Sunil Dharmaphala, David B. Humphrey og Robert M. Thrall. 1991. DEA/AR Efficiency of Large U.S. Commercial Banks. Working Paper no. 91, October 1991, Jesse H. Jones Graduate School of Administration, Rice University.
- Thompson, Russel G., Sunil Dharmaphala og Robert M. Thrall. 1991. DEA/AR Efficiency of Large U.S. Commercial Banks. Working Paper no. 91, October 1991, Jesse H. Jones Graduate School of Administration, Rice University.
- Thompson, Russel G., Sunil Dharmaphala og Robert M. Thrall. 1993a. Importance for DEA of Zeros in Data, Multipliers and Solutions. *Journal of Productivity Analysis* 4(4):379-390.
- Thompson, Russel G., Sunil Dharmaphala og Robert M. Thrall. 1993b. DEA Sensitivity Analysis of Efficiency Measures with an Application to Kansas Farming and Illinois Coal Mining. Working Paper no. 77 RICE, Jesse H. Jones Graduate School of Administration, Rice University, Texas. Paper presented at the Conference on New Uses of DEA in Management, 27-29 September 1989, IC² Institute at the University of Texas at Austin. To be published in *Data Envelopment Analysis: The Theory Applications and The Process*, A. Charnes, W.W. Cooper, A.Y. Lewin, og L. Seiford (eds.).
- Thompson, Russel G., Larry N. Langemeier, Chih-Tah Lee, Euntaik Lee, og Robert M. Thrall. 1990. The Role of Multiplier Bounds in Efficiency Analysis with Applications to Kansas Farming. *Journal of Econometrics* 4:93-108.
- Thompson, Russel G., Euntaik Lee og Robert M. Thrall. 1992. DEA/AR Efficiency of U.S. Independent Oil/Gas Producers over Time. *Comput. & Opn. Res.* 19(5):377-391.

- Thompson, Russel G., F. D. Singleton Jr., R. M. Thrall og B. A. Smith. 1986. Comparative Site Evaluations for Locating a High-Energy Physics Lab in Texas. *Interfaces* 16(6):35-49.
- Thrall, R. M. 1989. Classification Transitions Under Expansion of Inputs and Outputs in Data Envelopment Analysis. *Managerial and Decision Economics* 10:159-162.
- Timme, Stephen G. og Won Keun Yang. 1991. On the Use of a Direct Measure of Efficiency in Testing Structure-Performance Relationships in U.S. Commercial Banking. Working Paper, Georgia State University, Department of Finance.
- Timmer, C. P. 1971. Using a Probabilistic Frontier Production Function to Measure Technical Efficiency. *Journal of Political Economy* 79(4):776-794.
- Tone, K. 1993. Some computational issues in data envelopment analysis. Research Report 93-B-1, Institute for Policy Science, Saitama University, Japan.
- Torgersen, Arne, Finn R. Førsund og Sverre A.C. Kittelsen. 1994 Slack Adjusted Efficiency Measures: The case of Norwegian Labor Employment offices. Memorandum from Department of Economics, University of Oslo no. 2.
- Tulkens, Henry. 1986. La Performance Productive d'un Service Public, Définitions, Méthodes de Mesure et Application à la Régie des Postes Belges. *L'Actualité Économique, Revue d'Analyse Économique* 62(2):306-335.
- Tulkens, Henry. 1993. On FDH Efficiency Analysis: Some Methodological Issues and Applications to Retail Banking, Courts and Union Transit. *Journal of Productivity Analysis* 4(1-2):183-210.
- Tulkens, Henry og P. Vanden Eeckaut. 1995. Non-Parametric Efficiency, Progress and Regress Measures for Panel Data: Methodological Aspects. *European Journal of Operations Research* 80(2):474-499.
- UNICOM Consultants Ltd. 1974. A Brief Survey of the Currently Available Matrix Generator Report Writer Systems.
- Valdmanis, Vivian Grace. 1992. Sensitivity Analysis for DEA Models: An Empirical Example Using Public vs. NFP Hospitals. *Journal of Public Economics* 48:185-205.
- Varian, Hal. 1984. *Microeconomic Analysis*, 2. udgave. New York: W. W. Norton & Company.
- Varian, Hal. 1993. *Intermediate Microeconomics: A Modern Approach*, 3. udgave. New York: W. W. Norton & Company.
- Vassdal, T. 1988. Måling af Produktivitet, En Sammenligning av Ulike Metoder, med Speciel Vekt på Data Envelopment Analysis. Afhandling for den Filosofiske Doktorgrad, Norges Fiskerihøgskola, Tromsø.
- Vassiloglou, M. og D. Giokas. 1990. A Study of the Relative Efficiency of Bank Branches: An Application of Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operations Research* 41(7):591-597.
- Wedel-Heinen, Charlotte Møller. 1994. Pengeinstitutternes Regnskabsresultater. *Danmarks Nationalbank, Kvartalsoversigt* Maj:33-40.
- Wei, Q. L., B. Sun og Z. J. Xiao. 1995. Measuring Technical Progress with Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operations Research* 80(3):691-702.
- Wendt, Peter. 1994. *Penge- og Kapitalmarked*, 10. udgave. København: Erhvervsøkonomisk Forlag.
- Whittaker, Gerald. 1994. The Relation of Farm Size and Government Programme Benefits: an Application of Data Envelopment Analysis to Policy Evaluation. *Applied Economics* 26:469-478.
- Williamson, O. E. 1975. *Markets and Hierarchies: Analysis and Antitrust Implications*. New York: Free Press.
- Williamson, Oliver E. 1985. *The economic Institutions of Capitalism: Firms, Markets, Relational Contracting*. New York: The Free Press.
- Wilson, P. W. 1993. Detecting Outliers in Deterministic Frontier Models with Multiple Outputs. *Journal of Business & Economic Statistics* 11(3):319-323.
- Wilson, P. W. 1995. Detecting Influential Observations in Data Envelopment Analysis. *Journal of Productivity Analysis* 6(1):27-45.
- Winston, Wayne L. 1994. *Operations Research: Applications and Algorithms*, 3. udgave. Duxbury Press.
- Winter, Sidney. 1964. Economics, 'Natural Selection', and the Theory of the Firm. *Yale Economic Essays* 4:225-272.
- Winter, Søren. 1983. Effektivitet og Produktivitet i den Offentlige Sektor. *Politica* 15(3):317-338.
- Womer, Norman K. og Thomas R. Gullledge, Jr. 1983. A Dynamic Cost Function for an Airframe Production Program. *Engineering Costs and Production Economics* 7:213-227.
- Wong, Y.-H. og J. E. Beasley. 1990. Restricting Weight Flexibility in Data Envelopment Analysis. *Journal of the Operational Research Society* 41(9):829-835.
- Woodward, Joan. 1965. *Industrial Organization: Theory and Practice*. London: Oxford University Press.
- Wykoff, Frank C. 1993. Comments on "Economies of Scale and Scope in French Banking and Savings". *Journal of Productivity Analysis* 4(1-2):73-76.
- Yue, Piyu. 1992. Data Envelopment Analysis and Commercial Bank Performance: A Primer with Applications to Missouri Banks. *Economic Review*, Federal Reserve Bank of Saint Louis, January/February:31-45.
- Yuengert, A. M. 1993. The Measurement of Efficiency in the Life Insurance: Estimates of a Mixed Normal-Gamma Error Model. *Journal of Banking and Finance* 17(2-3):482-496.
- Zieschang, Kimberly D. 1984a. An Extended Farrell Technical Efficiency Measure. *Journal of Economic Theory* 33:387-396.
- Zieschang, Kimberly D. 1984b. Measuring Efficiency in DEA Models. Bureau of Labor Statistics, Washington.
- Økonomiministeriet. 1994. Den Danske Pengeinstitutsektor (Rapport fra det Tværministerielle Kontaktudvalg vedr. det Finansielle Marked).
- Østrup, Finn. 1989. *Det Finansielle System i Danmark*. København: Jurist- og Økonomiforbundets Forlag.

- Østrup, Finn. 1990. Situationen efter Finansfusionerne. Working Paper 90-08, Institut for Finansiering, Handelshøjskolen i København.
- Østrup, Finn. 1991. Koncentration i den Finansielle Sektor. *Fagskrift for Bankvæsen*, side 112-118.

Don't read to much!
—ABRAHAM CHARNES (1917-1992)

Summary in English

The Measurement of Productivity and Efficiency Using Data Envelopment Analysis: An Empirical Study of the Danish Banking Sector

This dissertation deals with the measurement of productivity and efficiency within the framework of Data Envelopment Analysis (DEA). DEA is applied to the Danish banking sector in order to analyse the technical efficiency of the sector. In this way, the study contributes to the picture of the structure of the sector seen in an efficiency perspective. Efficiency is a major determinant of financial success at bank level and of economic viability at sector level. Thus, this study should be of considerable interest to bank managers as well as policy makers.

Chapter *one* is an introductory chapter, outlining the basic concepts of production and productivity. In this chapter, a model for explaining differences in observed productivity is presented, and it is emphasized, that the main reason for differences in productivity is inefficiency.

Chapter *two* discusses the neoclassical microeconomics and its implicit assumption of efficiency. The introduction of inefficiency into the modern production analysis is described along with the more traditional performance measures such as financial ratios and regression based procedures.

The axiomatic production model, which forms the basis for the measurement of inefficiency, is presented in chapter *three*. Within the framework of the axiomatic model the activity analysis model is presented.

The efficiency measures are defined in chapter *four*, where the empirical implementation of the measures are also discussed. The basic efficiency measures are technical efficiency measures under different scale assumptions, but also allocative measures and so-called graph measures are defined. Further, chapter

four also introduces the DEA approach which defines a non-parametric frontier serving as a benchmark for the efficiency measures. The location of the frontier relative to each observed bank is constructed as an artificial benchmark bank. This benchmark is a linear combination of efficient banks in a, possibly different, sample. In the DEA approach, radial Farrell input saving efficiency measures are defined as the ratio between the potential use of input with frontier technology and the actual use of input, keeping output constant.

The use of DEA implies that the computations are performed using linear programming. The complexity of these computations is discussed in chapter *five*, where the use of modelling languages as well as the special structure of the DEA problem and its requirements are described.

The first chapter in the empirical part is chapter *six*. In this chapter, the empirical results from previous studies are summarized, and various approaches to the model specification are discussed. Finally, the model to be used in the empirical part of the dissertation is defined.

The rest of the empirical part consists of three separate studies of the Danish banking sector. In the first of the empirical studies, i.e. chapter *seven*, the productive efficiency of the Danish banking sector is examined using data for the year 1990 which consists of 115 banks with a working capital larger than 100 million DKK. The results show a substantial variation in the efficiency across banks. Depending on the technology assumed, the specification of input and output and on the directional orientation of the efficiency measures, the input saving potential respectively the output increasing potential varies from 2–12 percent. No clear difference was found between alternative specifications of loan losses.

The second of the empirical studies, i.e. chapter *eight*, is based on data for the year 1991. A new reference technology, the Koopmans technology, is introduced, and a new measure of the most productive scale size is defined. The analysis focuses on the estimation of the amount of loss due to inefficient production in the banking sector. Radial efficiency scores and potential reduction in inputs are computed relative to technologies exhibiting different scale properties, and the most productive scale size is estimated. The most productive scale size is found to be about 1 billion DKK in total assets, which is a much smaller scale than the largest Danish banks. The gross efficiency loss, which is an upper limit for the “true” savings potential, is estimated to be between 1.4 billion DKK in the VRS case and 4.7 billion DKK in the CRS case.

Chapter *nine* focuses on the difference between commercial banks and savings banks. The data are for the year 1990 and consist of 60 commercial banks, 118 savings banks and 3 co-operative banks. In order to compare the efficiency scores between organizational forms, subsample measures as well as intersample measures are defined. Technological differences are found between commercial banks and savings banks and the most productive scale size is found to be significantly higher for commercial banks than for savings banks. With respect to the overall results, there is still a substantial potential for efficiency improvement when the difference between organizational forms is modelled.

The final chapter, i.e. chapter *ten*, concludes the dissertation and summarizes the DEA framework as well as the empirical results. Finally, new and promising uses of DEA are suggested.

The dissertation consists of this monograph and a report: “Banking Efficiency in the Nordic Countries: A Four-Country Malmquist Index Analysis” (co-authors: Sigbjørn Atle Berg, Bank of Norway and Finn R. Førsund, University of Oslo).

The *report* considers the relative efficiency of the banking industries in Denmark, Finland, Norway and Sweden as observed in the year 1990. These four Nordic neighbouring countries are part of the European Economic Area, and they constitute a region where cultural barriers to entry in one of the other three countries are minimal. Differences in average banking productivity between the four countries are considered as well as is the spread of efficiency levels within each country. The DEA methodology is used in the report for calculating the efficiency of the Nordic banks relative to the national and the pooled data sets. The report also computes slacks and uses a newly developed method for ranking efficient units according to their importance as benchmarks for inefficient units. This ranking is used in an analysis of the sensitivity of the results to ostensible productive outliers.

Resume

Afhandlingen omhandler måling af produktivitet og efficiens inden for rammerne af dataindhyldningsanalyse (DEA). DEA anvendes i afhandlingens empiriske del til en analyse af teknisk efficiens i den danske pengeinstitutsektor. Herved bidrages der til billedet af sektorens struktur set fra et efficiensperspektiv. Da efficiens er en afgørende faktor for finansiel succes, både for det enkelte pengeinstitut og for sektoren som helhed, vil udviklingen af en model af pengeinstitutters produktivitet under hensyntagen til inefficiens være af betragtelig interesse både for bankledelse og politikere.

Kapitel 1 er et indledende kapitel, som beskriver de grundliggende begreber i relation til produktion og produktivitet. I kapitlet præsenteres en opdeling af produktivitetsforskelle i henhold til forskellige årsager, og det fremhæves, at inefficiens er den væsentligste årsag til produktivitetsforskelle.

I kapitel 2 diskuteres den neoklassiske mikroøkonomi og dens implicitte forudsætning om efficient produktion. Introduktionen af inefficiens i den moderne produktionsøkonomi beskrives sammen med de mere traditionelle metoder til præstationsmåling i form af nøgletal og regression.

Den aksiomatiske produktionsmodel, der udgør grundlaget for efficiensmålingen præsenteres i kapitel 3. Inden for rammerne af denne model præsenteres også den klassiske aktivitetsanalysemodel.

Efficiensmålene, der anvendes inden for den aksiomatiske produktionsmodel, defineres i kapitel 4, hvor den empiriske implementering af målene også diskuteres. De grundliggende mål er tekniske efficiensmål under forskellige teknologiske antagelser, men der defineres også allokativ efficiensmål og grafmål. Desuden introduceres DEA, der definerer en ikke-parametrisk rand, som fungerer som sammenligningsgrundlag ved beregning af efficiensmålene. Ved anvendelse af DEA beregnes der i den empiriske del radiære Farrell inputorienterede efficiensmål. Disse efficiensmål er defineret som forholdet mellem det potentielle inputforbrug og det faktiske input, når output holdes konstant.

Anvendelse af DEA betyder, at beregningerne i praksis udføres ved anvendelse af lineær programmering. I kapitel 5 diskuteres kompleksiteten af beregningerne, anvendelse af modelsprog, DEA-problemets specialstruktur samt de krav, det stiller til beregningernes gennemførelse.

Den empiriske del indledes med kapitel 6. I dette kapitel summeres de empiriske erfaringer fra tidligere udenlandske studier, og forskellige indfaldsvinkler til modelspecifikationen diskuteres. Endelig beskrives siest i kapitlet den model, der vil blive anvendt i de empiriske analyser.

Resten af afhandlingens empiriske del udgøres af tre separate studier af den danske pengeinstitutsektor. I det første af disse kapitler, dvs. kapitel 7, analyseres den danske pengeinstitutsektor i 1990. Det anvendte datasæt udgøres af 115 pengeinstitutter med en arbejdende kapital på over 100 millioner kroner (dvs. Finanstilsynets gruppe 1, 2 og 3). Resultaterne viser, at der er en betragtelig spredning i pengeinstitutternes efficiens. Afhængig af, hvorledes teknologien er defineret, samt af hvordan input og output er specificeret findes inputbesparelsepotentialet at variere fra 2–12 procent. Der fandtes ikke nogen klar forskel mellem to forskellige modelleringer af tab på udlån.

Det andet af de empiriske studier, kapitel 8, er baseret på data fra 1991. Der introduceres en ny referenceteknologi, Koopmans-teknologien, samt en ny metode til bestemmelse af den mest produktive skalastørrelse. Analysen fokuserer på bestemmelse af det samlede økonomiske tab som følge af inefficiens i pengeinstitutsektoren. Der beregnes radiære Farrell efficiensmål, og det samlede reduktionspotentiale beregnes i forhold til både CRS, VRS og Koopmans teknologien. Den mest produktive skalastørrelse bestemmes til at være omkring 1 milliard DKK i samlet balance, hvilket er betragteligt mindre end de største danske banker. Brutto-efficiensstabet beregnes til at ligge mellem 1,4 milliarder og 4,7 milliarder DKK afhængig af de teknologiske antagelser. Denne beregnede størrelse opfattes som en øvre grænse for det "sande" efficiensstab.

I kapitel 9 fokuseres der på forskellen for banker og sparekasser. De anvendte data fra 1990 omfatter 118 sparekasser, 60 banker og 3 andelskasser. For at sammenligne efficiensmålene mellem forskellige organisationsformer defineres gruppespecifikke mål samt såkaldte intersamplemål. Det findes, at banker og sparekasser opererer inden for forskellige subteknologier, og at den mest produktive skalastørrelse er højere for banker end for sparekasser. Hvad angår efficiensmålene, er der stadig et betragteligt besparelsepotentiale, når pengeinstitutterne evalueres i forhold til de gruppespecifikke datasæt.